

Лекція 4

Статистична інтерпретація
хвильової функції.

Співвідношення невизначеностей
Гейзенберга.

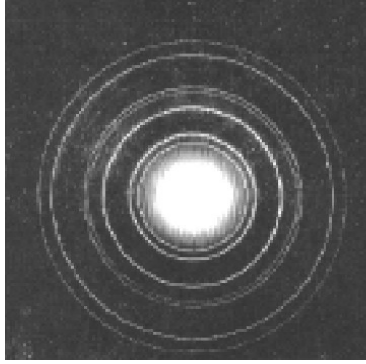
Критерій квантовості об'єктів.
Рівняння Шредінгера.

Хвильова функція електронів та її фізичний

“ Ми звільняємо сили від їх класичного обов’язку – безпосередньо визначати рух – і накладаємо на них нові обов’язки – визначати ймовірність станів ”

Макс Борн

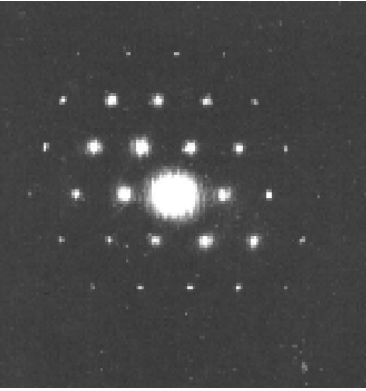
Фізичний зміст хвильової функції



Дифракційні дослідження показали, що *хвильові властивості* притаманні *окремим мікрочастинкам*, а не лише їх сукупності.

Кожна *мікрочастинка* *взаємодіє з усією дифракційною ґраткою* і одночасно *реєструється детектором як окрема частинка*.

При повторенні дослідження частинка буде зареєстрована іншим детектором

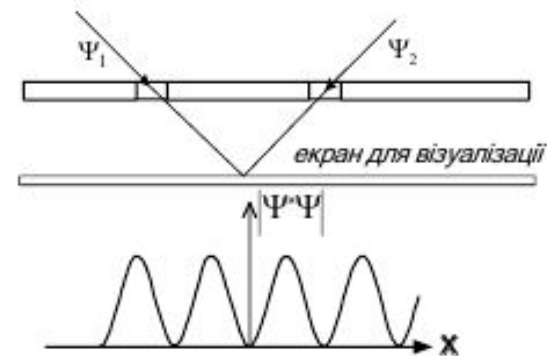
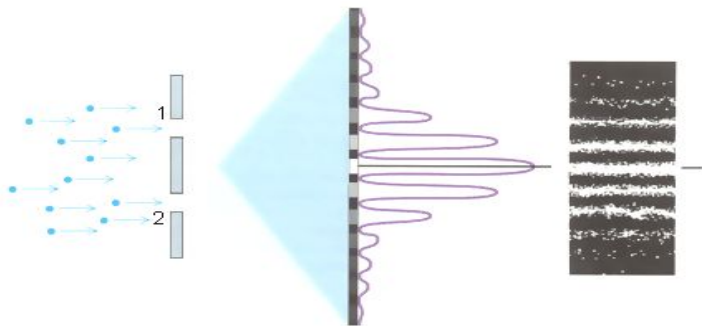


Це дає підстави застосувати *статистичну інтерпретацію* для елементарних взаємодій. Вперше ця гіпотеза була висловлена **Максом Борном** у 1926 р.



- Гіпотеза Борна: Хвильова функція мікрочастинки є принципово комплексною, яка не спостерігається. **Фізичний зміст має лише квадрат модуля хвильової функції, що визначає густину імовірності знайти мікрочастинку в заданій області простору.**
- Для хвильових функції виконується **принцип суперпозиції**: якщо мікрочастинка може перебувати в стані з хвильовою функцією або в стані то вона може знаходитись і в стані, що є лінійною комбінацією цих хвильових функцій

$$\Psi = C_1 \Psi_1(r, t) + C_2 \Psi_2(r, t)$$



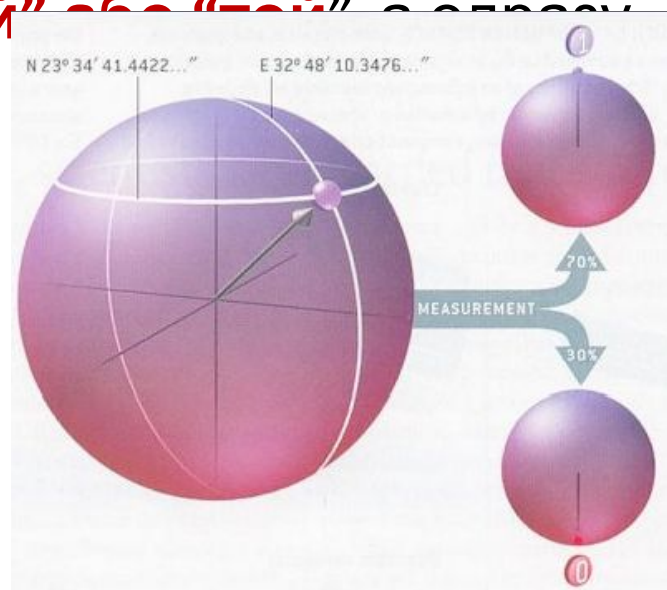
- На відміну від класичної фізики, у квантовій механіці при вимірюваннях отримують лише один з можливих станів: $\Psi_1(r,t)$ з імовірністю $|C_1|^2$ та $\Psi_2(r,t)$ з імовірністю $|C_2|^2$

Квантова механіка допускає наявність проміжних станів, в яких фізичні величини не мають визначених значень.

Суть **квантово-механічної логіки**: квантова система можливих станів вибирає **не "той" або "той"** а **"той" і "той"**



Уявний експеримент з котом Шредінгера як ілюстрація принципу суперпозиції



Квантовий біт (кубіт) як носій квантової інформації

Умови для хвильової функції

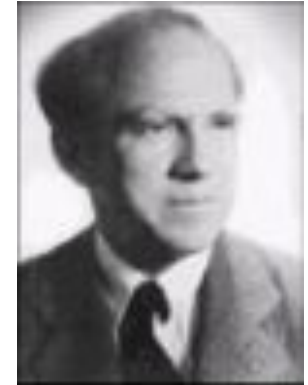
- Функція $\Psi(r, t)$, що характеризує ймовірність виявлення мікрочастинки в елементі об'єму, повинна бути **скінченною** (ймовірність не може бути більшою від одиниці), **однозначною** (ймовірність не може бути неоднозначною величиною) і **неперервною** (ймовірність не може змінюватись стрибком).
- Похідні $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$, повинні бути неперервні.
- Функція повинна бути нормованою:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1$$

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

У **класичній механіці** всяка частинка рухається вздовж **певної траєкторії** так, що фіксовані її координати та імпульс. Мікрочастинки внаслідок наявності в них хвильових властивостей відрізняються від класичних частинок. Одна з основних відмінностей полягає в тому, що **мікрочастинка не має чіткої траєкторії**, і неправомірно говорити одночасно про точні значення її координат та імпульсу.

У 1927 р. **В. Гейзенберг**, враховуючи хвильові властивості мікрочастинок, дійшов до висновку, що об'єкт мікросвіту неможливо одночасно з однаковим ступенем точності характеризувати і координатами, й імпульсом.

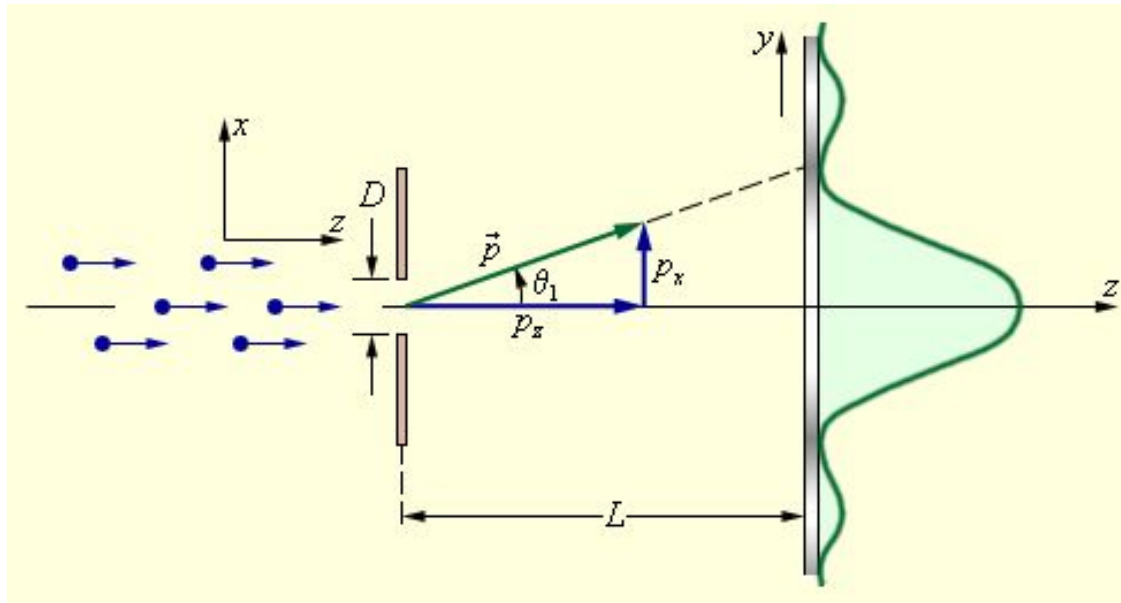


Згідно **принципу невизначеності**, існує принципова границя точності вимірювання. Вона закладена в природі речовини і не може бу-и перевершена ніякими вдосконаленнями приладів та методів вимірювання.

Співвідношення невизначеностей для імпульсу та координати мікрочастинки:

$$\overline{\Delta p_x^2} \cdot \overline{\Delta x^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad \overline{\Delta p_y^2} \cdot \overline{\Delta y^2} \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad \overline{\Delta p_z^2} \cdot \overline{\Delta z^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

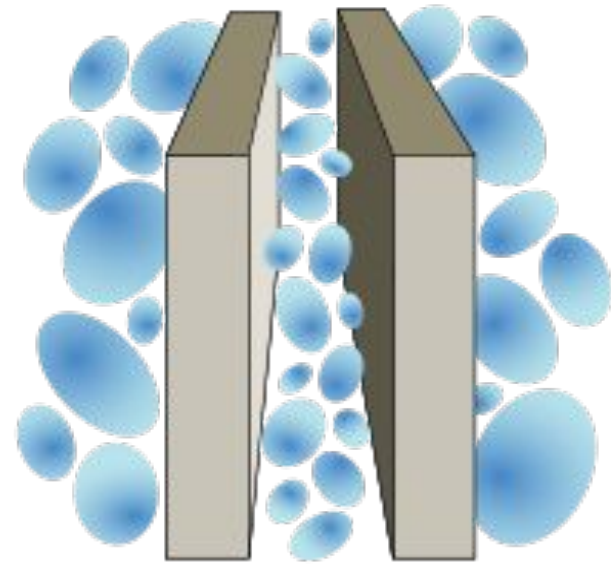
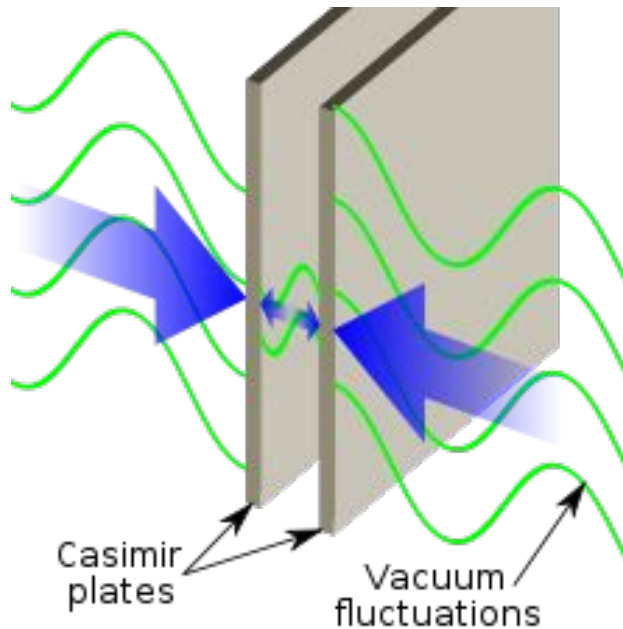
$$\Delta p_x = \sqrt{\overline{\Delta p_x^2}} = \sqrt{\overline{(p_x - \bar{p}_x)^2}} \quad \Delta x = \sqrt{\overline{\Delta x^2}} = \sqrt{\overline{(x - \bar{x})^2}}$$



Співвідношення невизначеностей для енергії та часу:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

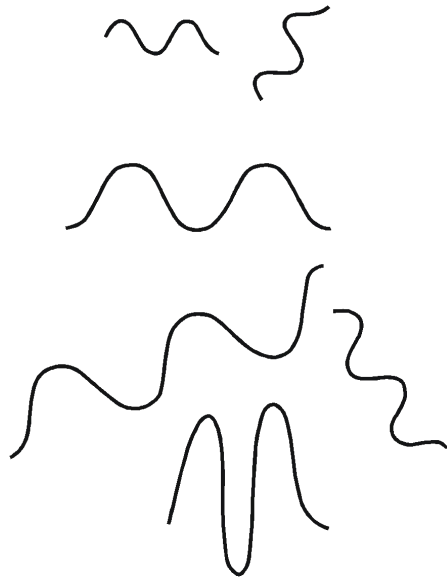
Ефект Казиміра



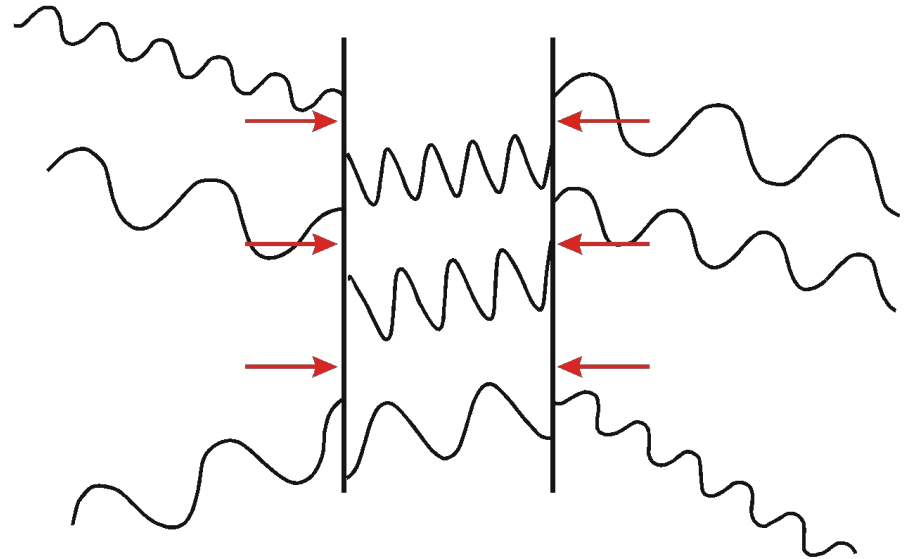
У пустому просторі існує **нескінчена** кількість можливих мод для віртуальних фотонів з **усіма** можливими **частотами** і **напрямами**.

Припустимо, ми маємо дві **відбиваючі** металеві платівки, розташовані близько одна до одної. Всередині простору між платівками віртуальні фотони відбиватимуться від стінок, так що лише **хвилі з певними частотами** зможуть знаходитися всередині, інші моди будуть виключені .

Кількість вібраційних мод віртуальних фотонів (кожна з яких має момент та енергію) буде **більшою ззовні** платівок, ніж всередині: платівки будуть притягуватись одна до одної.



У вакуумі може існувати нескінчена кількість віртуальних фотонів з усіма можливими напрямками та частотами



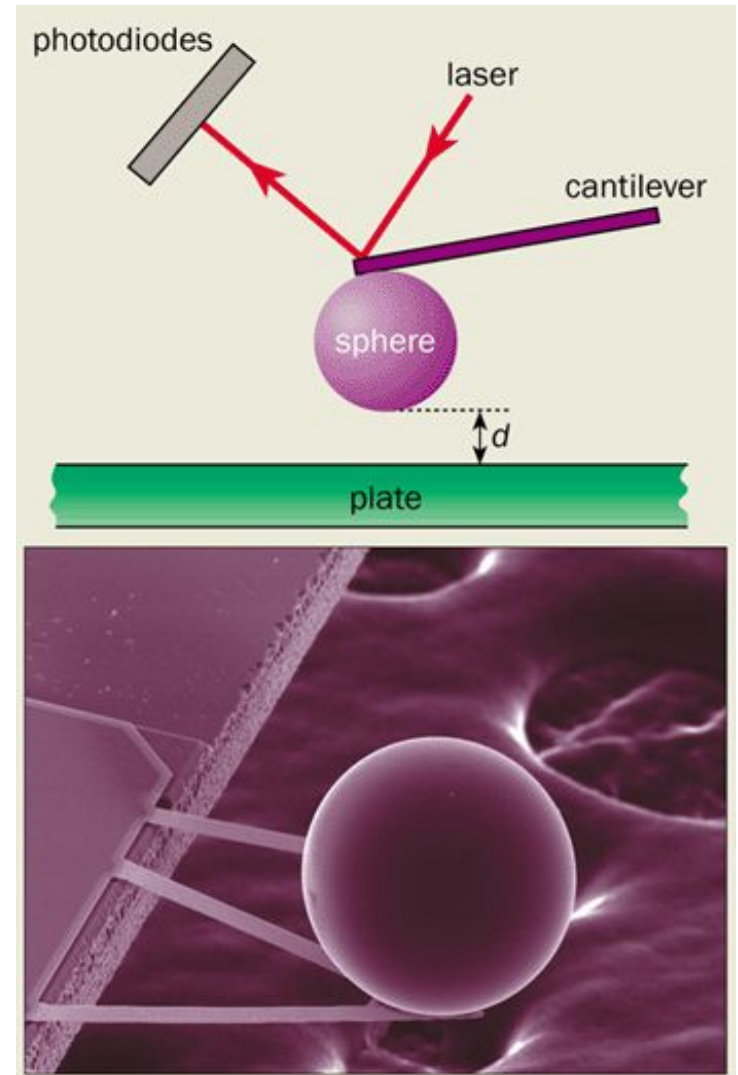
Лише фотони з певними частотами можуть існувати у просторі між платівками. Віртуальних фотонів менше всередині простору між платівками, ніж ззовні.

Експериментальне підтвердження існування сил Казиміра (ефект Казиміра-Ліфшица, 1997 р.)

В експерименті було використано полістиренову сферу діаметром **200 мкм**, вкриту шаром золота. Її було розташовано у рідині (бромбензолі) на відстані **0,1 мкм** від плоского кварцового диску,

Результуюча взаємодія об'єктів фіксувалось за відхиленням лазерного променя.

Сила Казиміра була виміряна з точністю **1%** від розрахованого значення.



Наслідки співвідношень невизначеності:

1. Неможливі стани, в яких частинка знаходиться у стані спокою.
2. Під час розгляду руху квантового об'єкта необхідно відмовитись від поняття класичної траєкторії.
3. В квантовій механіці втрачає сенс поділ повної енергії частинки як квантового об'єкта на потенціальну та кінетичну.
Енергія мікрочастинки повинна визначатись та вимірюватись лише як **повна** енергія

Висновки

1. Мікрооб'єкти мають хвильові та корпускулярні властивості (корпускулярно-хвильовий дуалізм) й тому вони не є ні частинками, ні хвилями в класичному розумінні слова.
2. Стан частинок описується хвильовими функціями. Хвильова функція вільної частинки - плоска хвиля де Бройля
3. Мікрочастинки не мають певних траєкторій в класичному розумінні слова. Для них лише зберігаються такі класичні характеристики, як m - маса та e - заряд.
4. Мікрочастинка уявляється "розмазаною" в просторі. Квадрат амплітуди хвильової функції характеризує густину ймовірності знаходження частинки в даній точці простору. Швидкість мікрочастинки збігається з груповою швидкістю хвиль, які визначають її стан.
5. Хвильова функція повинна задовольняти умовам скінченності, однозначності, неперервності, ортонормованості і принципу суперпозиції. Ймовірний характер поведінки елементарних частинок стає їхньою властивістю, на відміну від класичної фізики, де ймовірність застосовується для опису ансамблів класичних частинок.

Висновки

6. Принципово неможливо точно вимірювати координату мікрочастинки вздовж даної осі і проекцію імпульсу на ту ж саму вісь. Невизначеність в значеннях Δp зв'язані співвідношенням невизначеності $\Delta p * \Delta x \geq h$
7. Принципово неможливо точно вимірювати енергію частинки через короткий інтервал часу. Чим більше проміжок часу, тим точніше може бути визначена енергія стану. Стаціонарний стан існує нескінченно довго. Тому його енергія має певне значення.
8. Співвідношення невизначеностей не визначає границю пізнання природи, а лише вказує, з якою похибкою можна описувати складний об'єкт, що має хвильові та корпускулярні властивості, за допомогою понять класичної фізики.
9. Співвідношення невизначеностей і сама квантова механіка не порушують принципу причинності. Порушується лише лапласівський детермінізм, бо тепер стан частинки описується ймовірністю. Тому причинно-наслідкові зв'язки тепер виявляються більш складними і визначаються зміною в часі простору ймовірності

Рівняння Шредінгера

Основна задача квантової механіки це пошуки такого **рівняння**, розв'язок якого дозволяло б **знаходити хвильові функції** для всіх станів частинок у будь-яких полях. Таке рівняння, як і інші фундаментальні рівняння фізики, не виводиться, а постулюється на основі узагальнення існуючого досвіду, і перевіряється на різноманітних прикладах його застосування при розв'язуванні конкретних задач.

Рівняння для хвильової функції було запропоновано австрійським фізиком, лауреатом Нобелівської премії 1933 року **Ервіном Шредінгером**



Загальне часове рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\mathbf{r}, t)$$

оператор Гамільтона для нестационарної квантової системи

Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

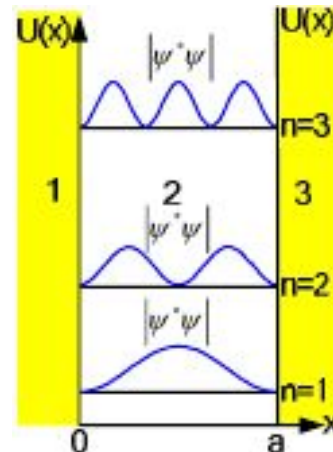
$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, z)$$

оператор Гамільтона для стаціонарної квантової системи

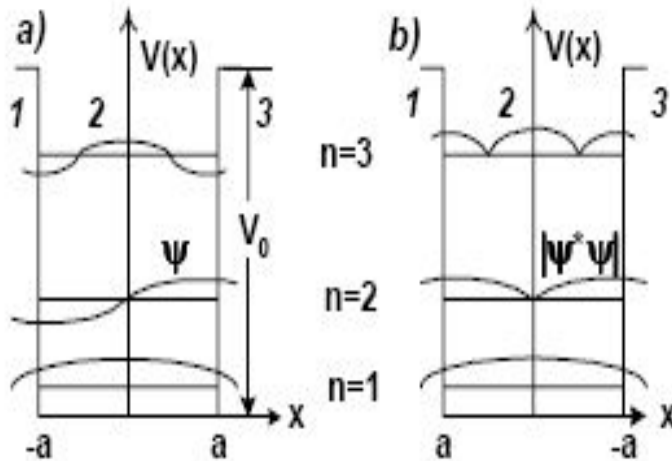
Аналіз показує, що для випадків, коли $U(x, y, z) \neq 0$, задовольнити умовам скінченності, однозначності, неперервності й ортонормованості можна лише при певних власних значеннях, які можуть бути дискретними або неперервними. Тому розв'язок рівняння Шредінгера дає:

- спектр власних значень E_n та
- набір ортонормованих хвильових функцій $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots$

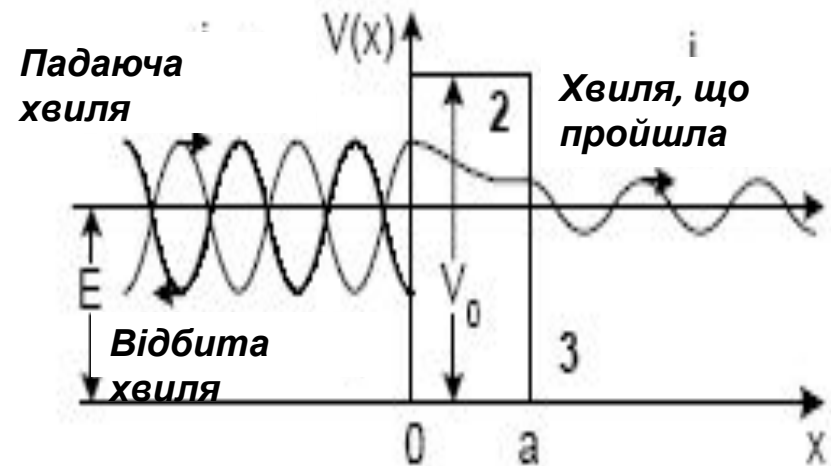
Прямокутна потенціальна яма з нескінченно високими стінками



Тунельний ефект



Потенціальна яма зі стінками скінченної висоти. Зліва – хвильові функції для перших трьох енергетичних рівнів; справа – відповідна густина імовірності.



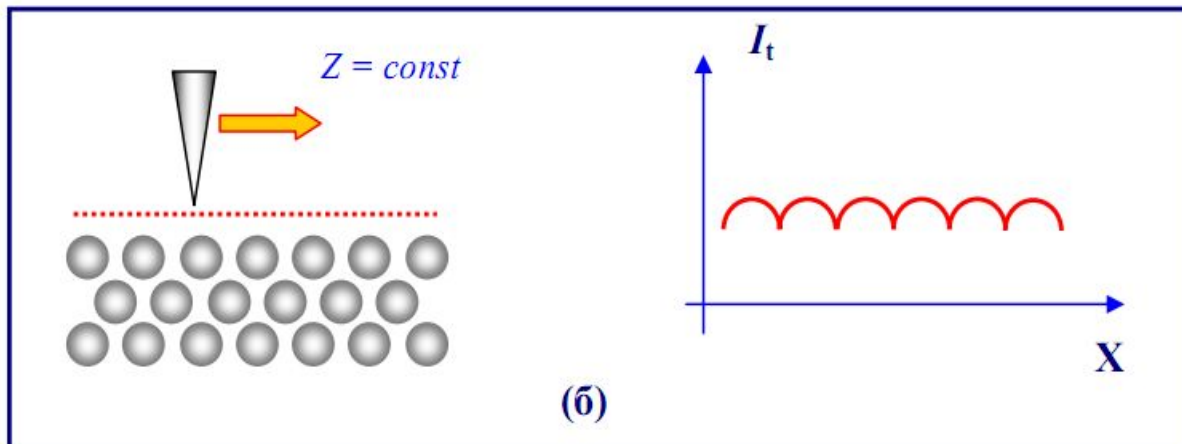
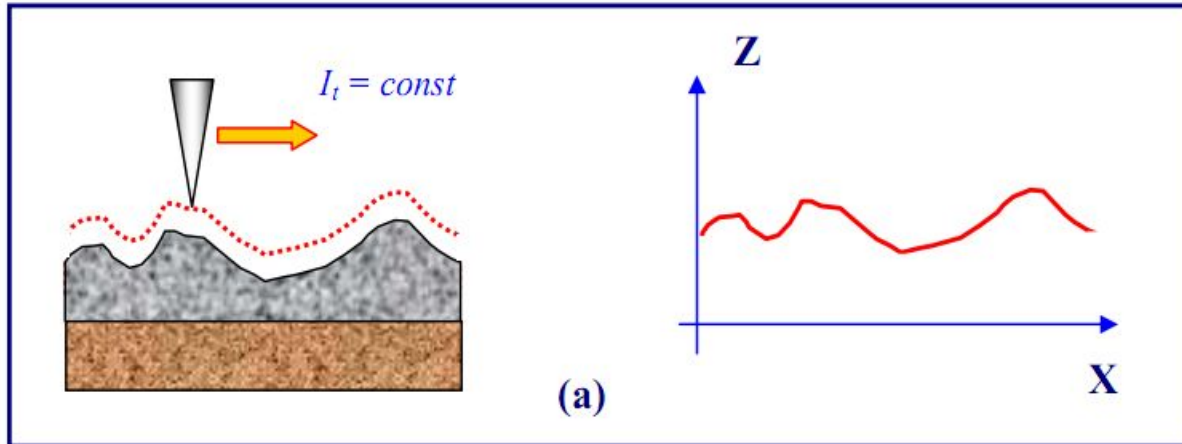
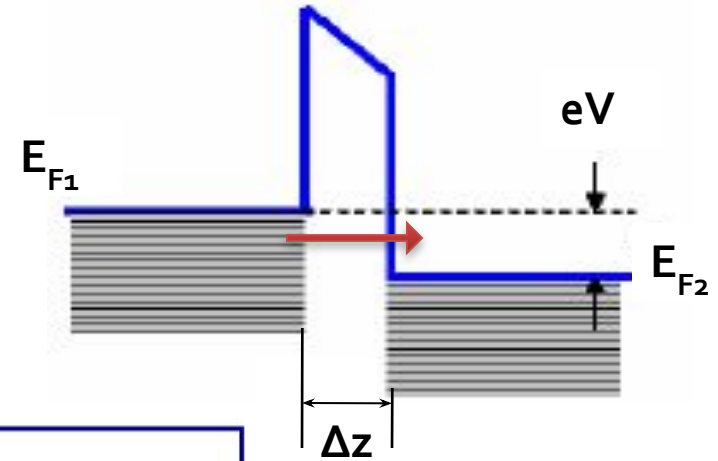
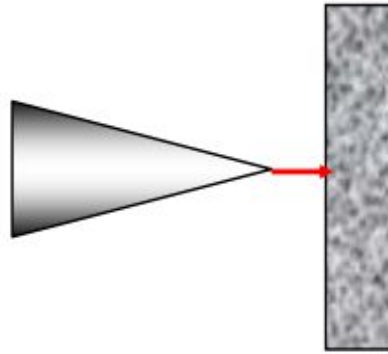
Тунелювання мікрочастинки через прямокутний потенціальний бар'єр



electr13.swf

Дослід Мандельштама з повного внутрішнього відбиття в оптичному діапазоні. Світло від ртутної лампи падає на прямокутну призму, основа якої занурена у флуоросцеїн. Під кутом більше критичного світло повністю відбивається. Тонка плівка під призмою світиться зеленим, що свідчить про проникнення світлової хвилі в менш густе середовище. Це викликає люмінесценцію барвника. Аналогічна ситуація виникає і для електронної хвилі, коли $E < U_0$

**Схема тунелювання
електронів крізь
потенціальний
бар'єр між двома
металами**

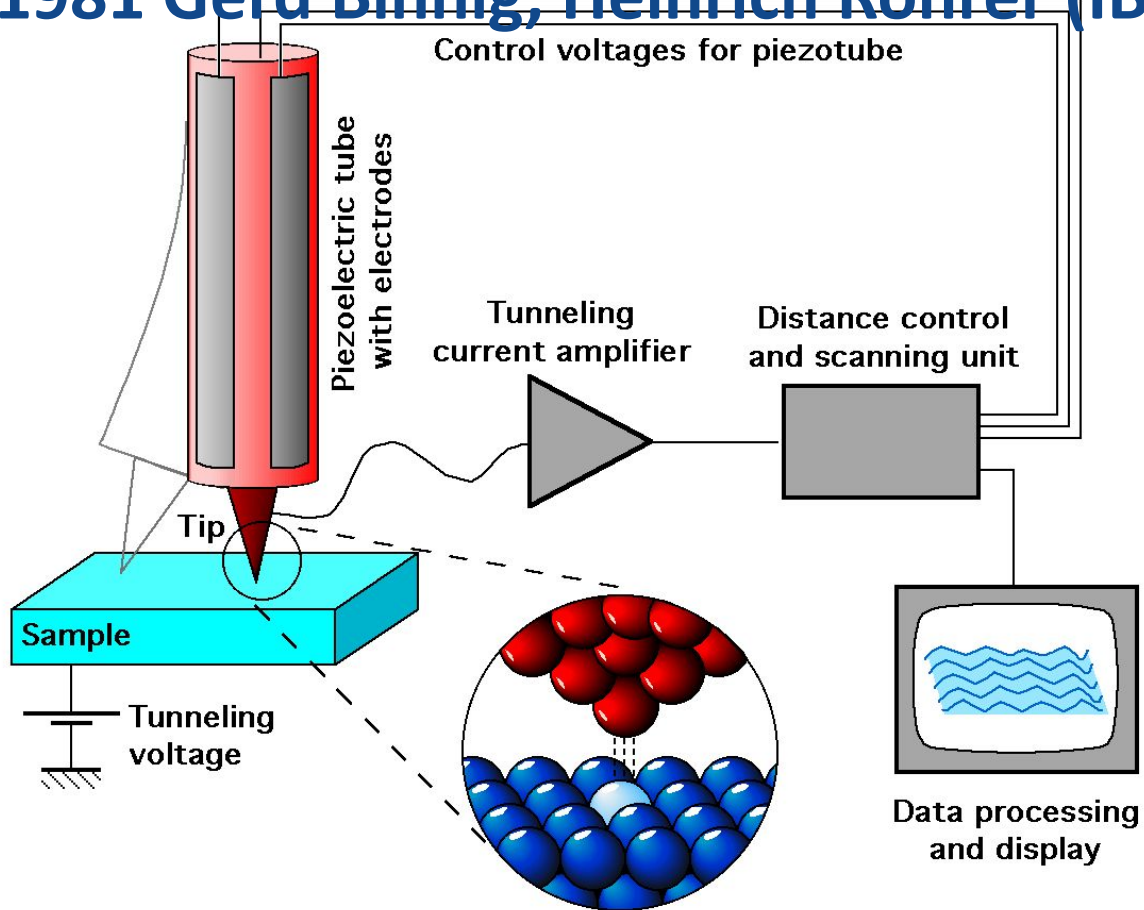


**Формування СТМ
зображень
поверхні за
методом сталою
тунельного струму
(а) та сталої
середньої відстані
(б)**

(В.Л.Миронов
"Основы
сканирующей
зондовой
микроскопии»)

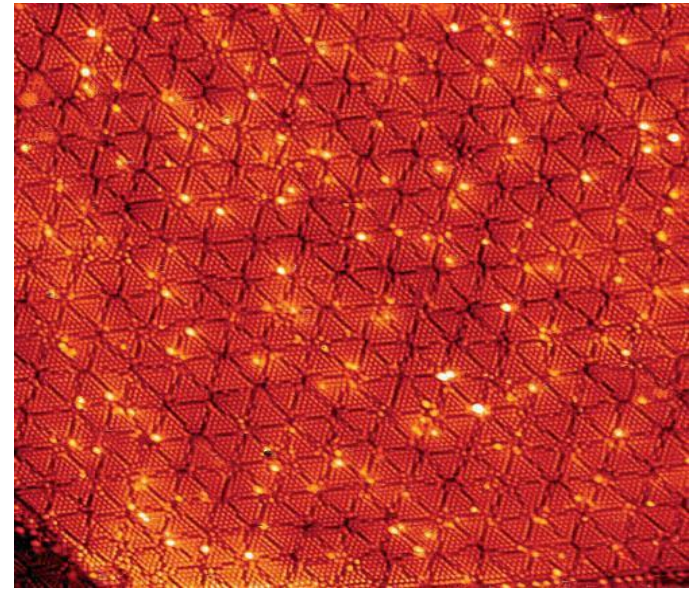
Застосування ефекту квантового тунелювання

Скануючий тунельний мікроскоп (1981 Gerd Binnig, Heinrich Rohrer (IBM))

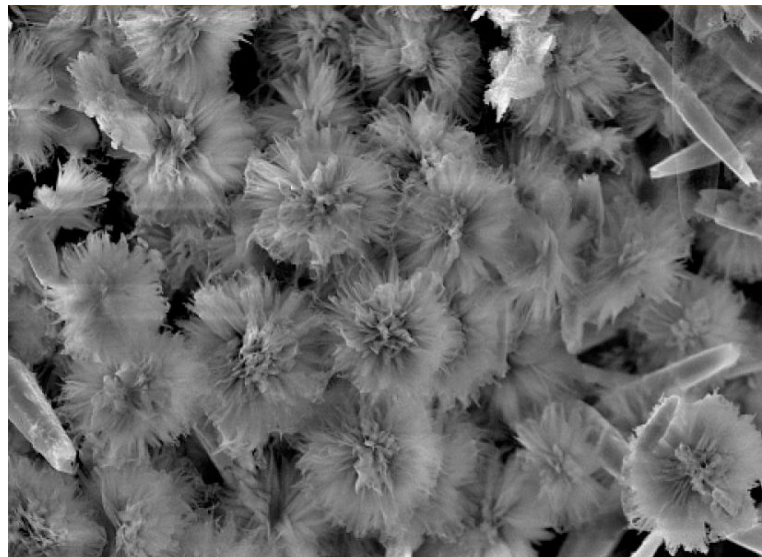




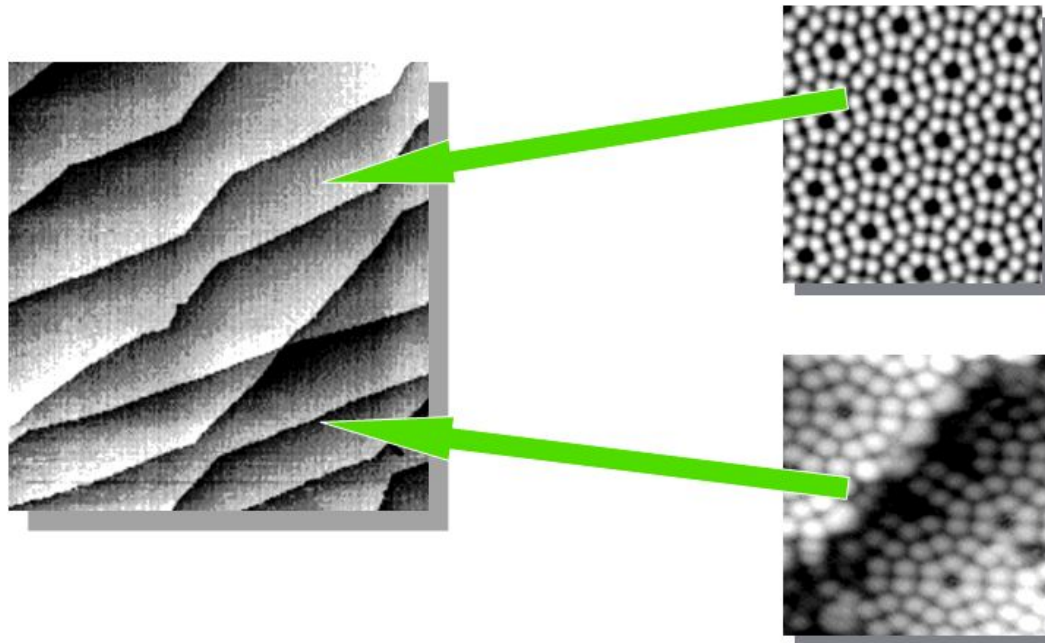
Скануючий тунельний
мікроскоп
Omicron (Німеччина)



Так виглядає шар алюмінію на поверхні
кремнію, який отримано за допомогою
СТМ



“Нанокільбаби”.
СТМ зображення
наноstrukturованих
кристалів оксиду цинку

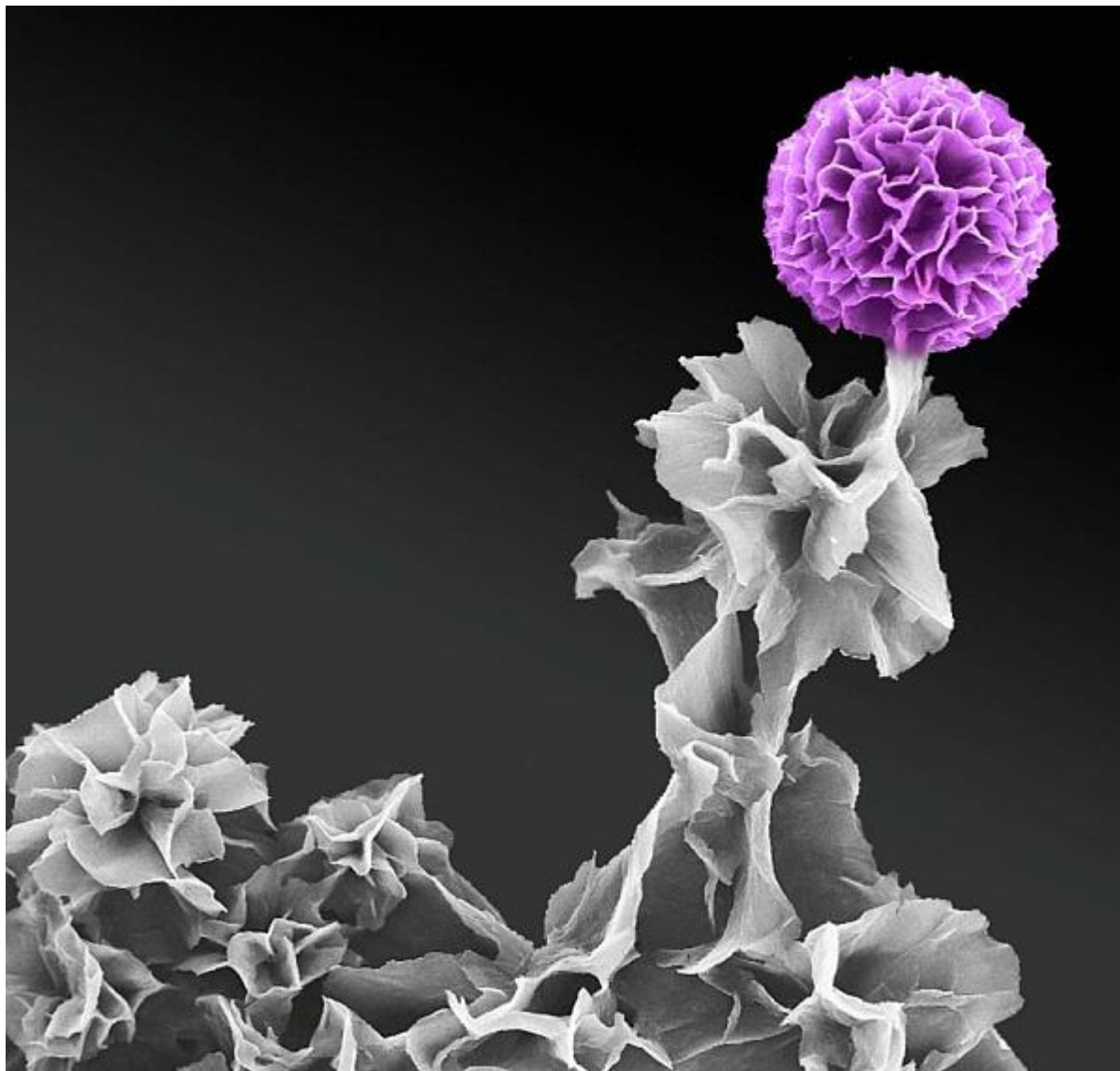


Поверхня Si (111) 7x7 –
реконструкція тераси **(а)**
і переходу між двома
терасами **(б)**
Кафедра кріогенної та
мікроелектроніки.
Лабораторія електронної
спектроскопії

Science as Art



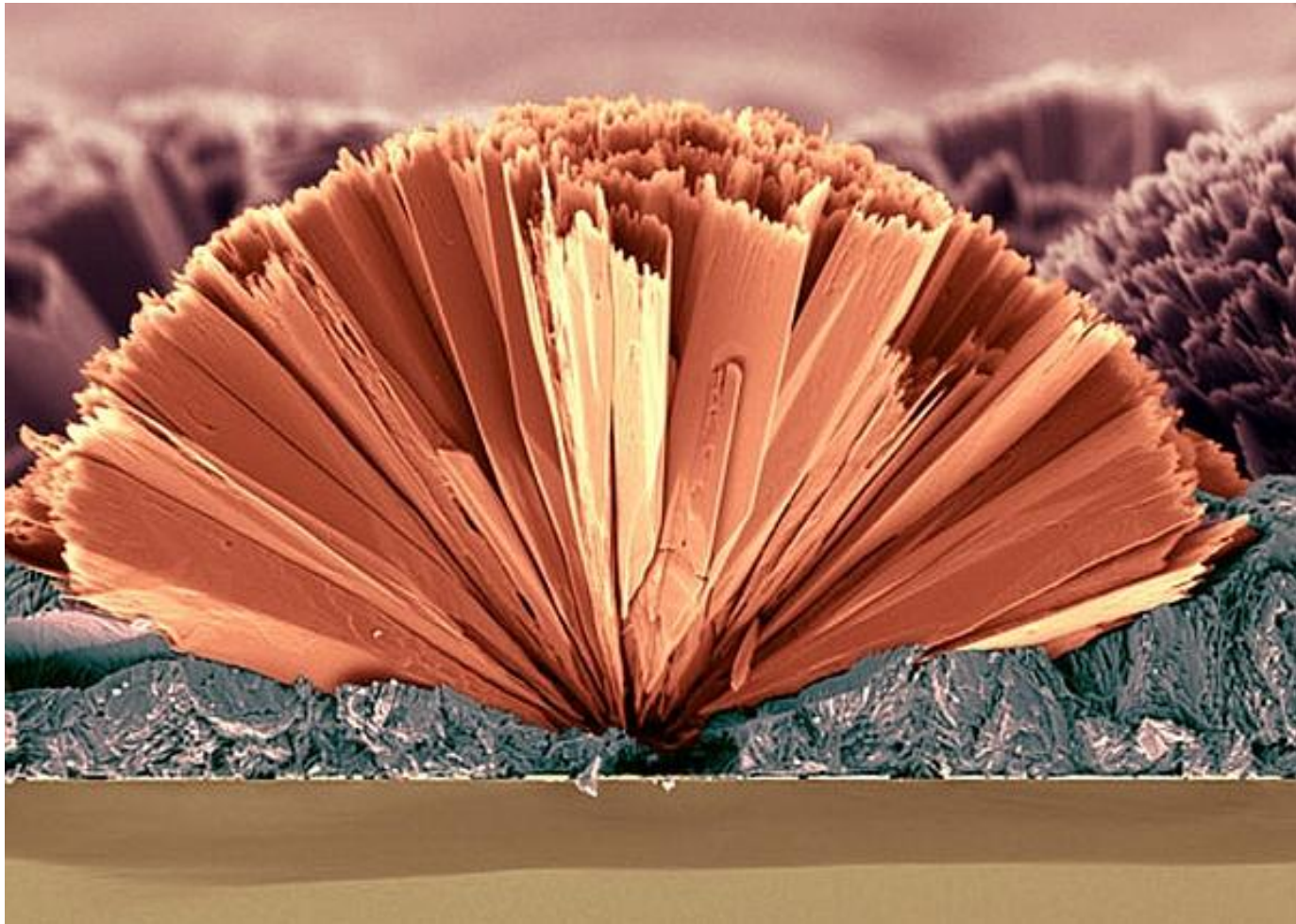
Наноквіти, створені з легованого цинком оксиду олова,
вирощені гідротермальним методом
(фото Mulmudi Hemant Kumar, Nanyang Technological
University)



STM зображення візерунку з тонкого листя, виготовленого з допованих анілінових олігомерів (Фото Yue Wang, University of California, Los Angeles.)



Органічні нанодроти з покриттям з неорганічних наночастинок
(Фото Yang Hui Ying, Singapore University of Technology and Design.)



STM зображення кристалів сірнистого заліза
(фото Diana Mars, San Francisco State University).