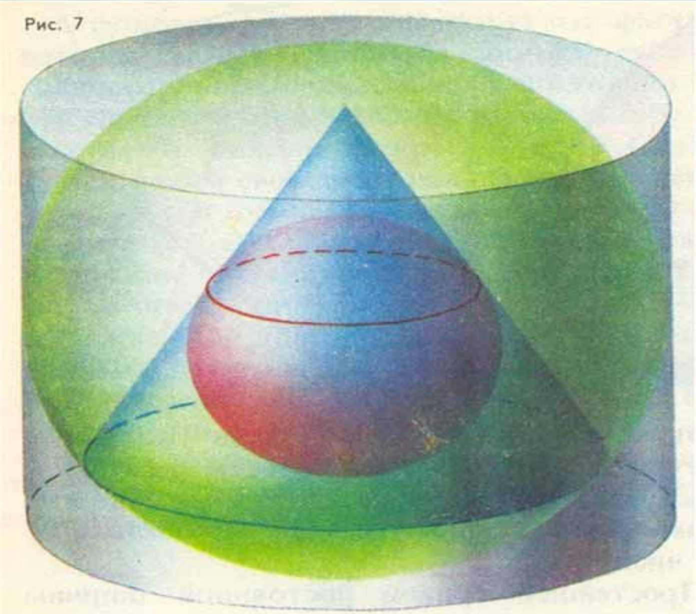
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ МНОГОГРАННИКИ (пирамида)



Вписанный шар в пирамиду.

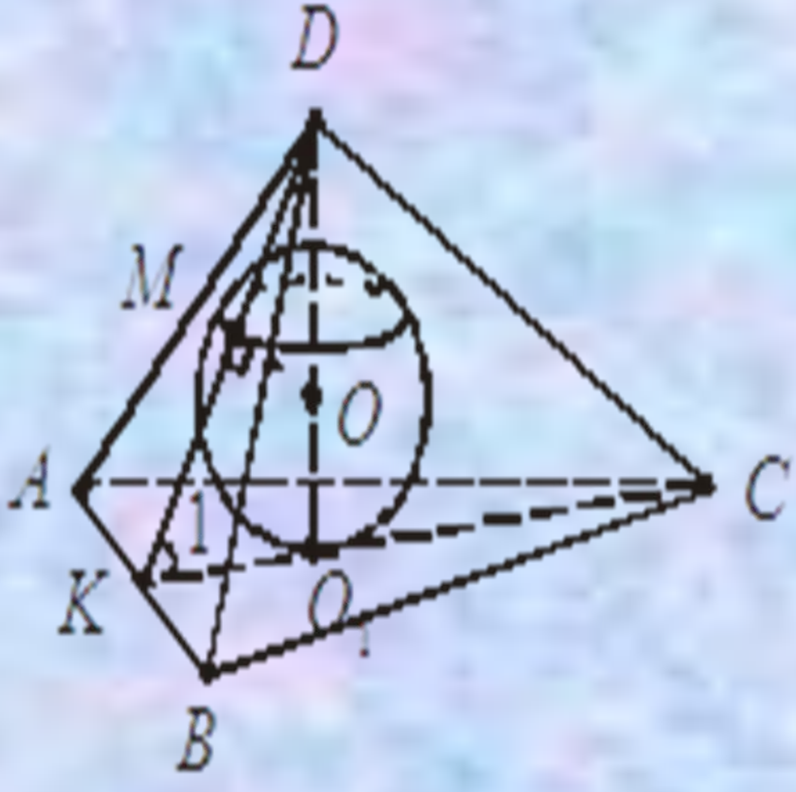
1. В треугольную пирамиду можно вписать шар.

2. В пирамиду, у которой в основание можно вписать окружность, центр которой служит основанием высоты пирамиды, можно вписать шар.

Следствие. В любую правильную пирамиду можно вписать шар.

3. Центр шара, вписанного в пирамиду, есть точка пересечения высоты пирамиды с биссектрисой угла, образованного апофемой и ее проекцией на основание.

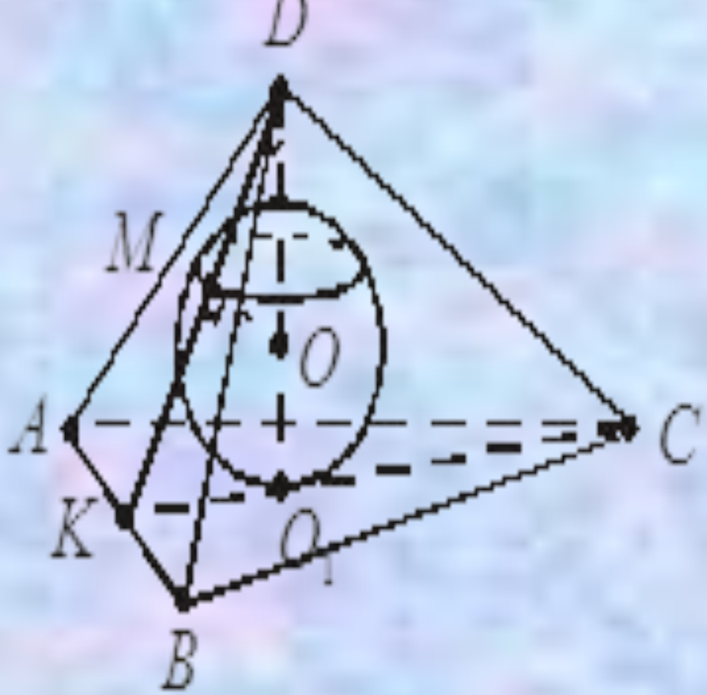
Задача № 1



Дано: DABC – правильная треугольная пирамида, O – центр вписанного шара, M – точка касания вписанного шара, DO : OO1 = 2 : 1.

Найдите: ∠ 1.

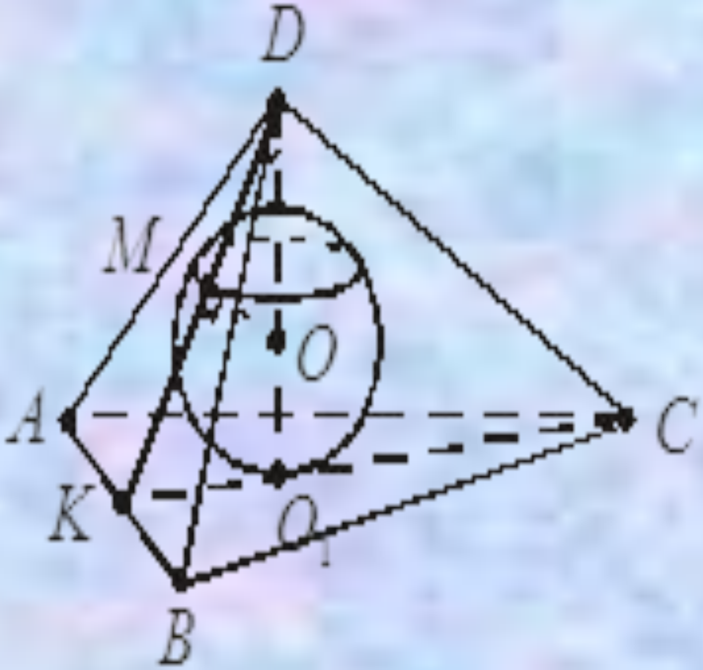
Задача № 2



Дано: $DABC$ – правильная треугольная пирамида, O – центр вписанного шара, M – точка касания вписанного шара, $DM = KO_1$.

Найдите: KDO_1.

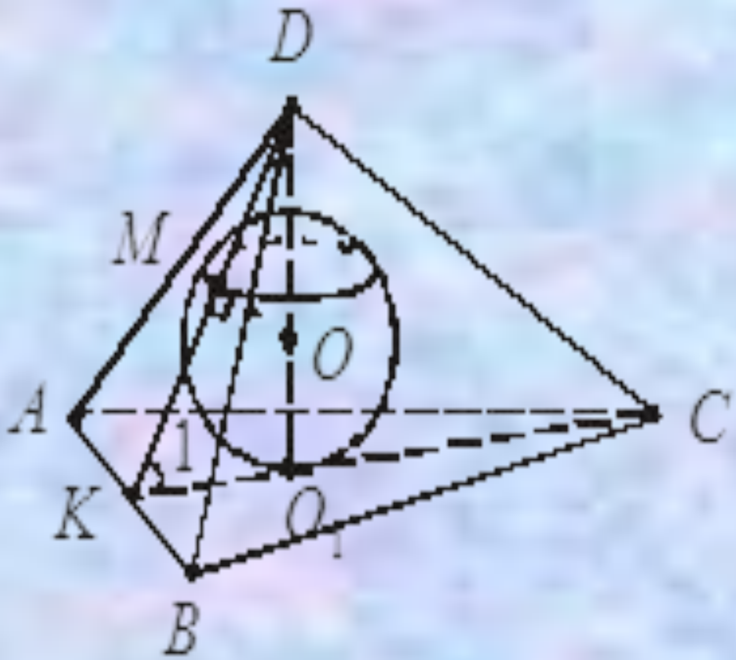
Задача № 3



<u>Дано: </u>*DABC* – правильная треугольная пирамида, *O* – центр вписанного шара, *M* – точка касания вписанного шара, *MK* = 2.

<u>Найдите: </u>P_{ABC}.

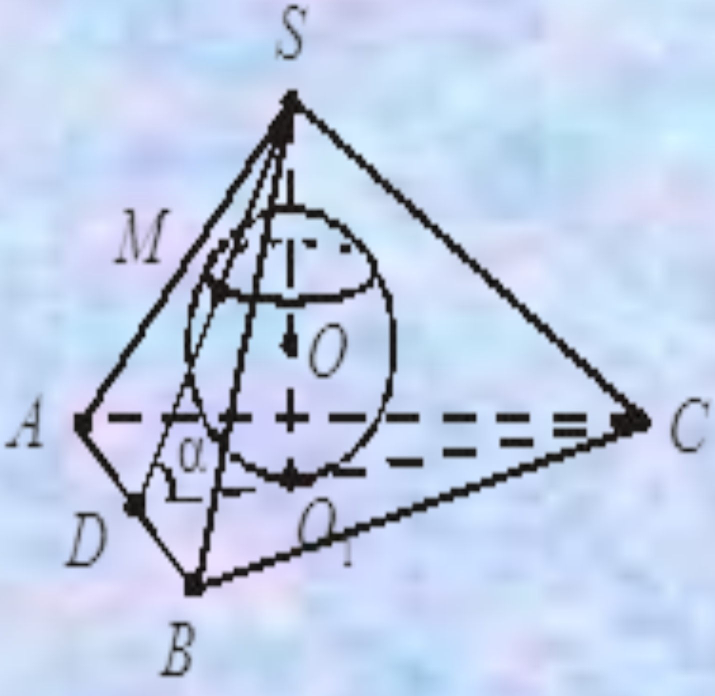
Задача № 4



Дано: $DABC$ – правильная треугольная пирамида, O – центр вписанного шара, M – точка касания вписанного шара, $CO_1 - 2DO = 2OM$.

Найдите: 1.

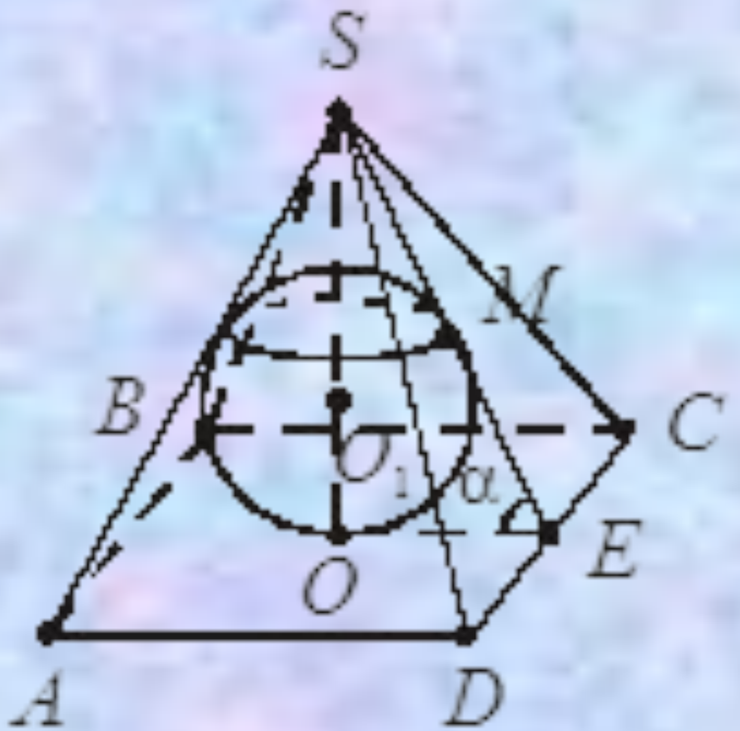
Задача № 5



Дано: $SABC$ – правильная треугольная пирамида, M – точка касания вписанного шара, O_1 – центр вписанного шара, $S_{ABC} = 300\sqrt{3}$, $\cos \alpha = \frac{8}{17}$.

Найдите: $R_ш$.

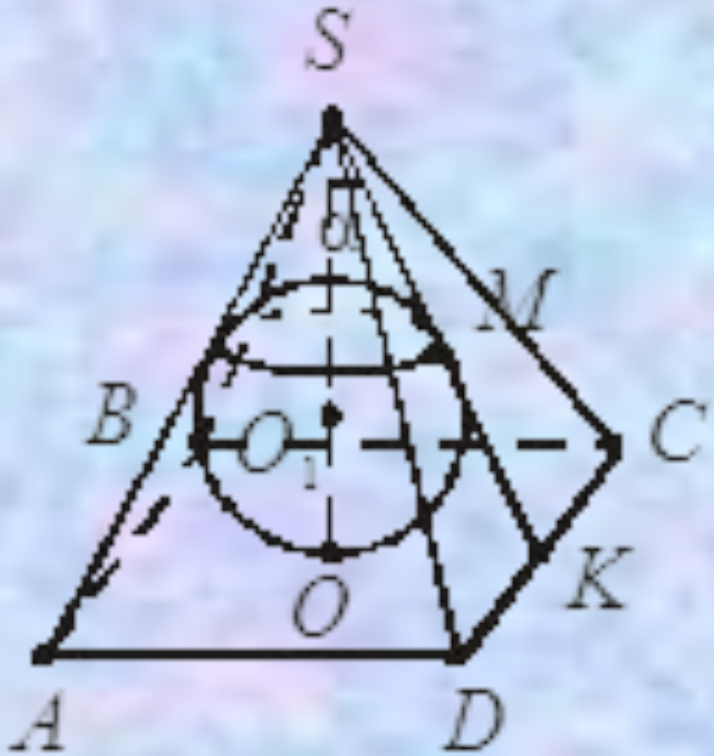
Задача № 6



Дано: $SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида, O_1 – центр вписанного шара, M – точка касания вписанного шара, $OO_1 = 1$, $P_{ABCD} = 8\sqrt{3}$.

Найдите: α.

Задача № 7



<u>Дано: </u>$SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида, O_1 – центр вписанного шара, M – точка касания вписанного шара, $\angle\ \alpha = 30°$.

<u>Докажите</u>, что точка O_1 делит высоту пирамиды в отношении 2 : 1, считая от вершины.

Описанный около пирамиды шар.

1. Около треугольной пирамиды можно описать шар.

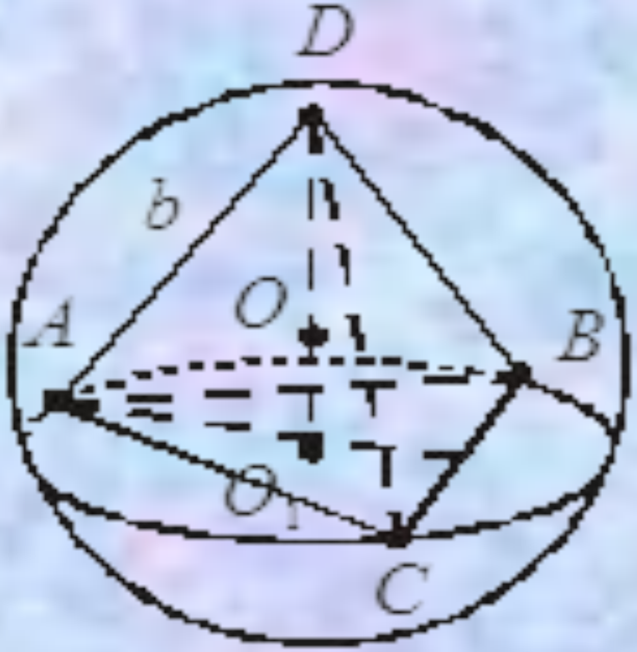
2. Если около основания пирамиды можно описать окружность, то около пирамиды можно описать шар.

Следствие. Около любой правильной пирамиды можно описать шар.

3. Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр описанной около основания окружности, и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведенной через середину этого ребра.

Следствие. Центр описанной около правильной пирамиды сферы лежит на высоте этой пирамиды.

Задача № 1

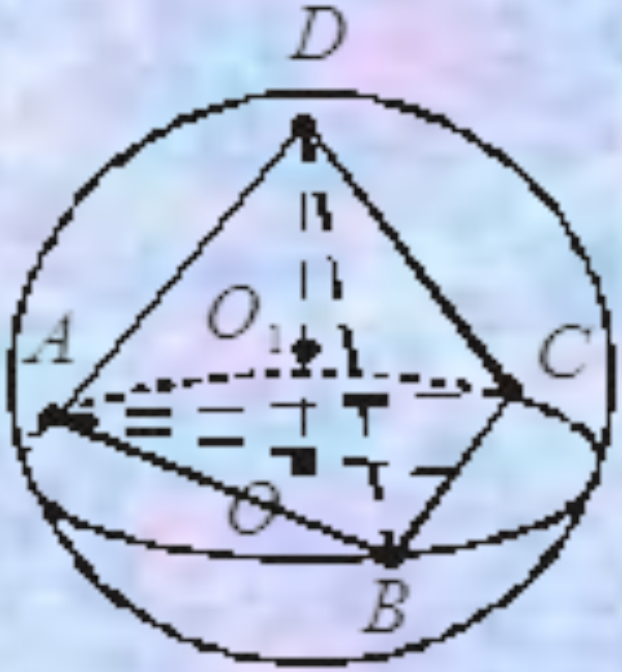


Дано: *DABC* – правильная треугольная пирамида, *O* – центр описанного шара, *h* – высота пирамиды, *R* – радиус описанного шара, *b* – боковое ребро пирамиды.

Докажите справедливость формулы

$$R = \frac{b^2}{2h}.$$

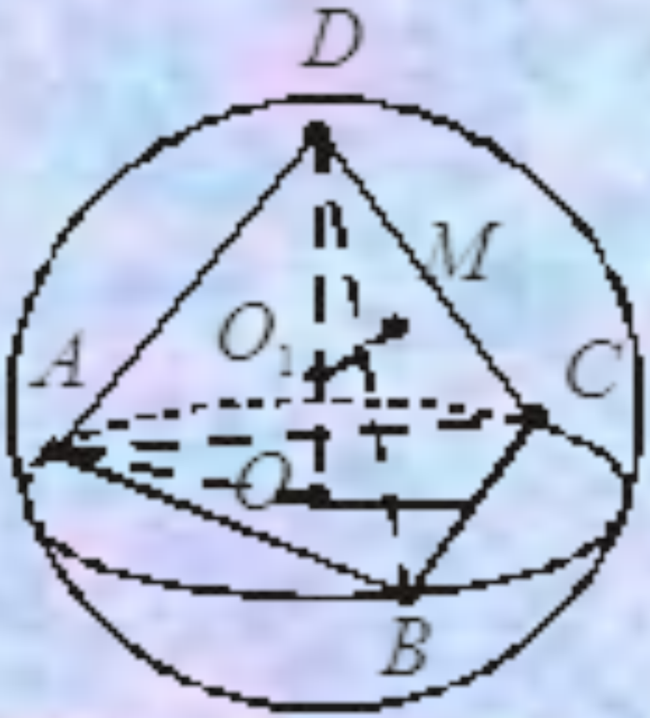
Задача № 2.



Дано: $DABC$ – правильная треугольная пирамида, O – центр описанного шара, $DO_1 : O_1O = 2 : 1$.

Найдите: $\angle DAO$.

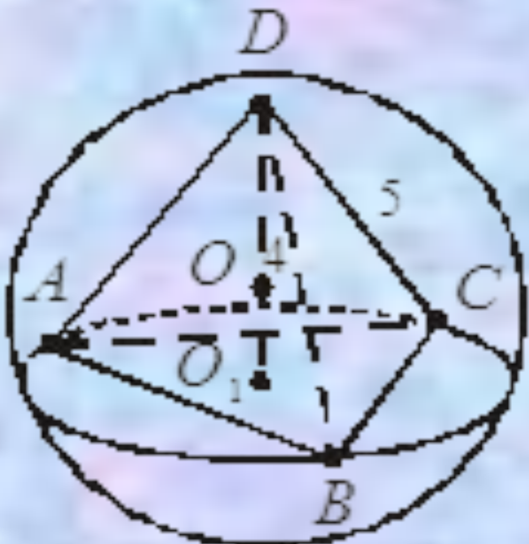
Задача № 3



Дано: $DABC$ – правильная треугольная пирамида, O_1 – центр описанного шара, $O_1M \perp (BDC)$.

Докажите, что: $\frac{BM}{DO} = \frac{DO_1}{DK}$.

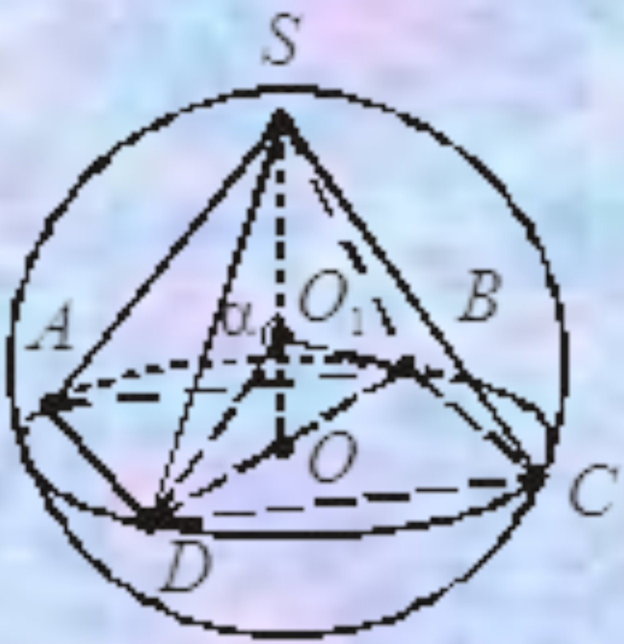
Задача № 4



<u>Дано: </u>$DABC$ – правильная треугольная пирамида, O – центр описанного шара, $DO_1 = 4$, $DC = 5$.

<u>Найдите:</u> $R_ш$.

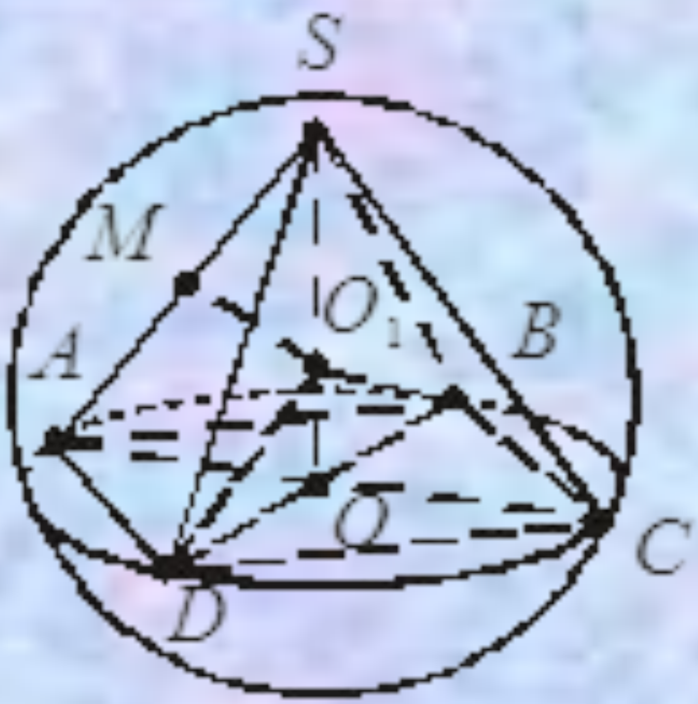
Задача № 5.



<u>Дано:</u> *SABCD* – правильная треугольная пирамида, O_1 – центр описанного шара, $DS = DB$.

<u>Докажите</u>, что $\alpha = 120°$.

Задача № 6



Дано: $SABCD$ – правильная треугольная пирамида, O_1 – центр описанного шара, $AM = MS$.

Докажите, что

$SA \cdot SM = SO_1 \cdot SO$.