# Элементы теории алгоритмов

Narzyaeva I.Y., 2010

# Проверка домашнего задания

Приложение2.Приложение2.doc

# Уточнение понятия алгоритма

## Машина Тьюринга

# Проблема разрешимости в теории алгоритмов

- Если задача имеет решение, то известен ходя бы один алгоритм её решения.
- Если же задачу решить нельзя, то её следует отнести к разряду алгоритмически неразрешимых.

А что такое АЛГОРИТМ???

Формальное (математически строгое) определение алгоритма ввели независимо друг от друга в 1936 году Алан Тьюринг и Эмиль Пост.

Цель создания Тьюрингом абстрактной воображаемой машины – получение возможности доказательства существования или несуществования алгоритмов решения различных задач.

Существует ли алгоритм, позволяющий сконструировать машину, предназначенную для перевода чисел из унарной системы счисления в десятичную?

# Машина Тьюринга

# Объекты, с которыми работают алгоритмы

- Алфавит – конечный набор различных символов, используемых в алгоритме.
- Буквы – символы алфавита.
- Слово в алфавите – любая конечная последовательность букв некоторого алфавита.
- Длина слова – количество букв в слове.
- Пустое слово – слово, в котором нет букв ($a_0$).
- Входное слово – слово, к которому применяется алгоритм.
- Выходное слово – слово, получаемое в результате работы алгоритма.
- Область применимости алгоритма – совокупность слов, к которым применим алгоритм.
- Кодирование – замена одного алфавита другим.

# Описание машины Тьюринга

Машина Тьюринга – это строгое математическое построение, математический аппарат, созданный для решения определённых задач.

## Машина Тьюринга

| **Бесконечная лента**, разделённая на ячейки (запоминающее устройство) | **Автомат** (головка считывания/записи, управляемая программой) |
|---|---|

**Два конечных алфавита** (для разных МТ могут быть разными):

1. **Алфавит входных символов (*внешний*) $A=\{a_0, a_1, \dots, a_m\}$**
2. **Алфавит состояний (*внутренний*) $Q=\{q_0, q_1, \dots, q_p\}$**

**Состояние $q_0$ – *пассивное* (машина закончила работу)**

**Состояние $q_1$ – *начальное* (машина начинает работу)**

**Ячейка $a_0$ – *пустая буква* (признак того, что ячейка пуста)**

**Клетка останова** – клетка, в которой записано, что автомат должен перейти в состояние $q_0$ (дойдя до неё, машина останавливается).

Narzyaeva I.Y., 2010

# Виды команд машины Тьюринга

1. **Написать новую букву в обозреваемую ячейку**
2. **Выполнить сдвиг по ленте на одну ячейку вправо/влево или остаться на месте (П, Л, Н)**
3. **Перейти в новое состояние.**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 1 | * | 1 | 1 | |
| | ^ $q_0$ | | | | | | |

| | $a_0$ | $a_1$ | … | $a_i$ | … | $a_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_0$ | | | | | | |
| $q_1$ | | | | | | |
| … | | | | $a_k\{ЛПН\}\ q_m$ | | |
| $q_i$ | | | | | | |
| … | | | | | | |
| $q_j$ | | | | | | |

Указание о смене символа

Указание о сдвиге каретки

Указание о смене внутреннего состояния

# Ситуации неприменимости машины Тьюринга

Считается, что машина Тьюринга неприменима к данному входному слову, если в программе нет клеток останова или машина в процессе работы на них не попадает.

Например:

| | $a_0$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $q_1$ | $1Нq_0$ | $0Пq_1$ | $1Пq_1$ |

Машина Тьюринга применима к данному входному слову, если, начав работу над этим входным словом, она рано или поздно дойдёт до одной из клеток останова. Как изменилась программа в примере?

# Пример машин Тьюринга

Требуется построить машину Тьюринга для решения следующей задачи: во входном слове все буквы «а» заменить на буквы «б».

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **б а** | **б а** | **р** | **б а** | **б а** | **у** | | |

| | $a_0$ | а | б | в | … | я |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_1$ | $a_0$ Н ! | б Л $q_1$ | б Л $q_1$ | в Л $q_1$ | … | я Л $q_1$ |

**у** → **у** **р** → **р**

**б** → **а** **а** → **б**

**а** → **б** **б** → **а**

# Реализуйте предложенный алгоритм

Машина Тьюринга прибавляет единицу к числу на ленте. Входное слово состоит из цифр целого десятичного числа, записанного в последовательные ячейки на ленте. В начальный момент машина находится против самой правой цифры числа.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | $a_0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_1$ | $1Hq_0$ | $1Hq_0$ | $2Hq_0$ | $3Hq_0$ | $4Hq_0$ | $5Hq_0$ | … | $8Hq_0$ | $9Hq_0$ | $0Лq_1$ |

| | $a_0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_1$ | 1H! | 1H! | 2H! | 3H! | 4H! | 5H! | … | 8H! | 9H! | $0Лq_1$ |

# Реализуйте предложенный алгоритм

На ленте машины Тьюринга содержится последовательность символов «+». Машина Тьюринга каждый второй символ «+» заменяет на «–». Замена начинается с правого конца последовательности. Автомат в состоянии $q_1$ обозревает один из символов указанной последовательности.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | $a_0$ | + | – |
|---|---|---|---|
| $q_1$ | $a_0$ Л $q_2$ | + П $q_1$ | |
| $q_2$ | $a_0$ Н ! | + Л $q_3$ | |
| $q_3$ | $a_0$ Н ! | – Л $q_2$ | |

$q_1$ – машина ищет правый конец числа;

$q_2$ – пропускает знак «+», при достижении конца последовательности – останов;

$q_3$ – знак «+» заменяет на «–».

# Задачи на построение машин Тьюринга

1. Опишите, какой алгоритм выполняет данная машина Тьюринга. Известно, что в начальном состоянии автомат обозревает самый левый символ входного слова.

| | $a_0$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $q_1$ | $a_0$Н! | 1П$q_1$ | 0П$q_1$ |

2. Дана десятичная запись натурального числа $n > 1$. Разработайте машину Тьюринга, которая уменьшала бы заданное число $n$ на 1. Автомат в состоянии $q_1$ обозревает правую цифру числа. Кроме самой программы-таблицы опишите словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

# Перевод чисел из унарной системы счисления в десятичную

Построить машину Тьюринга для подсчёта штрихов, которые располагаются подряд и образуют входное слово, при этом требуется стереть все штрихи и записать на ленте их количество в десятичной системе.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $b_k$ | $b_{k-1}$ | … | $b_1$ | $b_0$ | / | / | … | / | | |

| | $a_0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | … | 7 | 8 | 9 | / |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_1$ | | | | | | | | | | |
| $q_2$ | | | | | | | | | | |
| $q_3$ | | | | | | | | | | |

$q_1$ –

$q_2$ –

$q_3$ –

# Итоги работы

| Номер группы | Количество баллов | Результат |
|---|---|---|
| Группа 1 | | |
| Группа 2 | | |
| Группа 3 | | |

# Источники:

1. Касаткин В.Н. Информация, алгоритмы, ЭВМ: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1991.
2. Андреева Е.В. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина – 2-е изд., испр. – М.: БИНОМ. Лаборатория Знаний, 2007.
3. Андреева Е.В. Математические основы информатики. Элективный курс: Методическое пособие / Е.В. Андреева, Л.Л. Босова, И.Н. Фалина –М.: БИНОМ. Лаборатория Знаний, 2007.
4. Программная система моделирования работы машины Тьюринга http://www.loonies.narod.ru/tmr.htm