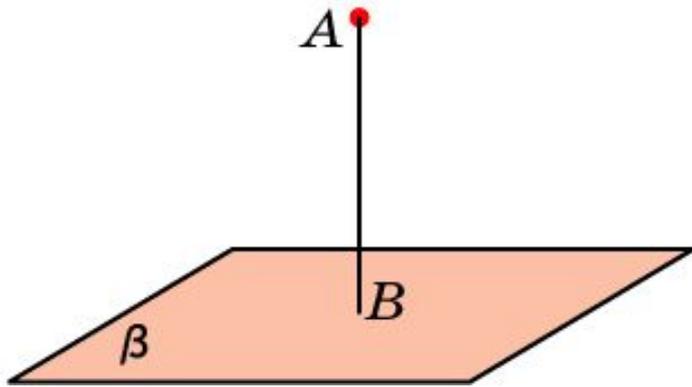


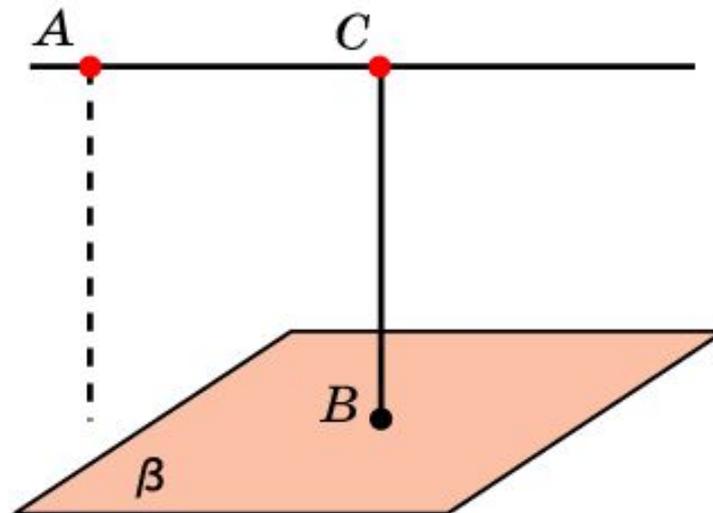
# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ



Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость.

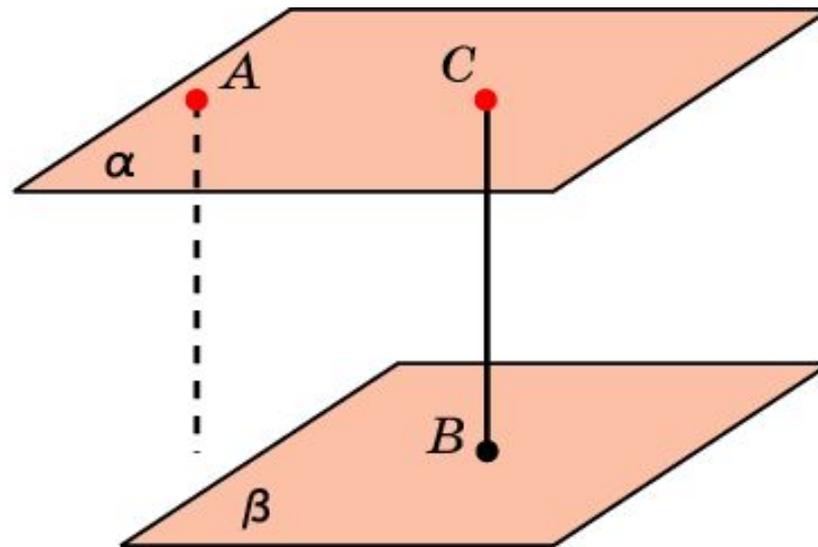
## РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ 2

Иногда основание перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость, не попадает на участок плоскости, изображенный на рисунке. В этом случае можно воспользоваться тем, что расстояние от точки до плоскости равно расстоянию от прямой, проходящей через данную точку и параллельной данной плоскости, до этой плоскости. При этом перпендикуляр, опущенный из любой точки этой прямой на данную плоскость, будет равен расстоянию от исходной точки до плоскости.



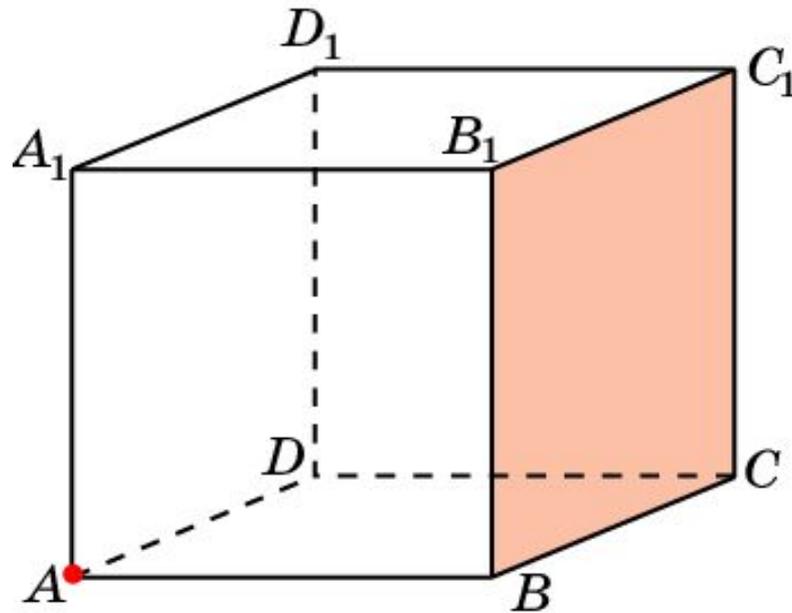
## РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ 3

Расстояние от точки до плоскости равно также расстоянию между параллельными плоскостями, одна из которых – данная плоскость, а другая проходит через данную точку. При этом перпендикуляр, опущенный из любой точки этой плоскости на данную плоскость, будет равен расстоянию от исходной точки до плоскости.



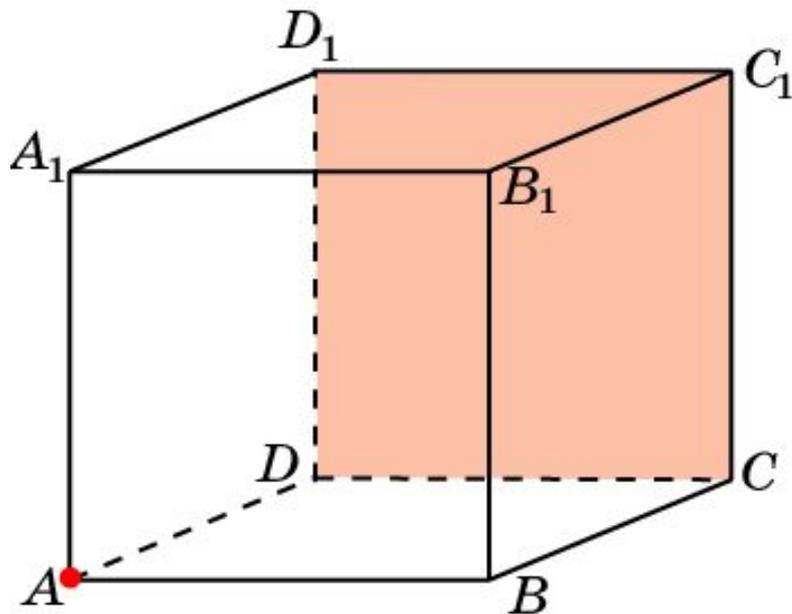
# Куб 1

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BCC_1$ .



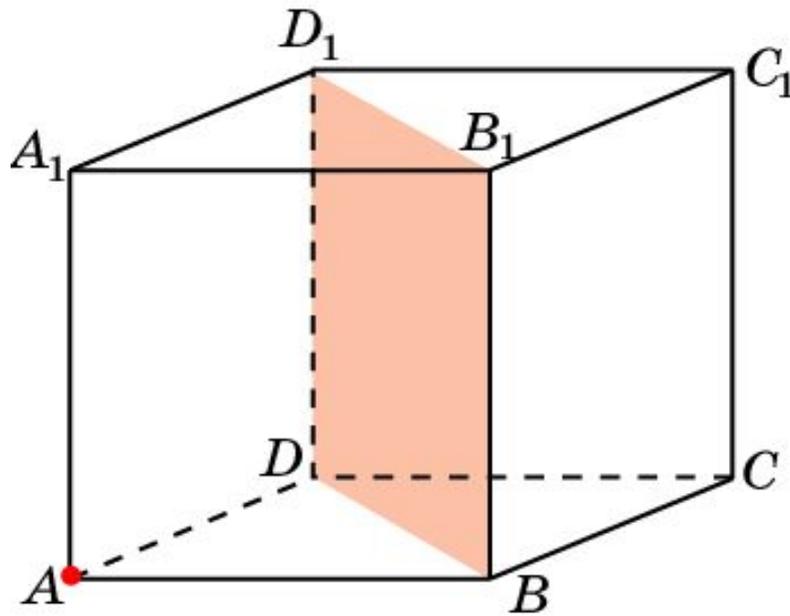
## Куб 2

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $CDD_1$ .



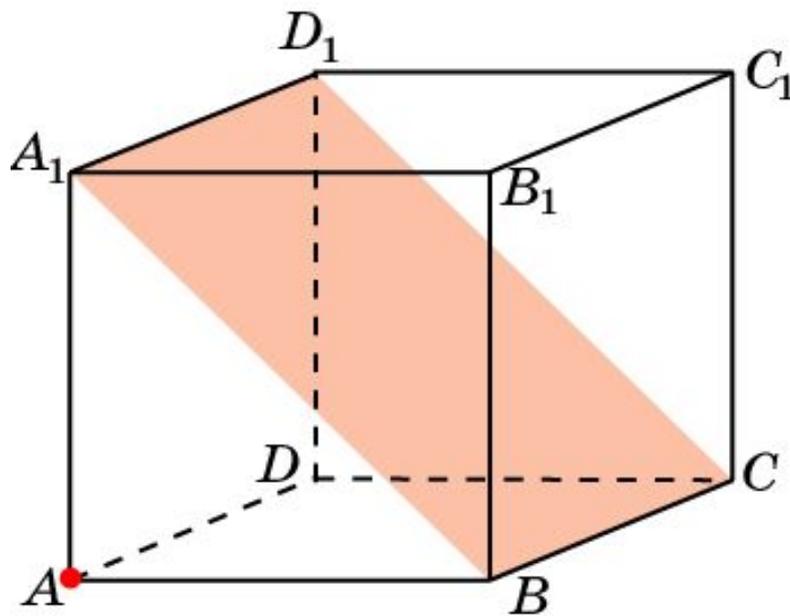
## Куб 4

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BB_1D_1$ .



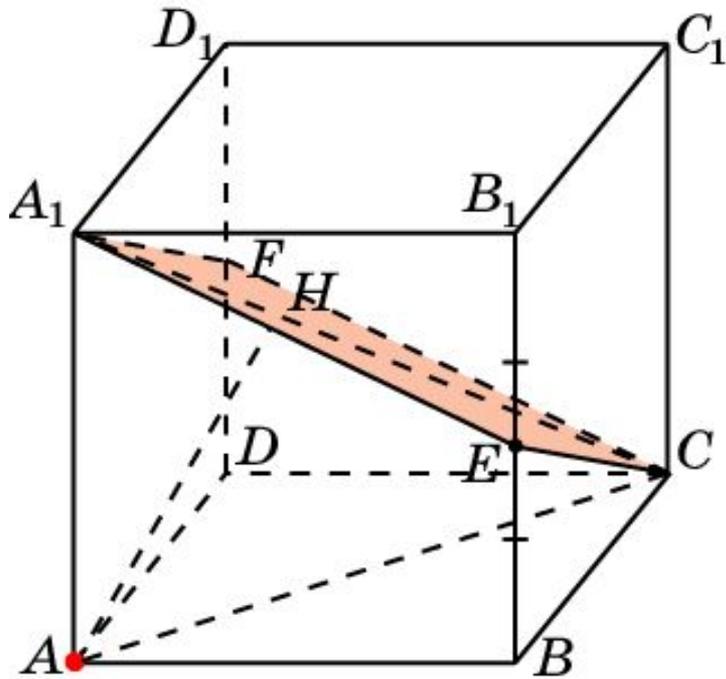
## Куб 5

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $B_1CD_1$ .



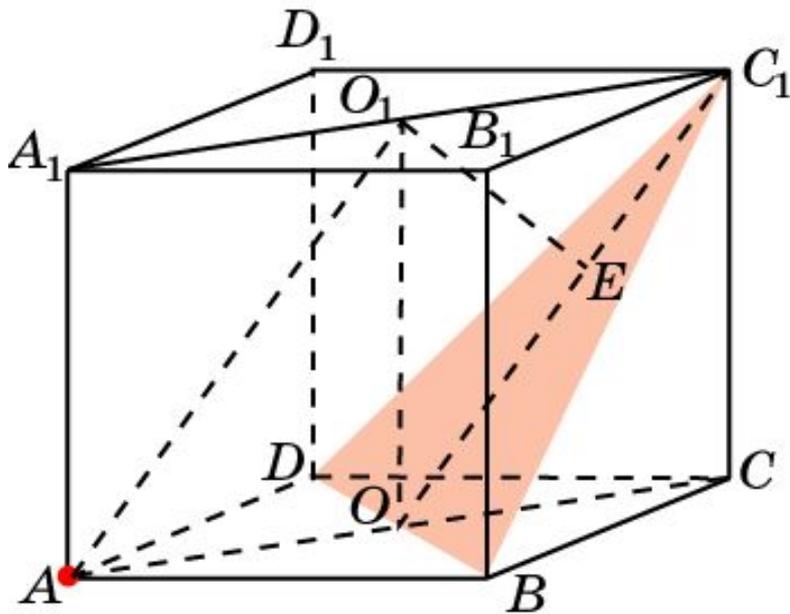
## Куб 9

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости, проходящей через вершины  $C$ ,  $A_1$  и середину ребра  $BB_1$ .



# Куб 10

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BC_1D$ .

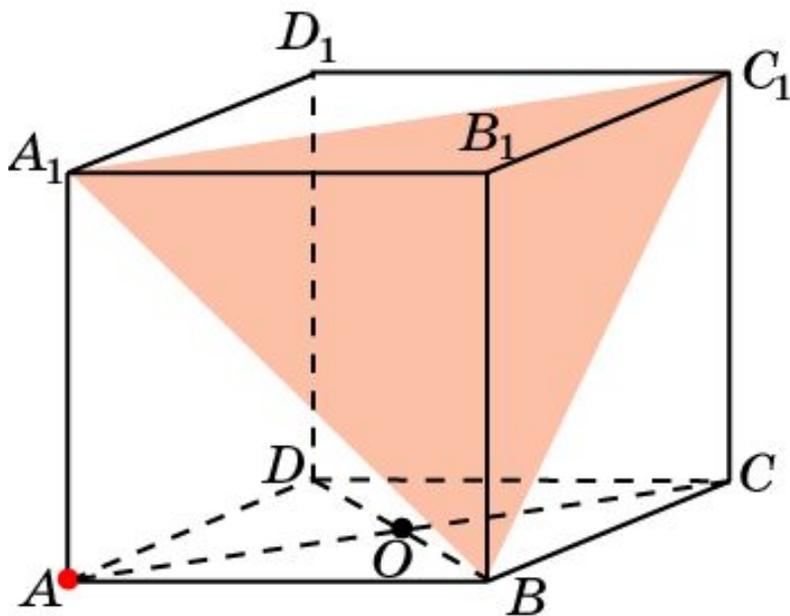


Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Решение:** Обозначим  $O$  и  $O_1$  – центры граней куба. Прямая  $AO_1$  параллельна плоскости  $BC_1D$  и, следовательно, расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BC_1D$  равно расстоянию от точки  $O_1$  до этой плоскости, т.е. высоте  $O_1E$  треугольника  $OO_1C_1$ . Имеем  $OO_1 = 1$ ;  $O_1C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $OC_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$ . Следовательно,  $O_1E = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

# Куб 11

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BA_1C_1$ .

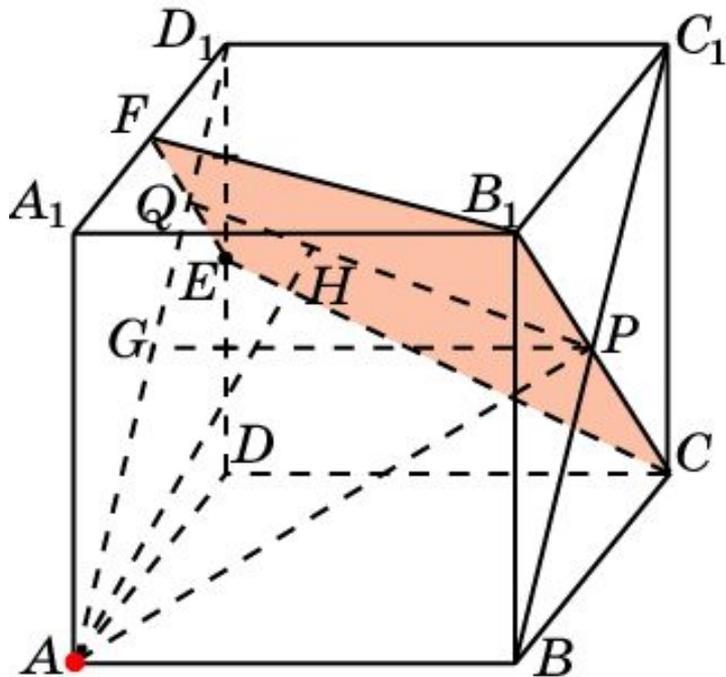


**Решение:** Прямая  $AC$  параллельна плоскости  $BA_1C_1$ . Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию от центра  $O$  грани  $ABCD$  куба до плоскости  $BA_1C_1$ . Из предыдущей задачи следует, что это расстояние равно  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

## Куб 12 Рассмотрите данное решение

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости, проходящей через вершины  $C$ ,  $B_1$  и середину ребра  $DD_1$ .



**Решение:** Сечением куба данной плоскостью является равнобедренная трапеция  $CEFB_1$ . Плоскость  $ABC_1$  перпендикулярна плоскости  $CEF$ .

Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $APQ$ . Имеем

$$AP = \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad AQ = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \quad PQ = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

Следовательно, высота  $AH$  равна высоте  $PG$  треугольника  $APQ$  и равна 1.

**Ответ:** 1.

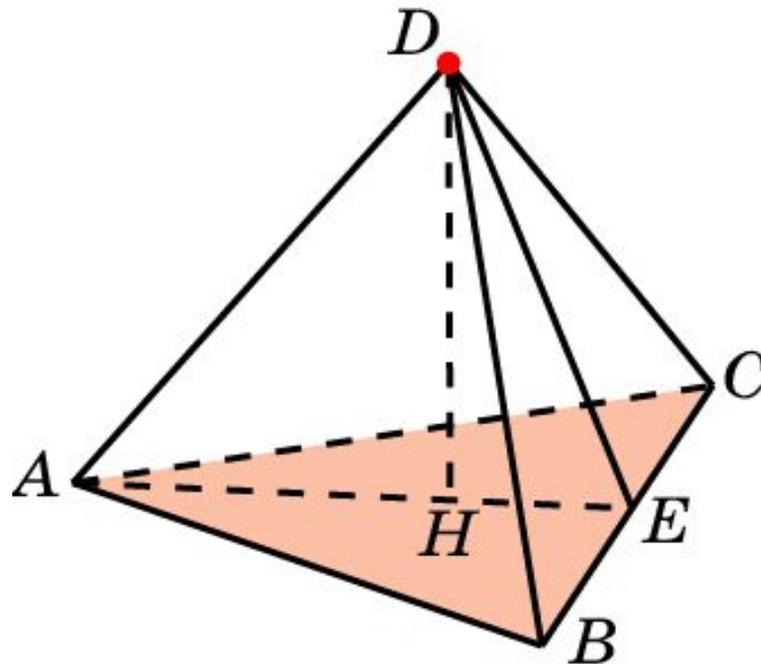
# Куб 13

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости, проходящей через вершины  $A$ ,  $D_1$  и середину ребра  $BB_1$ .

*К решению обязательно выполните чертеж*

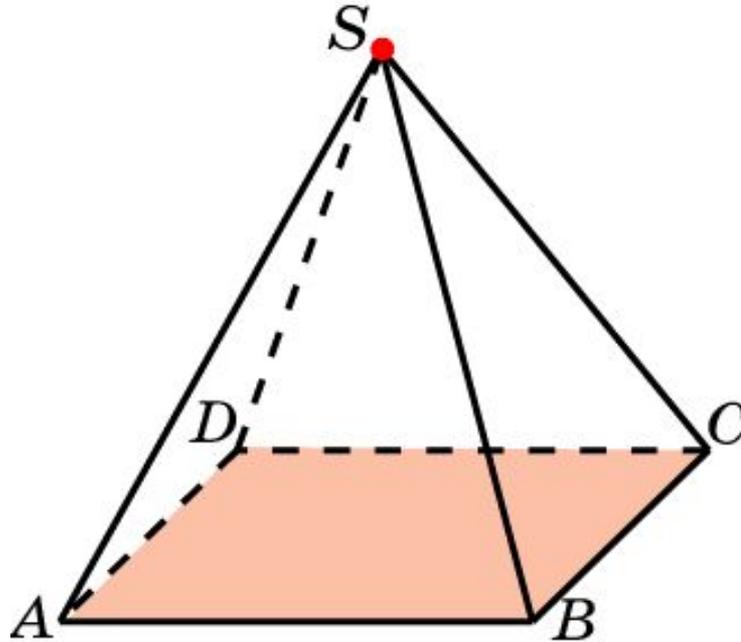
# Пирамида 1

В правильном тетраэдре  $ABCD$  найдите расстояние от вершины  $D$  до плоскости  $ABC$ .



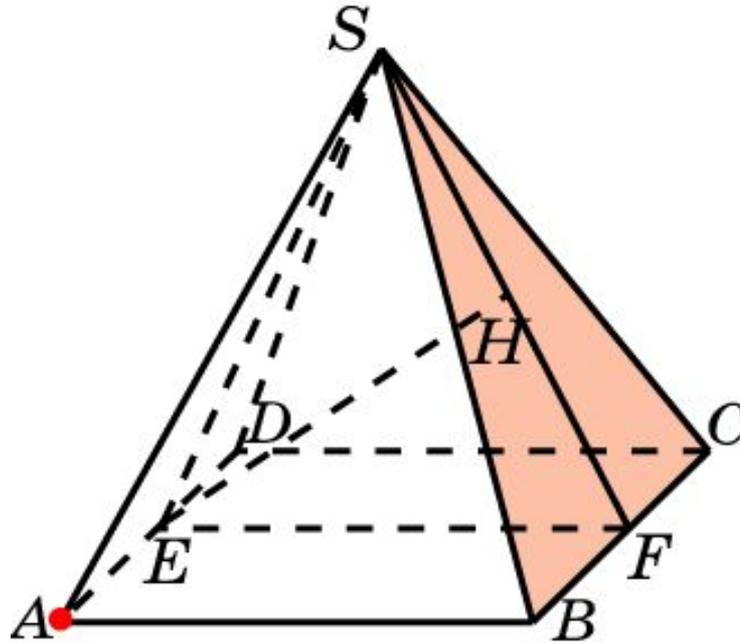
## Пирамида 3

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .



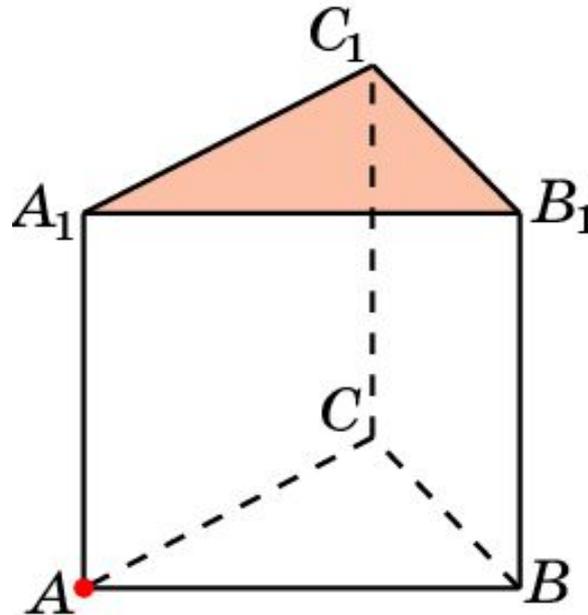
## Пирамида 4

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $SBC$ .



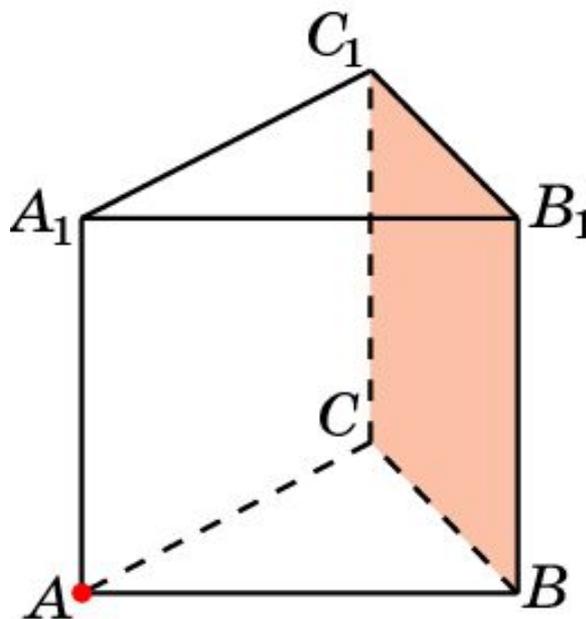
# Призма 1

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между точкой  $A$  и плоскостью  $A_1B_1C_1$ .



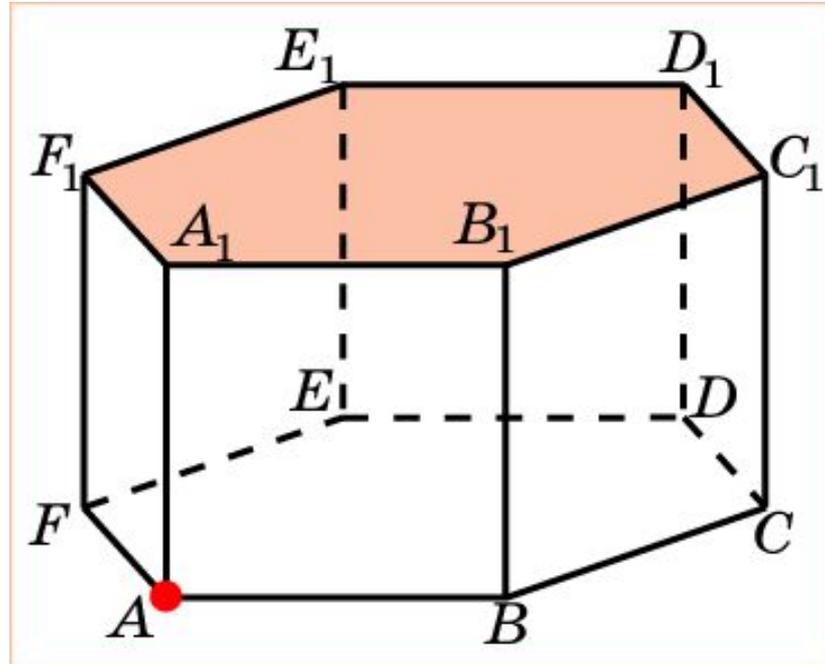
## Призма 2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между точкой  $A$  и плоскостью  $BB_1C_1$ .



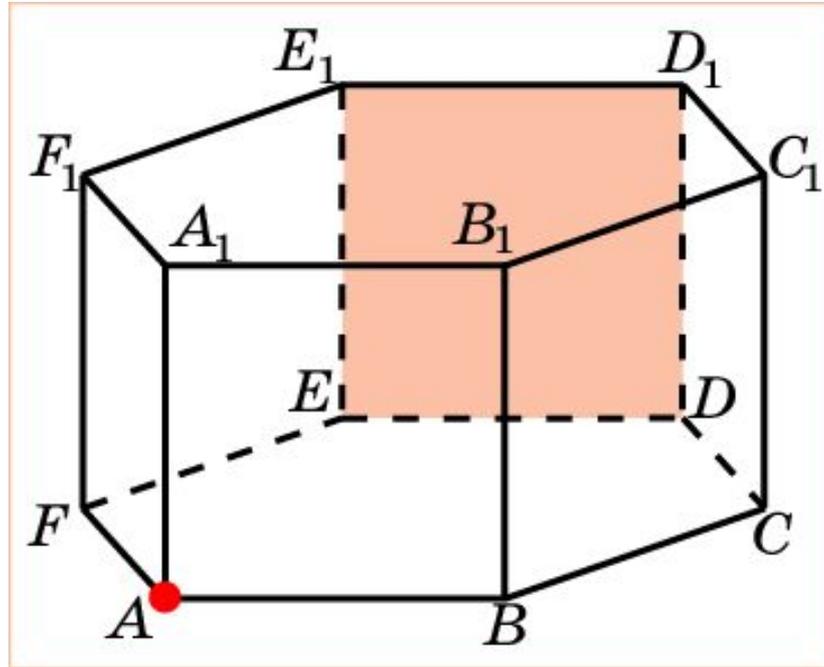
# Призма 7

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $A_1B_1C_1$ .



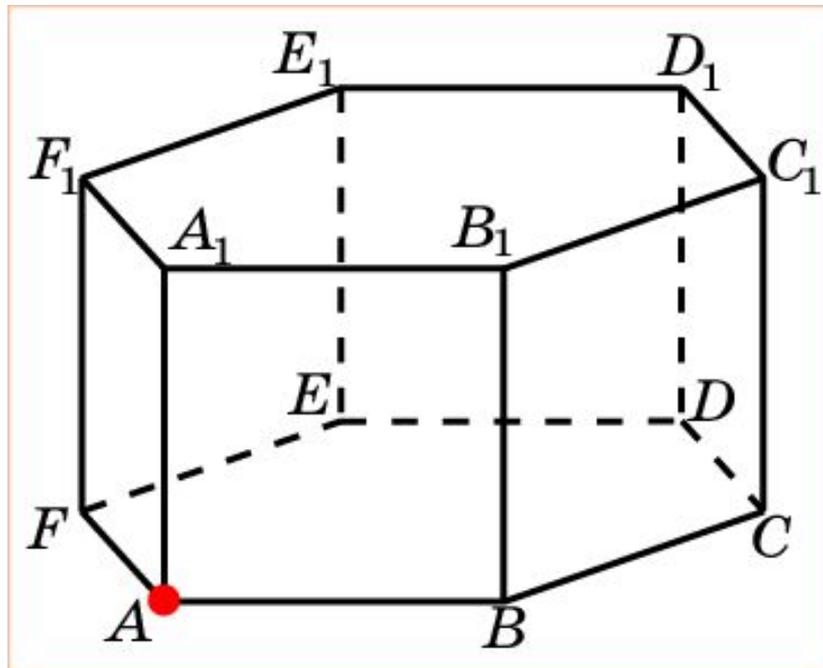
# Призма 8

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $DEE_1$ .



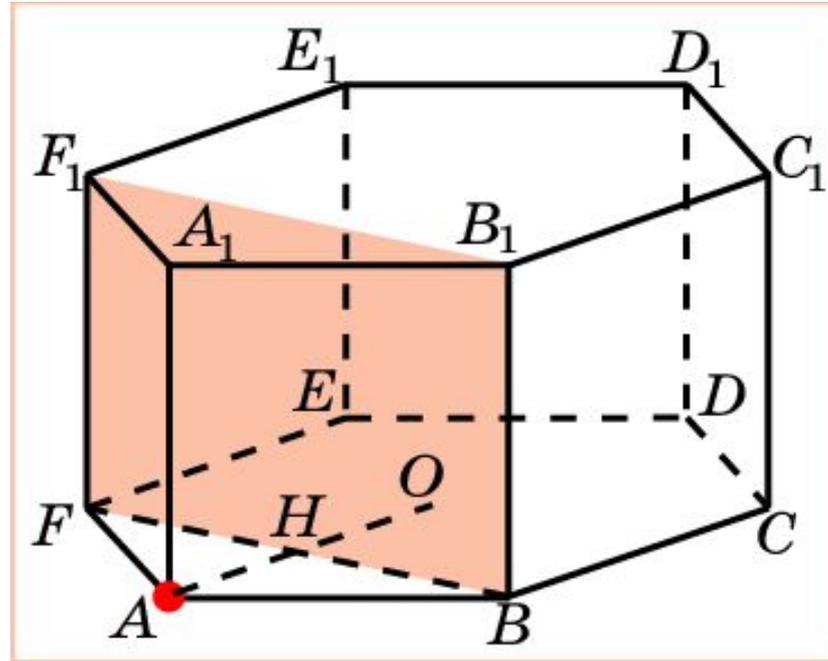
## Призма 9

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $CDD_1$ .



# Призма 14

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BFF_1$ .



**Решение:** Пусть  $O$  – центр нижнего основания,  $H$  – точка пересечения  $AO$  и  $BF$ . Тогда  $AH$  – искомое расстояние. Оно равно  $\frac{1}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

# Призма 16

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $CF_1F_1$ .

