

Интегралы в физике

1. Вычисление пути по известным законам изменения скорости.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Решим задачу:

Тело движется прямолинейно со скоростью, которая изменяется по закону $v=2t+1$ (м/с). Найти путь, который пройдёт тело за интервал времени от $t_1=1$ с, до $t_2=3$ с.

$$s = \int_1^3 (2t + 1) dt = \left(2 \cdot \frac{t^2}{2} + t \right) \Big|_1^3 = \\ = (9 + 3 - (1 + 1)) = 10(\mathcal{M}).$$

2. Вычисление работы переменной силы

$$A = \int_a^b F(x) dx$$

Решим задачу:

Вычислить работу, которую надо выполнить, чтобы откачать воду из ямы глубиной 4м, имеющей квадратное сечение со стороной 2м. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

$$A(x) = \int_0^4 4 \rho g (4 - x) dx = 4 \rho g (4x - \frac{x^2}{2}) \Big|_0^4$$

$$x \in [0; 4], \quad g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$$
$$4 \rho g (4x - \frac{x^2}{2}) \Big|_0^4 = 4 \rho g (16 - 8) =$$

$$= 32 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \approx 313,6 \cdot 10^3 \text{ (Дж)} \approx$$

$$\approx 3,1 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

3. Вычисление массы неоднородного стержня.

если $\rho(l)$ – плотность стержня,

то
$$m = \int_{l_1}^{l_2} \rho(l) dl$$

Решим задачу:

Найти массу стержня длиной 35см, если его линейная плотность изменяется по закону $\rho(l) = (4l + 3)$ (кг/м)

$$m = \int_0^{0,35} (4l + 3) dl = (2l^2 + 3l) \Big|_0^{0,35} =$$
$$= 1,295 \approx 1,3 \text{ (кг)}$$

4. Вычисление количества электричества.

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt.$$

Решим задачу:

Найти количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за 10с, если сила тока изменяется по закону $I(t)=(4t+1)(A)$

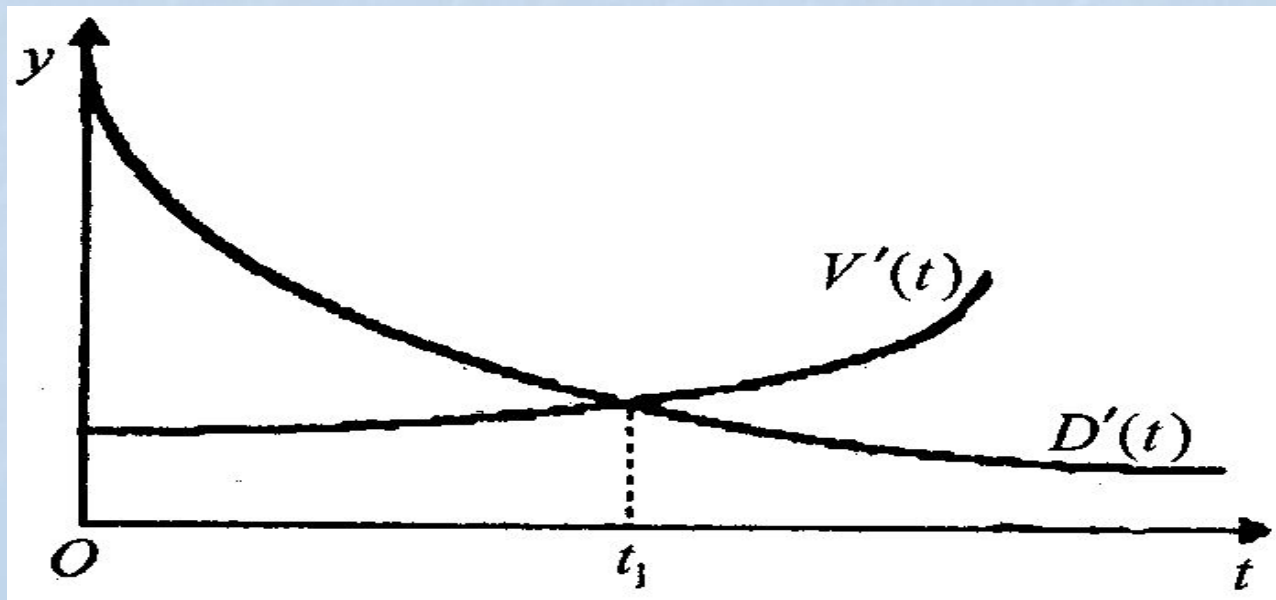
$$q = \int_0^{10} (4t + 1) dt = (2t^2 + t) \Big|_0^{10} = 210(\text{Кл})$$

| № п/п | Величини | Знаходження похідної | Знаходження інтеграла |
|----------|--|-------------------------|-----------------------------------|
| 1 | s — переміщення v — швидкість | $v(t) = s'(t)$ | $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ |
| 2 | A — робота F — сила | $F(x) = A'(x)$ | $A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$ |
| 3 | A — робота N — потужність | $N = A'(t)$ | $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$ |
| 4 | m — маса тонкого стержня ρ — лінійна густина | $\rho(x) = m'(x)$ | $m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$ |
| 5 | q — електричний заряд I — сила струму | $I(t) = q'(t)$ | $q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$ |
| 6 | Q — кількість теплоти C — теплоємність | $c(t) = Q'(t)$ | $Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$ |
| 7 | v — швидкість руху a — прискорення | $a(t) = v'(t)$ | $v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$ |

Интегралы в ЭКОНОМИКЕ

Общую прибыль за время t_1 можно найти по формуле:

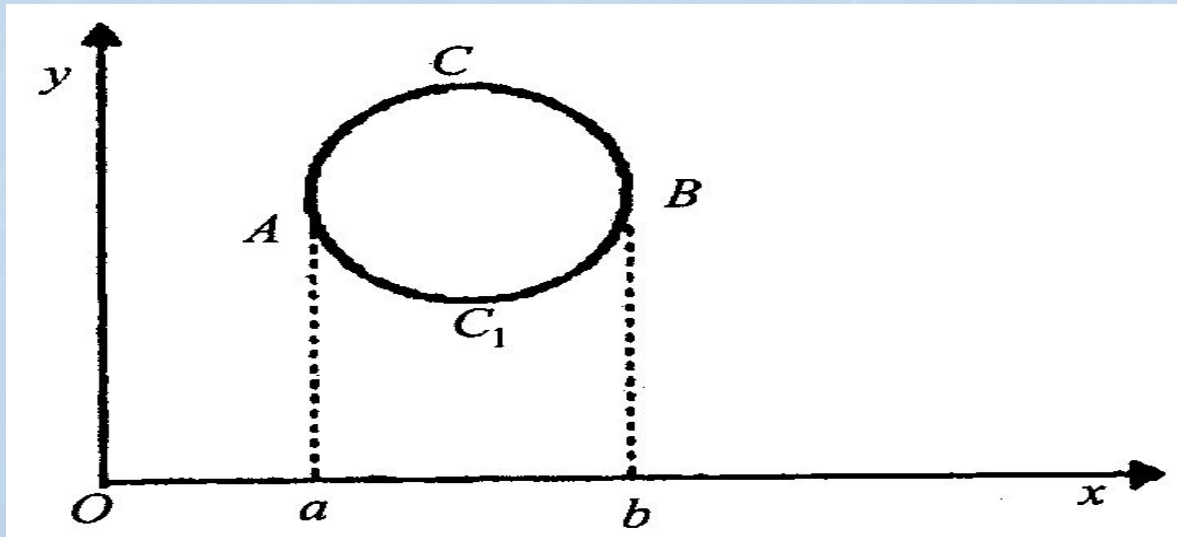
$$P(t) = \int_0^{t_1} P'(t) dt = \int_0^{t_1} (D'(t) - V'(t)) dt$$



Интегралы в биологии

Средняя длина пути, который пролетают птицы, пересекая некоторую фиксированную область, вычисляется по формуле:

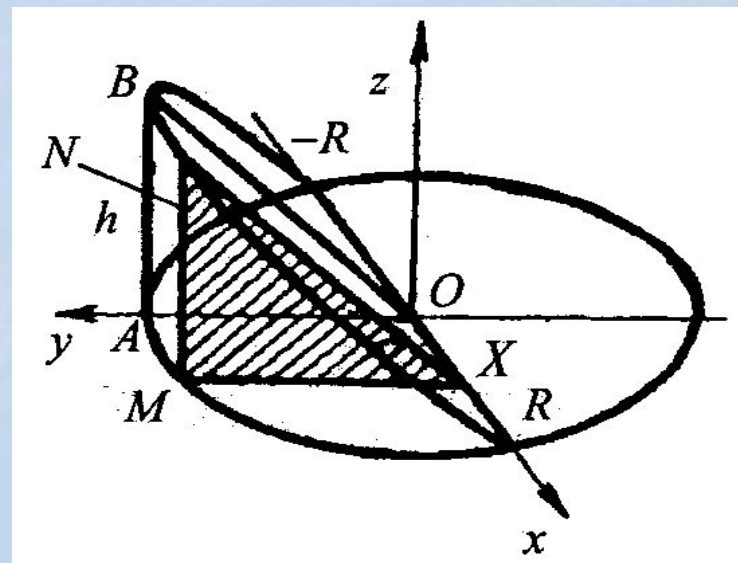
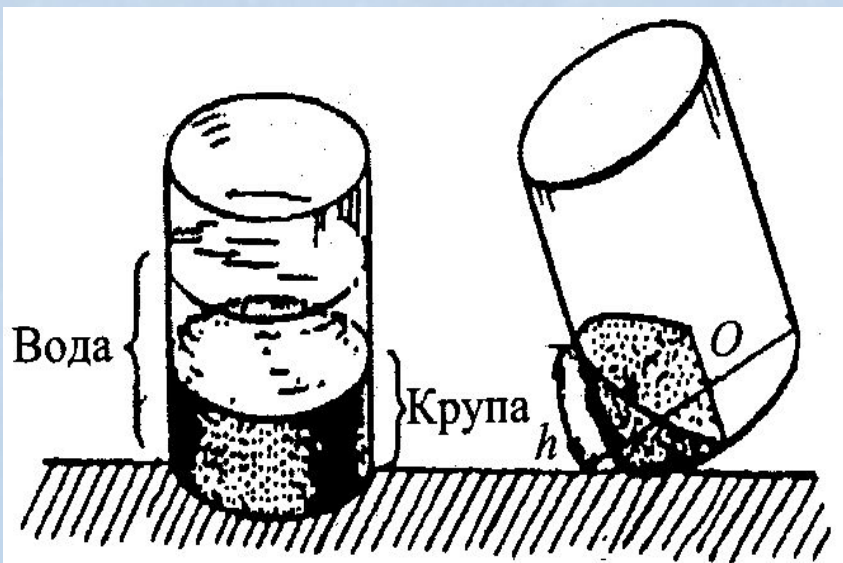
$$L = \frac{\int_a^b (f(x) - f_2(x)) dx}{b - a} = \frac{\pi R^2}{2R} = \frac{\pi R}{2}$$



Интегралы в быту

Чтобы каша была вкусной, нужно такое отношение воды и круп:

$$\frac{V_v}{V_{кр}} = \pi - 1$$



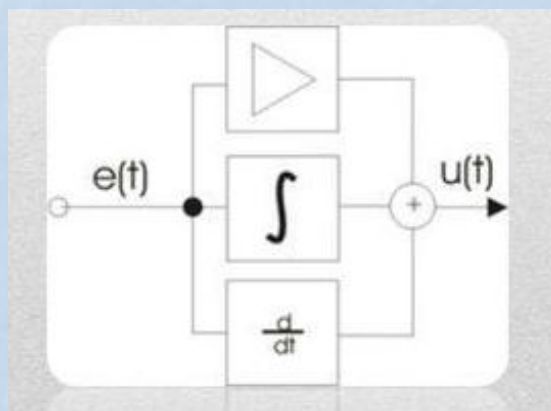
Интегралы в науке

Все процессы в природе, в которых постоянно меняются какие-то параметры, например время, температура, давление, координаты, изучаются и вычисляются только с помощью дифференциального и интегрального исчисления. Интегралы при этом только азы. Без них не вычислишь даже площадь какой-либо криволинейной поверхности.

Математика вообще развивает логическое мышления, что всем полезно, Конечно, они забываются, если эти знания по жизни не востребованы. Но это не значит, что их вообще не нужно изучать. При обучении важно понять смысл мат аппарата в целом и научиться применять его к решению бытовых задач, выработать определенный стиль мышления при котором ты не будешь полагаться на интуицию при принятии каких-то решений, а сможешь точно оценить результат и следствии поступков. Большинство интегралов получены как мат модели каких-либо естественных процессов в рамках медицины, биологии, химии, экономики, и т.д. Конкретно математический анализ, внутри которого выводятся методы решения интегралов, помогает понять откуда что взялось.

Интегралы в технике

Также интегралы нашли себе широкое применение и в технике. Например в ПИД-регуляторе с использованием его интегральной составляющей. Её используют для устранения статической ошибки. Она позволяет регулятору учесть статическую ошибку.



Презентацию
подготовил:
Кирилл Ким