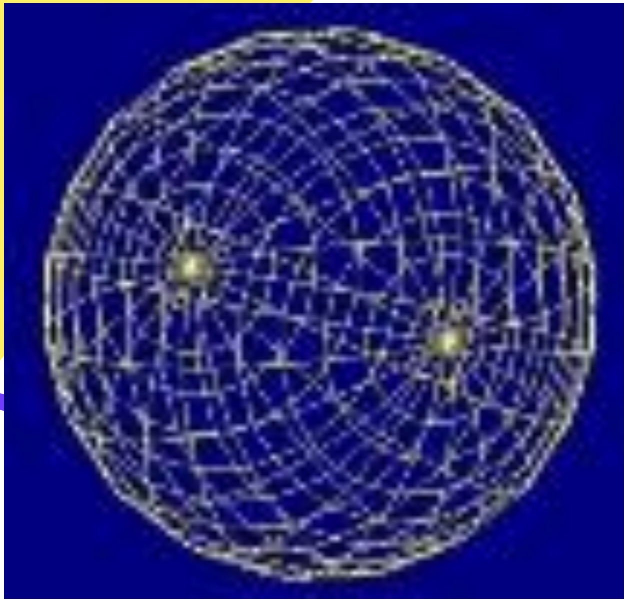
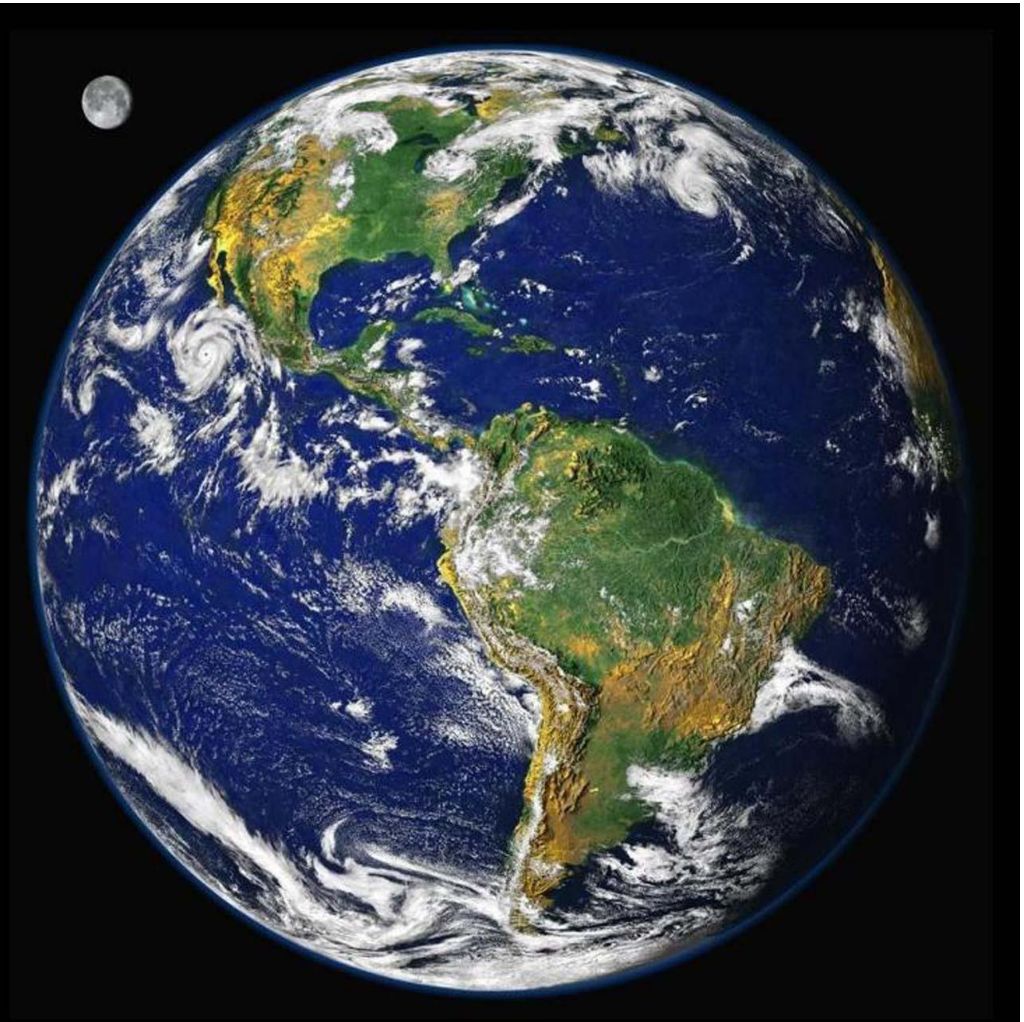
Сфера и шар



- Слово «сфера» произошло от греческого слова «сфайра», которое переводится

  на русский язык как «мяч».

ШАР-символ будущего.



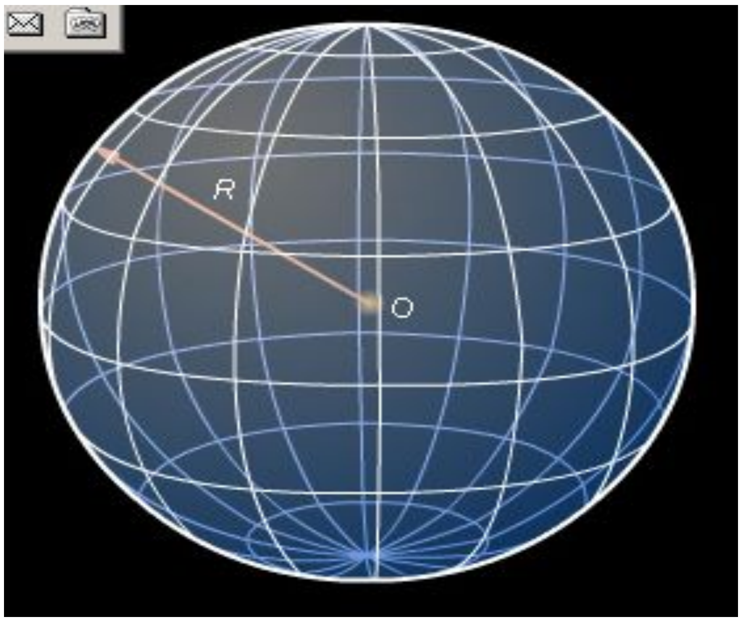
- Символ шара-глобальность шара Земли. Символ будущего, он отличается от креста тем, что последний олицетворяет собой страдание и человеческую смерть.
- В Древнем Египте впервые пришли к заключению, что земля шарообразна. Это предположение послужило основой для многочисленных размышлений о бессмертии земли и возможности бессмертия населяющих ее живых организмах.

Форма шара в природе

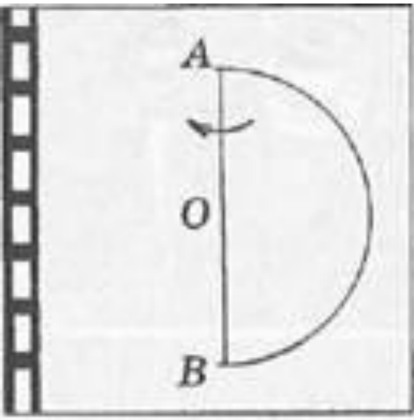
- Многие ягоды имеют форму шара.

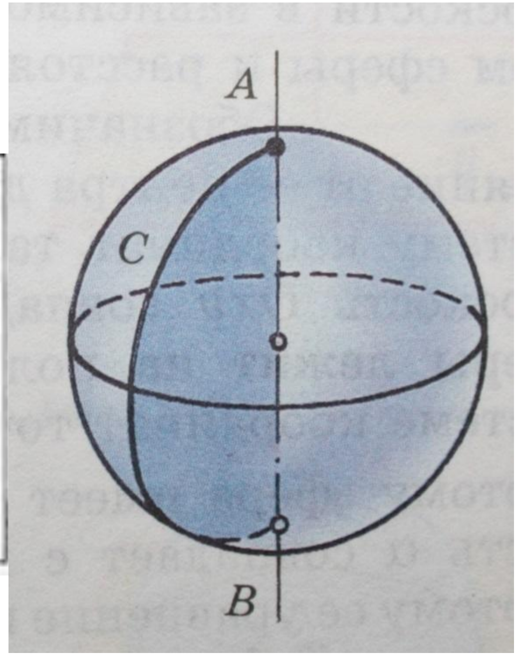
Планеты имеют форму шара.

Определение сферы

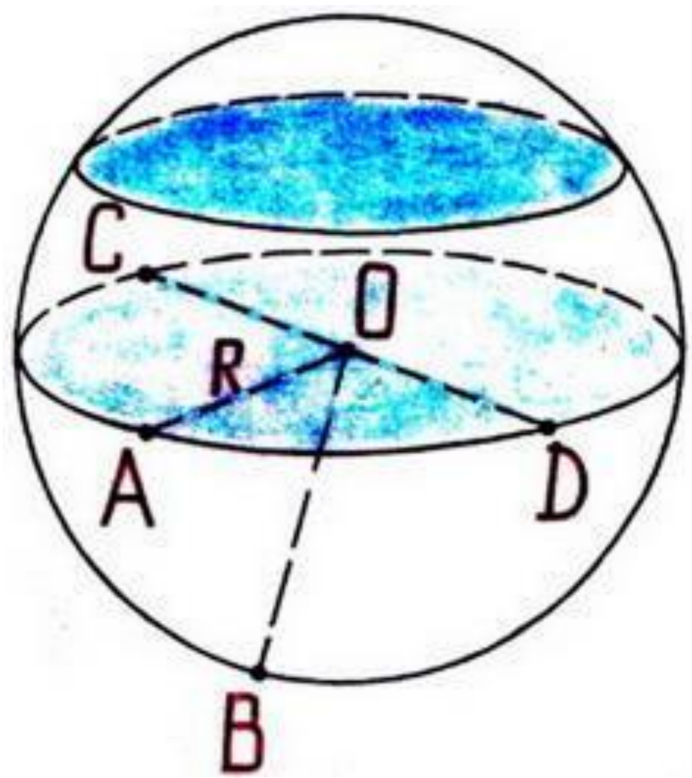


- Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки



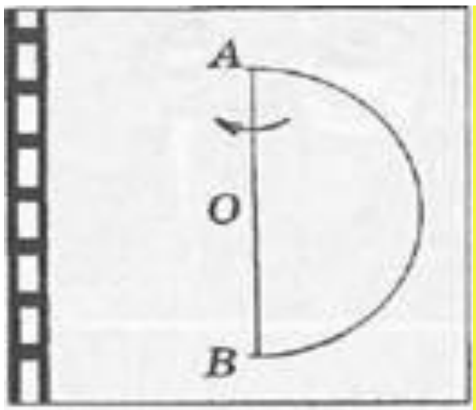


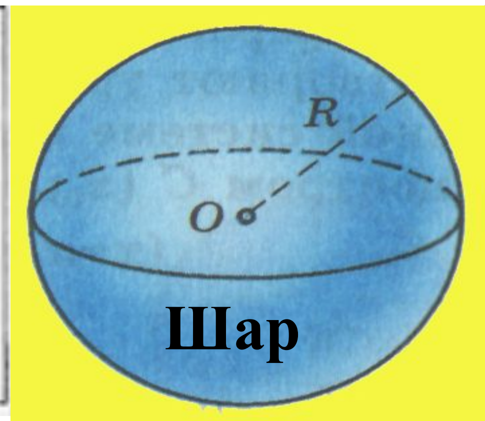
- Сфера –это поверхность, полученная вращением полуокружности вокруг диаметра



- Данная точка (О) называется центром сферы.
- Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы, называется радиусом сферы (R-радиус сферы).
- Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется диаметром сферы. Очевидно, что диаметр сферы равен 2R.

Определение шара



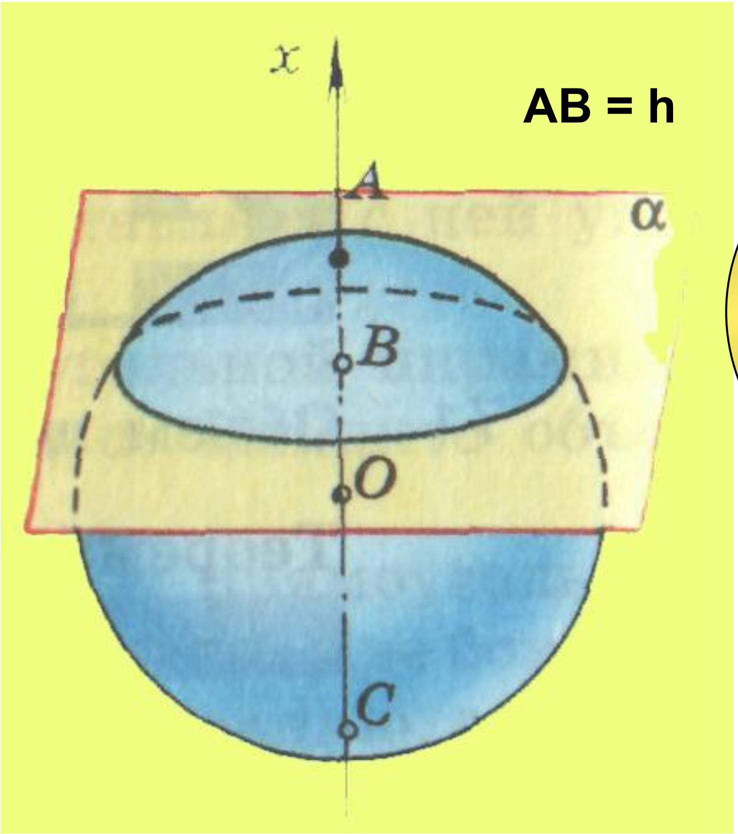


- Шар – это тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки (или фигура, ограниченная сферой).

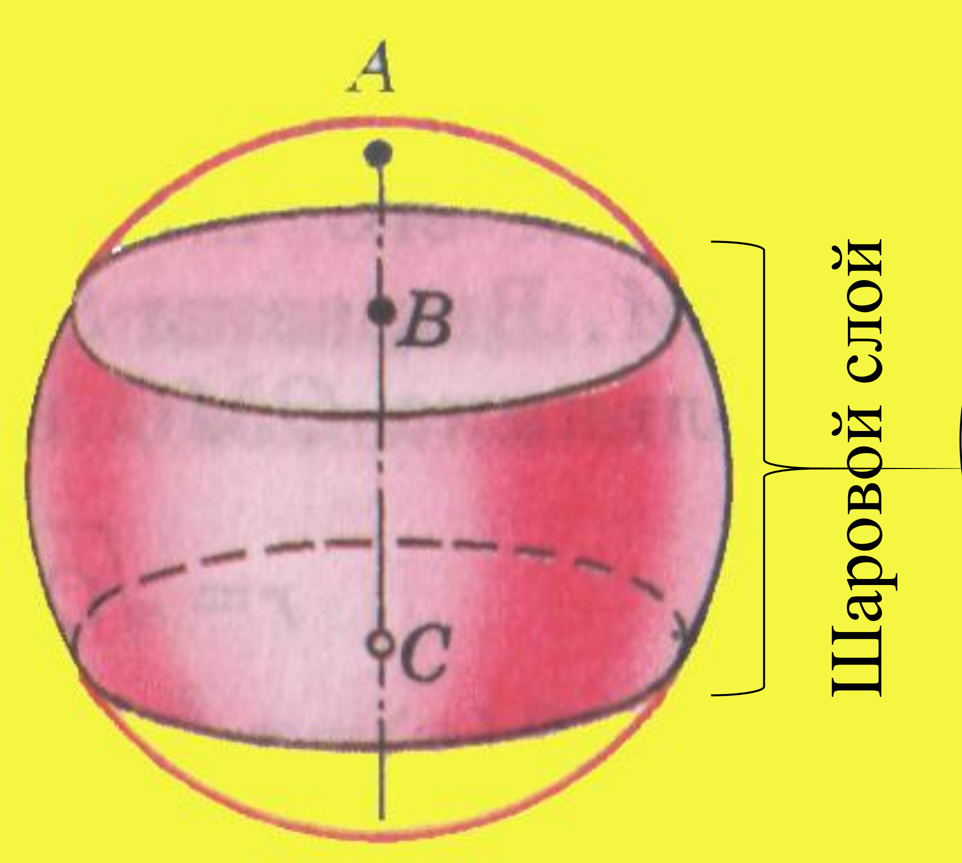
Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

- Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром шара.

Шаровой сегмент



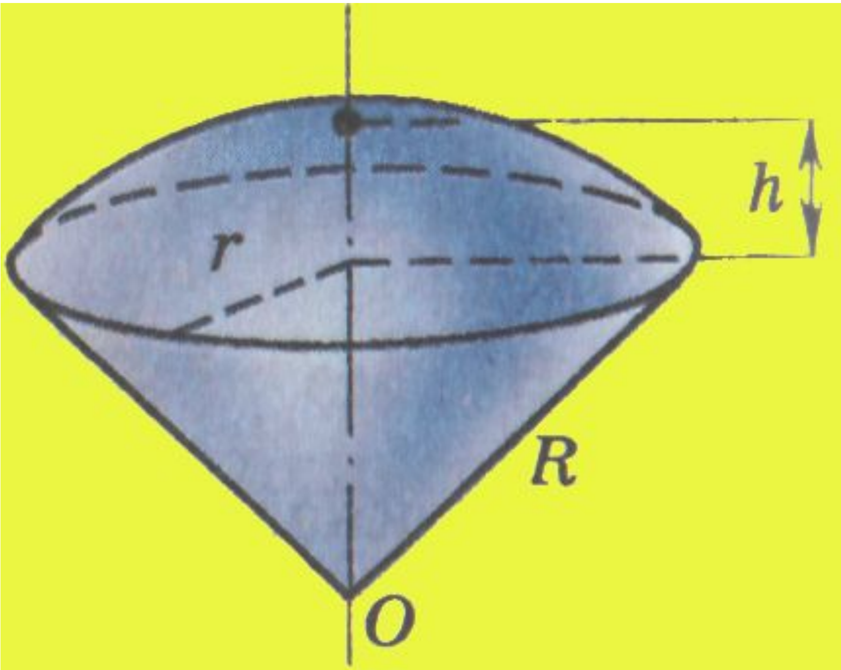
Шаровым сегментом **называется часть шара, отсекаемая от него какой - нибудь плоскостью.**



Шаровым слоем называется часть шара, заключенная между двумя параллельными секущими плоскостями.

Шаровой слой

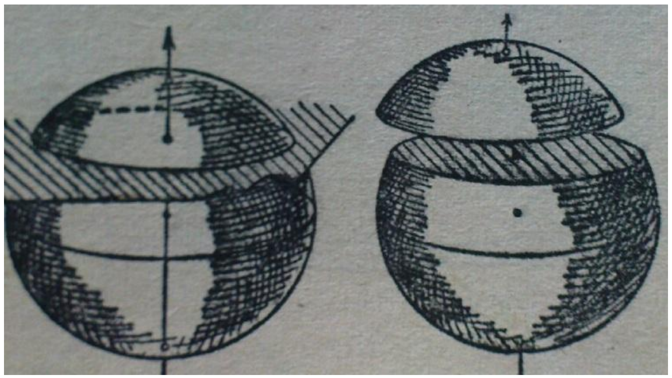
Шаровой сектор

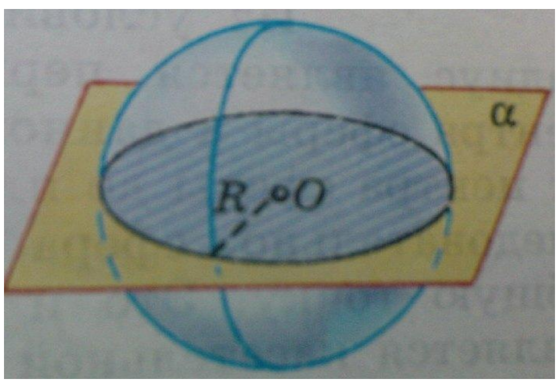


Шаровой сектор

Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90^0, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

Сечение шара





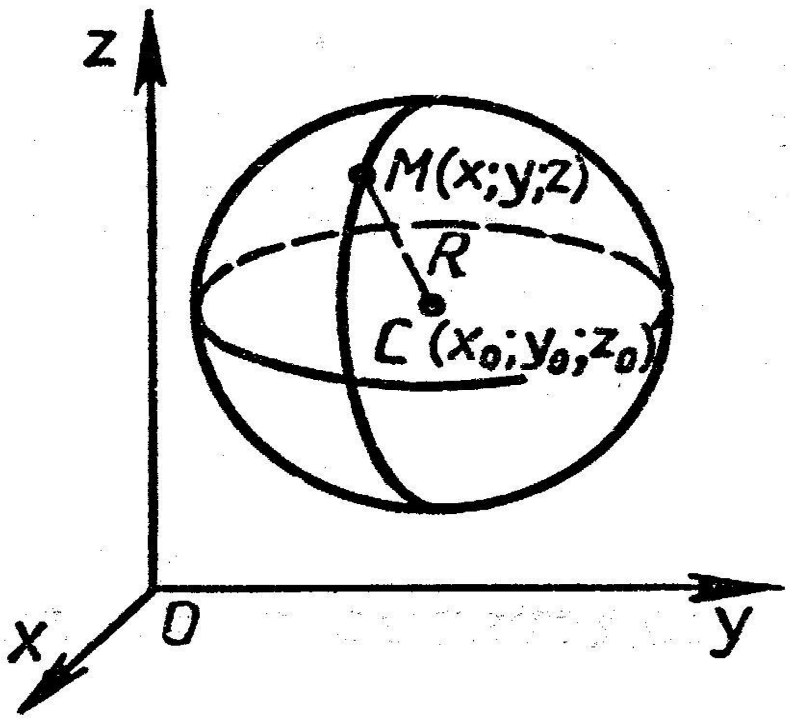
- Плоскость,проходящая через центр шара,называется диаметральной плоскостью.

- Сечение шара диаметральной плоскостью называется большим кругом,а сечение сферы - большой окружностью.

Закрепляем

- Решите задачу № 573, №574 (а)

Уравнение сферы в прямоугольной системе координат



M(x;y;z)-произвольная точка, принадлежащая сфере.

$/MC/ = \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$

т.к. MC=R, то

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

Задание

1.Найдите координаты центра и радиуса сферы, заданной уравнением:

$x^2+y^2+z^2=49$

$(X-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$

2. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром А, если

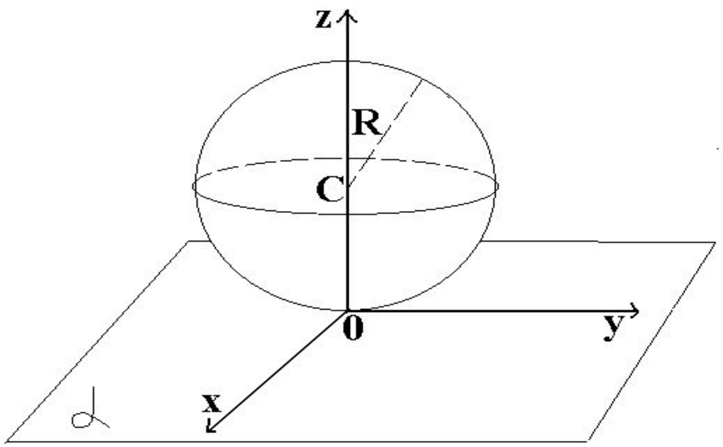
А(2;-4;7) R=3

А(0;0;0) R=√2

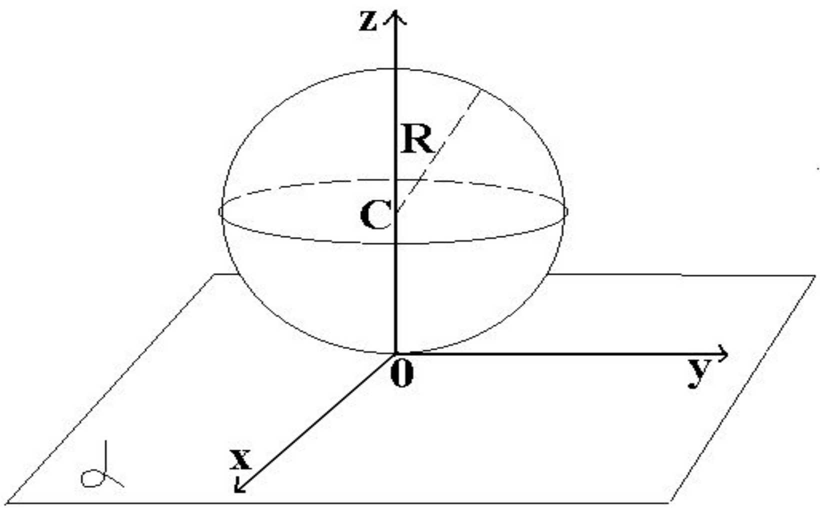
А(2;0;0) R=4

3. Решите задачу №577(а)

Взаимное расположение сферы и плоскости



- Обозначим радиус сферы буквой R, а расстояние от ее центра до плоскости α-буквой d.
- Введем систему координат так, чтобы плоскость Oxy совпадала с плоскостью α, а центр C сферы лежал на положительной полуоси Oz.

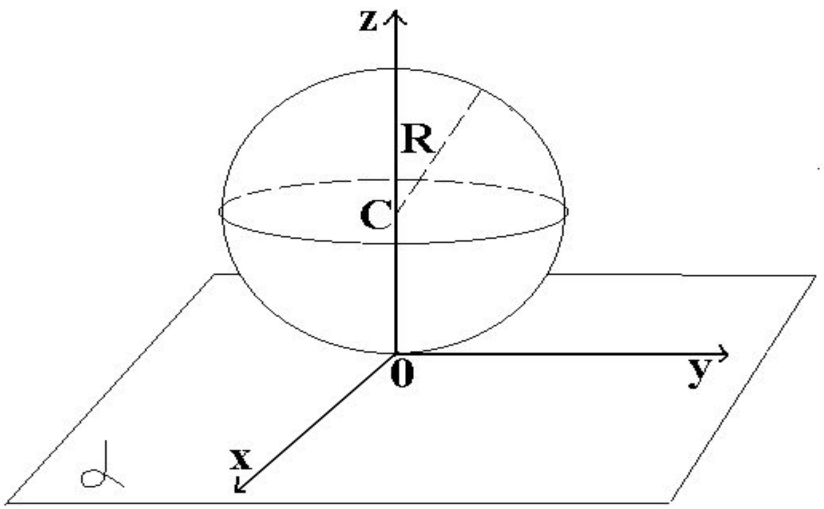


В этой системе координат точка С (o; o;d),

поэтому сфера имеет уравнение

$x^2+y^2+(z-d)^2=R^2$

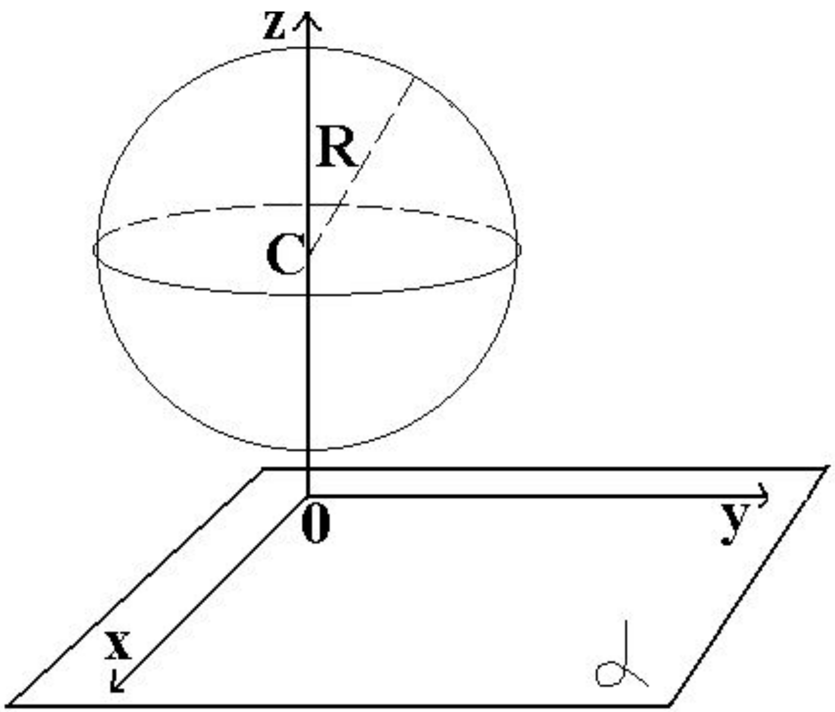
Плоскость совпадает с координатной плоскостью Oxy, и поэтому ее уравнение имеет вид $z=0$



- Таким образом вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости сводится к исследованию системы уравнений.

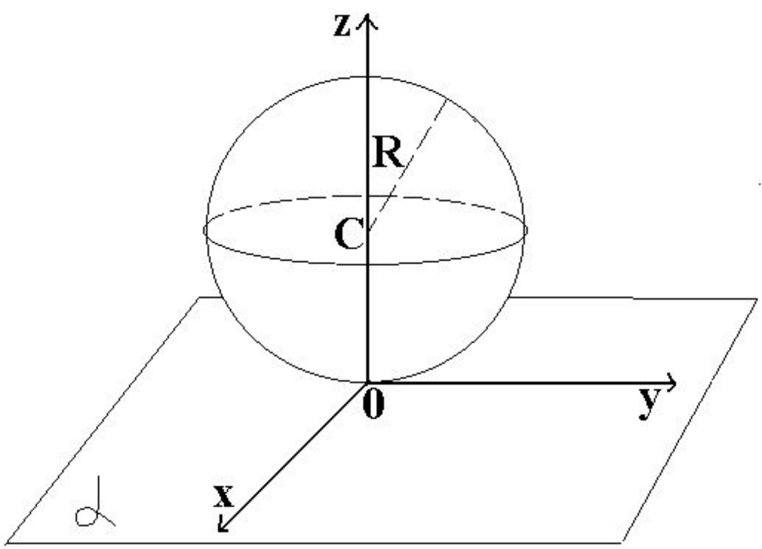
$$\begin{cases} z=0 \\ x^2+y^2+(z-d)^2=R^2 \end{cases}$$

- Подставив z=0 во второе уравнение, получим **$x^2+y^2=R^2-d^2$**
- Возможны 3 случая:



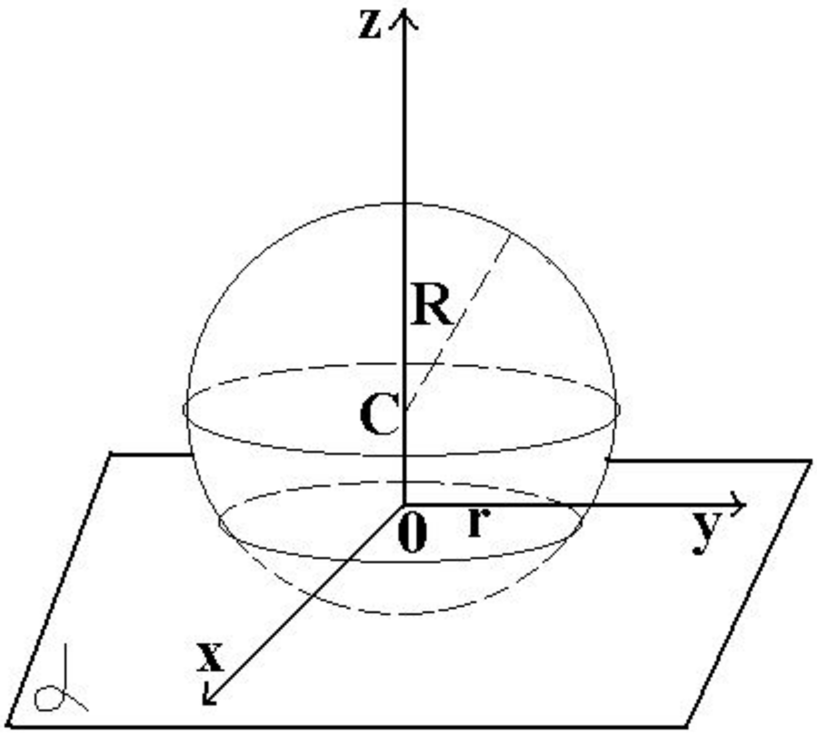
$x^2+y^2=R^2-d^2$

Если d>R, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



$x^2+y^2=R^2-d^2$

Если d=R, то сфера и плоскость именуют только одну общую точку. В этом случае а называют касательной плоскостью к сфере



$$x^2+y^2=R^2-d^2$$

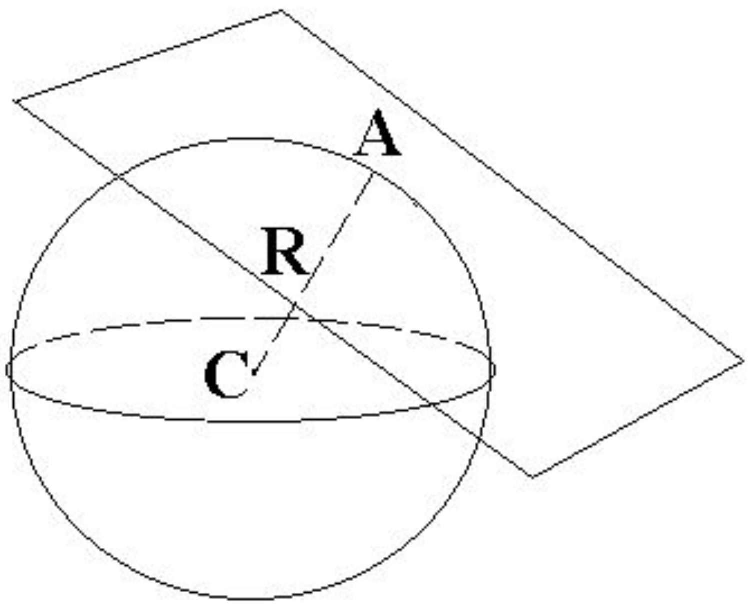
Если $d<R$, то плоскость а и сфера пересекаются по окружности. Сечение шара плоскостью есть круг. Если секущая плоскость проходит через центр шара, то в сечении получается круг радиуса R.

Такой круг называется большим кругом шара.

Закрепляем

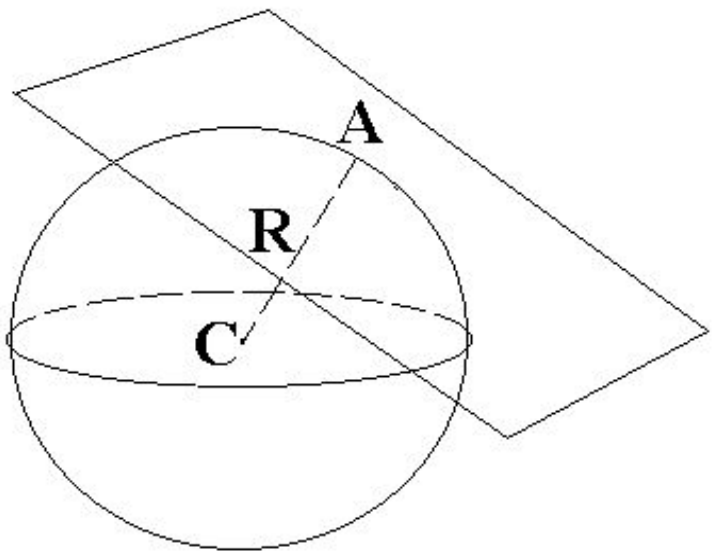
- Решите задачу №580, №581

Касательная плоскость к сфере



- Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется **касательной плоскостью к сфере**,
- а их общая точка называется **точкой касания** ***A*** **плоскости и сферы.**

Теорема:

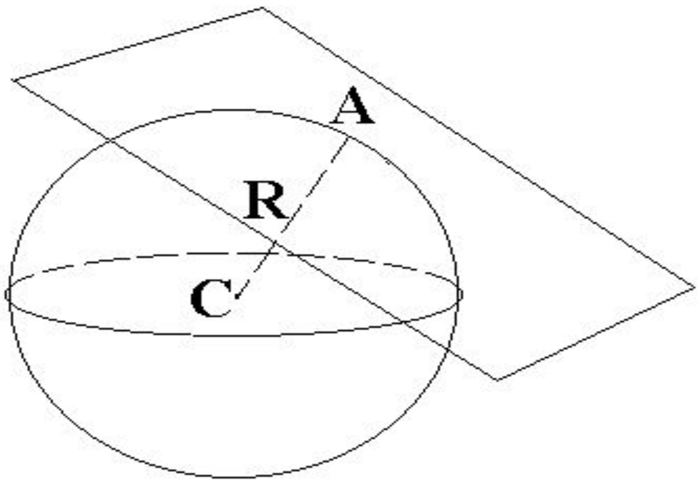


Доказательство:

Рассмотрим плоскость α, касающуюся сферы с центром О в точке А. Докажем, что ОА перпендикулярен α.

Предположим, что это не так. Тогда радиус ОА является наклонной к плоскости α, и, следовательно расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы. Поэтому сфера и плоскость пересекаются по окружности. Это противоречит тому, что-касательная, т.е. сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

Полученное противоречие доказывает, что ОА перпендикулярен α.



- Обратная теорема: Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Закрепляем

- Решите задачу № 592

Площадь сферы

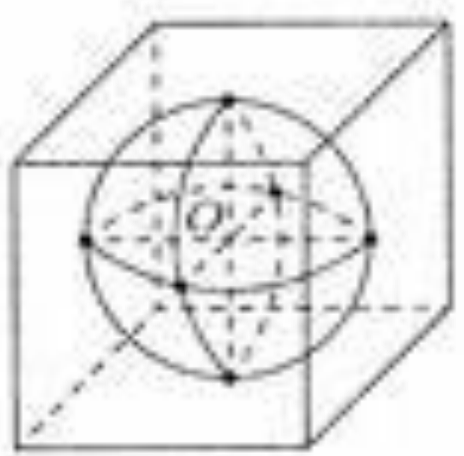


Рис. 43

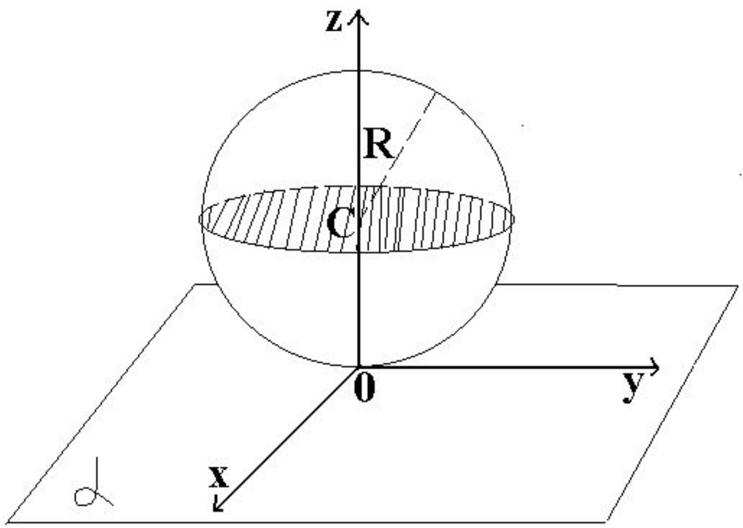
Сферу нельзя развернуть на плоскость!

Описанным около сферы многогранником называется многогранник, всех граней которого которого касается сфера.

Сфера называется вписанной в многогранник

$$S = 4\pi R^2$$

Задание: Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9м^2. Найдите площадь сферы.



Решение:

Сечение, проходящее через центр сферы есть окружность.

$S_{сеч} = \pi r^2$,

$9 = \pi R^2$,

$R = \sqrt{9/\pi}$.

$S_{сферы} = 4\pi r^2$,

$S_{сферы} = 4\pi \cdot 9/\pi = 36м^2$