Электростатика

Основные понятия

- **Электростатика** изучает взаимодействие неподвижных зарядов и поля, созданные неподвижными зарядами.
- Система зарядов называется **электрически изолированной,** если через ограничивающую её поверхность не могут проникать электрические заряды**.**
- Для электрически изолированной системы справедлив *закон сохранения электрического заряда*: **в электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной:**

$$q_1+q_2+ \ldots +q_n = const.$$

- ***Точечным*** называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы, по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.
- ***Линейная плотность зарядов –*** заряд, приходящийся на единицу длины:

$$\tau = dq / d\ell$$

- ***Поверхностная плотность зарядов –*** заряд, приходящийся на единицу площади:

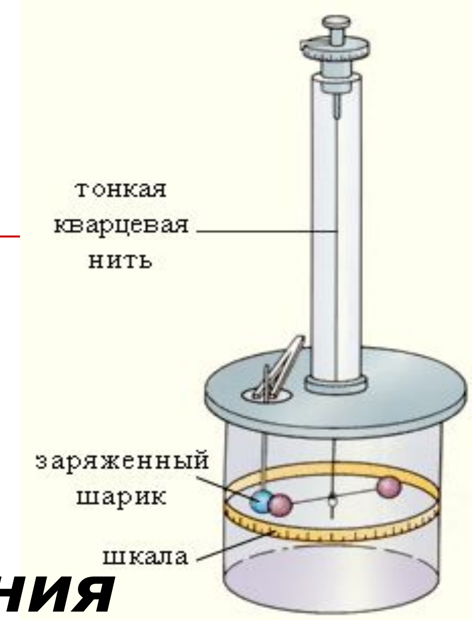
$$\sigma = dq / dS$$

- ***Объёмная плотность зарядов –*** заряд, приходящийся на единицу объёма:

$$\rho = dq/dV$$

- ***Пробный заряд – малый*** заряд (обычно положительный), не искажающий исследуемое поле.

Закон Кулона (1785 г.)



- ***Сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей заряды:***

$$\vec{F} = k_1 \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\frac{\vec{r}}{r}$ - единичный радиус-вектор, направленный вдоль линии, соединяющей заряды , k_1 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц и от среды, в которой находятся заряды.

$$k_1 = k / \varepsilon,$$

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

В СИ: $$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

ε_0 - электрическая постоянная.

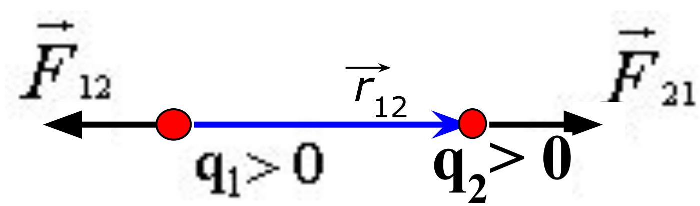
В СИ $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ Кл/(Н·м^2) = $8{,}85.10^{-12}$ Ф/м

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2}$$

модуль - силы Кулона



Единица заряда в СИ - Кулон (Кл): один Кулон - заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А. 1Кл = 1А · 1с

Электрическое поле. Напряженность электрического поля

- Если в пространстве обнаруживается действие сил на электрические заряды, то говорят, что в нем существует электрическое поле. Поле - один из видов материи. Ему присуща масса и определенная энергия. Поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами, называется электростатическим.
- Силовой характеристикой электрического поля является напряжённость. ***Напряжённостью поля*** *в данной точке называется векторная физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный пробный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и направленная так же, как и сила:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряжённость поля точечного заряда:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

По модулю:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2} \quad (1)$$

В вакууме:

$$\left|\vec{E}_0\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (2)$$

Из сравнения (1) и (2):

$$\varepsilon = E_0 / E,$$

т.е. относительная диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз напряжённость электрического поля в однородном диэлектрике (E) меньше, чем в вакууме (E_0).

***Принцип суперпозиции*: напряженность поля $\vec{E}$, созданного системой точечных зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности:**

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

При непрерывном распределении зарядов (заряженные протяжённые тела):

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Вектор напряжённости электростатического поля *- силовая характеристика поля, зависящая от свойств среды.*

Единица напряженности (E) - 1 Н/Кл = 1 В/м.

Вектор электростатической индукции (вектор смещения электрического поля)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

Для поля точечного заряда:

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

По модулю:

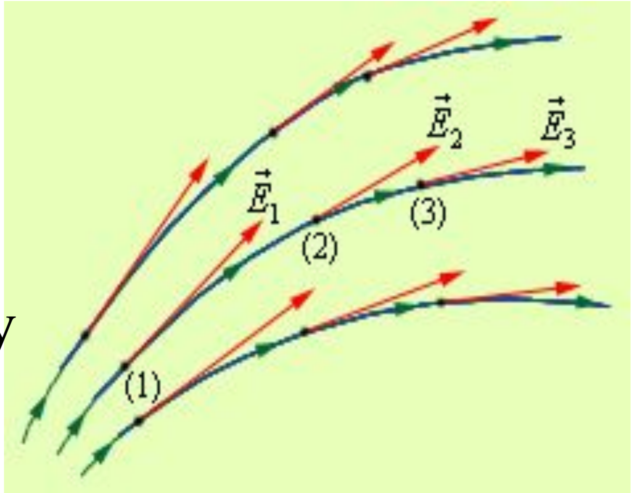
$$\left|\vec{D}\right| = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}$$

Вектор электростатической индукции (вектор смещения электрического поля) *-* вспомогательная силовая характеристика электростатического поля, не зависящая от свойств среды**.**

Единица вектора электростатической индукции *D* (вектора электрического смещения) – 1 Кл/м^2.

Графическое изображение электростатических полей.

- Линии напряженности (силовые линии), *это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$ в этой точке.*



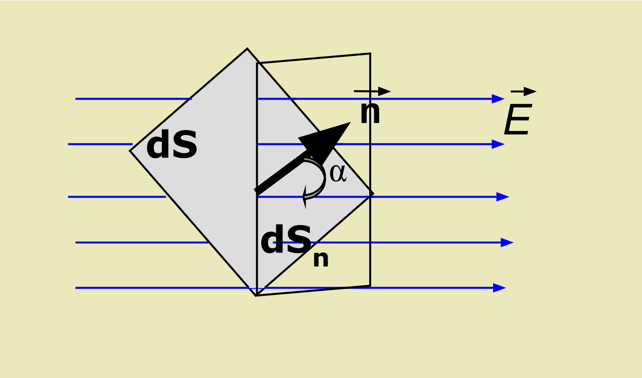
- Густота силовых линий характеризует величину поля.
- Количество силовых линий через единицу площади равно напряжённости поля в пределах этой площади.
- Однородным называется поле, величина и направление вектора напряжённости которого во всех точках одинаковы. Оно изображается силовыми линиями одинаковой густоты.

Поток вектора напряженности

Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS, нормаль к которой $\vec{n}$ образует угол α с вектором $\vec{E}$:

$$d\Phi_E = EdS\cos\alpha = E_n dS = EdS_n = (\vec{E}, d\vec{S}),$$

где $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$

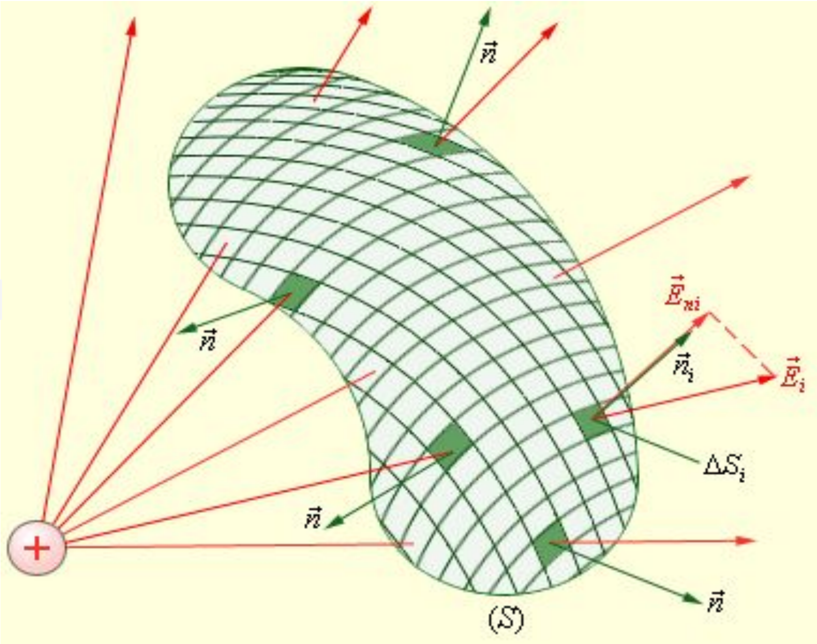


$d\Phi_E$ – *элементарный поток вектора напряжённости электрического поля через площадь dS.*

Единица потока вектора напряженности $1\ В \cdot м = 1 Н \cdot м^2 / Кл$

Полный поток через произвольную поверхность S в произвольном электростатическом поле определится по формуле:

$$\Phi_E = \int E \cdot dS \cos\alpha = \int E_n dS = \int (\vec{E}, d\vec{S}),$$



Для плоской поверхности в однородном электрическом поле:

$$\Phi_E = E \cdot S \cos\alpha = E_n S = E \cdot S_n = (\vec{E}, \vec{S})$$

Аналогично, поток вектора электрической индукции:

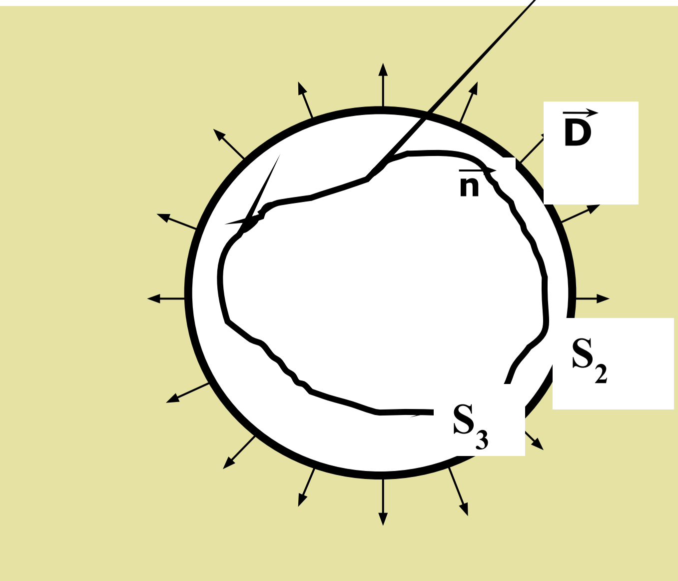
$$\Phi_D = \int D \cdot dS \cos\alpha = \int D_n dS = \int (\vec{D}, d\vec{S})$$

Для плоской поверхности в однородном электрическом поле:

$$\Phi_D = D \cdot S \cos\alpha = D_n S = D \cdot S_n = (\vec{D}, \vec{S})$$

Единица потока вектора электрической индукции – 1 *Кл* = 1 *Ф·В*

Теорема Остроградского-Гаусса



Поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность S_1:

$$\Phi_{D1} = \oint (\vec{D}, d\vec{S}) = D \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\Phi_{D1} = \Phi_{D2} = \Phi_{D3} = q$$

Для системы зарядов:

$$\boxed{\Phi_D = \Sigma q_i}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

В вакууме $\varepsilon = 1$, поэтому $\Phi_E = (1/\varepsilon_o)\,\Sigma q_i$

$$\boxed{\oint_S (\vec{E}_0, d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i}$$

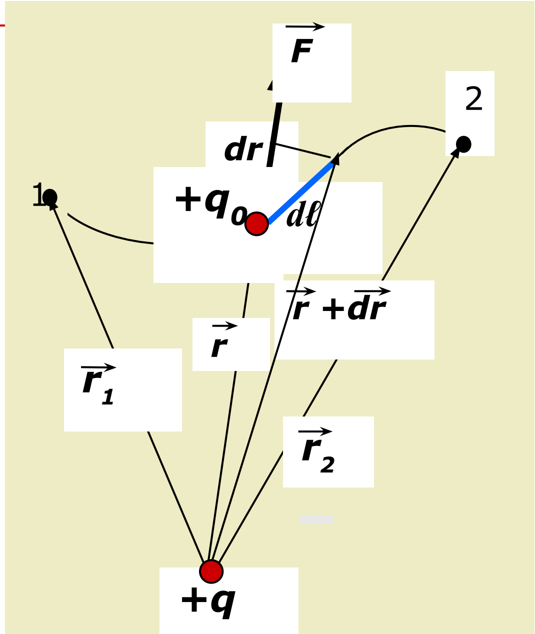
Поток вектора напряжённости электрического поля через произвольную замкнутую поверхность в вакууме равен $1/\varepsilon_0$, умноженной на алгебраическую сумму зарядов, расположенных внутри этой поверхности.

Работа при перемещении заряда в электрическом поле

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = F\,d\ell\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_0 q}{\varepsilon r^2}d\ell\cos\alpha,$$

Так как ***dℓ cosα = dr*, то** $dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_0 q}{\varepsilon r^2}dr$

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{q\ q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q\ q_0}{\varepsilon r_1} - \frac{q\ q_0}{\varepsilon r_2}\right)$$



$$\boxed{A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q\ q_0}{\varepsilon r_1} - \frac{q\ q_0}{\varepsilon r_2}\right)}$$

Кулоновские силы - консервативные

$$\boxed{\oint(\vec{E},d\vec{l}) = 0}$$

$\oint(\vec{E},d\vec{l})$ – ***циркуляция вектора напряжённости электростатического поля***

Циркуляция вектора напряжённости электростатического поля равна нулю – это необходимое и достаточное условие консервативности (потенциальности) поля.

Потенциал электростатического поля

Для консервативного поля:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = W_{p1} - W_{p2}$$

$$A = W_{p1} - W_{p2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q\ q_0}{r_1} - \frac{q\ q_0}{r_2}\right)$$

$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ q_0}{r} + C$, при $r \to \infty$ $W_p = 0$, следовательно $C = 0$.

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ q_0}{r}, \qquad W_p = \varphi \cdot q_0$$

φ – потенциал электростатического поля, зависит только от характеристик самого поля.

Потенциал – <u>энергетическая</u> характеристика поля, скалярная величина.

$$\boxed{\varphi = W_p / q_0}$$

Потенциалом электростатического поля в данной точке называется физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд, помещённый в эту точку поля.

Для поля точечного заряда:

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

Для поля, созданного системой точечных зарядов:

$$\varphi = \sum \varphi_i$$

Для поля, созданного заряженным телом: $\varphi = \int d\varphi$

Если заряд перемещается из точки $r_1 = r$ в точку $r_2 = \infty$ то:

$$A_\infty = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q\,q_0}{\varepsilon r} = q_0 \varphi$$

Следовательно: $$\boxed{\varphi = A_\infty / q_0}$$

Потенциал данной точки поля численно равен работе по перемещению единичного положительного заряда из этой точки поля в бесконечность.

При перемещении из точки r_1 в точку r_2:

$$A = -\Delta W_p = q_0\,(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 U$$

$U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ - ***напряжение***

Единица потенциала и напряжения – 1 *В* = 1 *Дж/Кл*

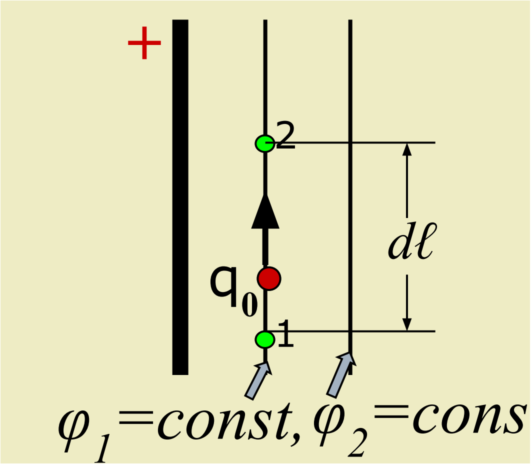
Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряжённостью и потенциалом.

Эквипотенциальными поверхностями называют поверхности, во всех точках которых потенциал одинаков.

$$dA = q_o(\varphi_1 - \varphi_2) = 0,$$

$$dA = F\,d\ell\cos\alpha = q_o E\,d\ell\cos\alpha = 0,$$

$$\cos\alpha = 0, \qquad E \perp d\ell$$



Силовые линии перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям

$$dA = q_o(\varphi_1 - \varphi_2) = -q_o d\varphi,$$

$$dA = F\,d\ell\cos\alpha = q_o E\,d\ell\cos\alpha = q_o E\,dr.$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr}} \qquad \boxed{\vec{E} = -grad\,\varphi}$$