

# **Омский государственный технический университет**

**Кафедра физики**

**Калистратова Л.Ф.**

**Электронные лекции по разделам  
электромагнетизма**

**(электростатика, постоянный ток, магнетизм)**

**17 лекций**

**(34 аудиторных часа)**

# Раздел 1.

## Электростатика

### Перечень изучаемых тем

1. Электростатическое поле в вакууме.
2. Основные теоремы электростатики.
3. Методы расчётов электростатических полей.
4. Электростатическое поле в проводниках.
5. Электростатическое поле в диэлектриках.
6. Энергия электростатического поля.

# Тема 1.

## Электростатическое поле в вакууме

### План лекции

1. Электрические заряды. Электростатическое поле.
2. Закон Кулона.
3. Напряжённость электростатического поля.
4. Потенциал электростатического поля.
5. Силовые и эквипотенциальные линии.
6. Связь потенциала с напряжённостью/
7. Работа сил электростатического поля.

# 1. Электрические заряды. Электростатическое поле

В природе существует **четыре** типа взаимодействия: **гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое.**

В основе учения об электричестве и магнетизме лежит представление об **электромагнитном поле.**

## **Электромагнитное поле:**

– это особый вид материи, посредством которого осуществляется электромагнитное взаимодействие частиц и тел, обладающих электрическим зарядом.

**Электромагнитное поле** обладает **массой, энергией, импульсом.**

**Электромагнитное поле** может выступать в виде отдельных, но неразрывно связанных сторон – **электрического и магнитного поля.**

### **Электрическое поле:**

- создается электрическими зарядами;
- изменяющимся магнитным полем;
- передает действие электрических сил.

### **Магнитное поле:**

- создается движущимися электрическими зарядами;
- изменяющимся электрическим полем;
- передает действие магнитных сил.

**Электрические и магнитные явления неразрывны,** хотя во многих случаях их можно рассматривать отдельно.

**М. Фарадею** пришлось проделать не менее 100 опытов, чтобы открыть явление электромагнитной индукции, отражающее **взаимосвязь электрических и магнитных явлений.**

Теория электромагнетизма укладывается в рамки **уравнений Максвелла**, великая заслуга которого состоит в теоретическом осмыслении электрических и магнитных явлений.

**Уравнения Максвелла** описывают свойства и распространение электромагнитного поля в любой среде.

Так в вакууме **электромагнитное поле** (электромагнитные волны) распространяется со скоростью света, равной  **$3 \cdot 10^8$  м/с.**

Отсюда Максвелл проследил связь электрических и магнитных явлений с оптикой и пришёл к пониманию электромагнитной природы света и излучений.

Движение электрических зарядов создает  
**электрический ток.**

Получение и использование электрической энергии  
изменило весь образ жизни человечества.

Большой вклад в понимание законов электрического  
тока внесли **ученые Ампер, Ом, Джоуль, Ленц,  
Кирхгоф.**

Электрические цепи любой сложности можно  
рассчитать, основываясь **на законах Ома и  
правилах Кирхгофа.**

## **Электрическое поле**

бывает:

- электростатическое;
- непостоянное;
- переменное.

### **Электростатическое поле:**

- существует вокруг неподвижных зарядов и не отделимо от них;
- обладает энергией, импульсом, массой;
- обуславливает взаимодействие неподвижных зарядов.

## Электрический заряд (q):

- мера интенсивности электромагнитного взаимодействия;
- внутренняя характеристика элементарной частицы;
- скалярная величина, измеряемая в кулонах:  
 $[q] = 1\text{Кл.}$

Принято условно считать заряд наэлектризованной стеклянной палочки:

- **положительным;**

заряд наэлектризованной янтарной палочки

- **отрицательным.**

**Элементарными** названы самые маленькие заряды природы:

- отрицательный заряд имеет **электрон**,
- положительный заряд имеет **позитрон** (античастица электрона) и **протон**.

Величина заряда электрона и протона:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

**Точечным** называется заряд, сосредоточенный на теле, размерами которого можно пренебречь.

**Пробным** называется малый по модулю точечный заряд, не искажающий величину и конфигурацию исследуемого электростатического поля в пространстве.

Одним из способов получения зарядов является **трение.**

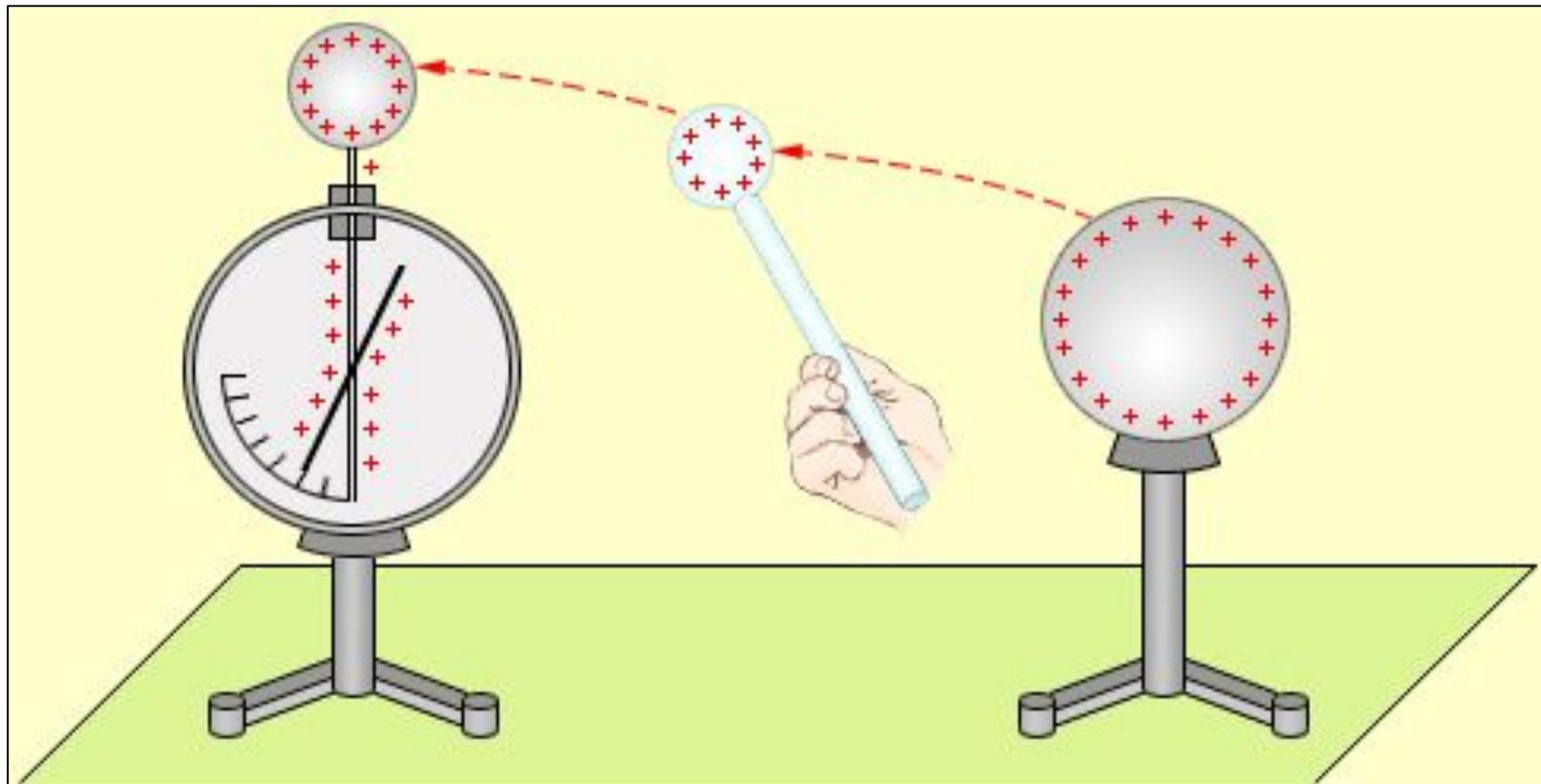
Появляющиеся при трении заряды являются суммой элементарных зарядов:

$$+ q = \sum e^+ \qquad - q = \sum e^-$$

**Закон сохранения электрического заряда:**  
алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы остается неизменной.

$$q = \text{const}$$

Для измерения величины заряда служит  
**электромметр**

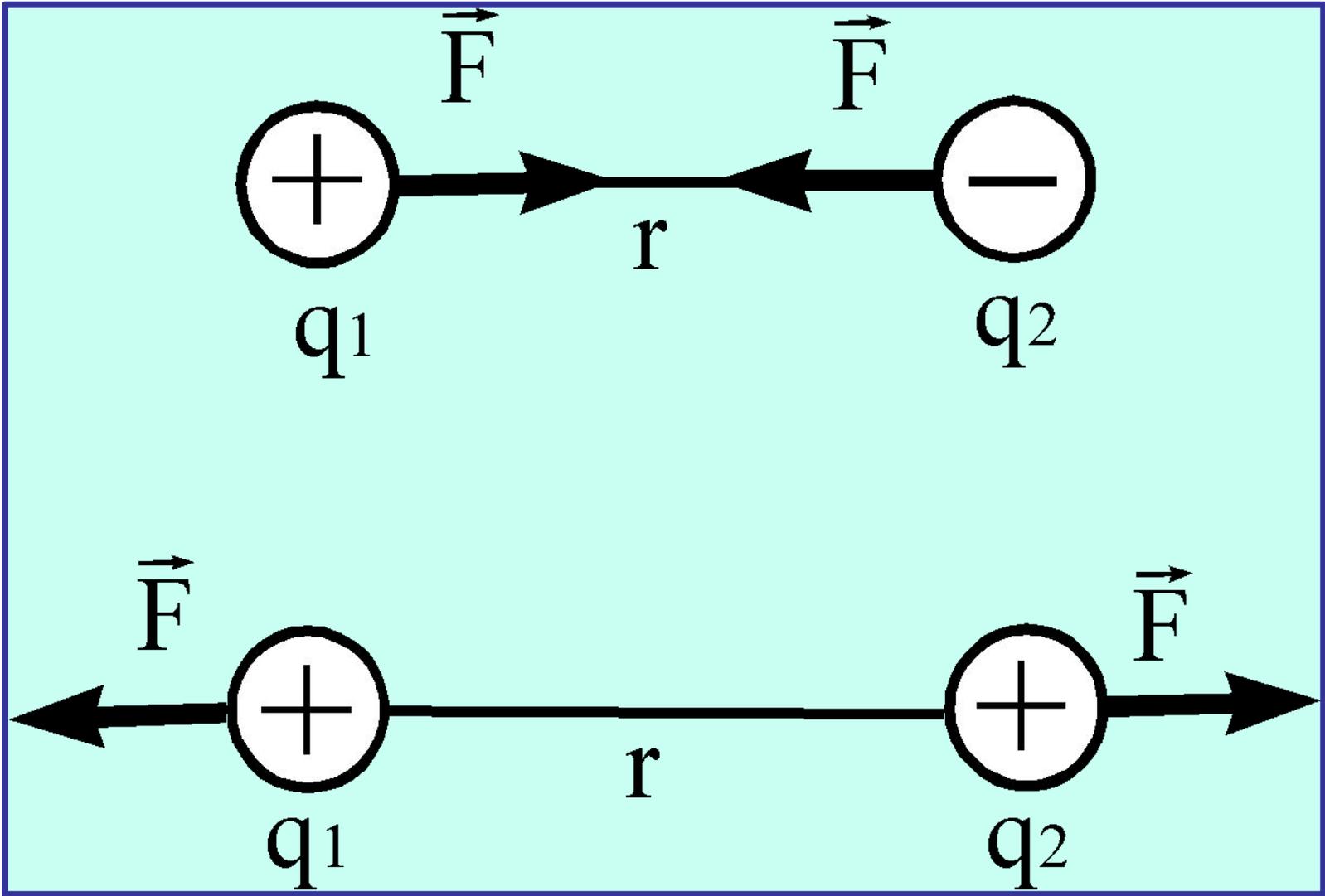


## 2. Закон Кулона

Взаимодействие точечных зарядов происходит по линии, соединяющей заряды.

**Электрические силы**, характеризующие взаимодействие зарядов, называются **электростатическими или кулоновскими**.

**Одноименные** заряды **отталкиваются** друг от друга, **разноименные** заряды - **притягиваются**.



**Закон Кулона:** сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

### Закон Кулона

в векторной

и

скалярной

формах

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$F = \frac{kq_1q_2}{\epsilon r^2}$$

$\frac{\vec{r}}{r}$  – единичный вектор направления.

$q_1, q_2$  – величины зарядов,  
 $r$  – расстояние между ними,

$$F = \frac{kq_1q_2}{\epsilon r^2}$$

$k$  - коэффициент пропорциональности, равный:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$  - электрическая постоянная.

Наиболее сильно заряды взаимодействуют в вакууме.

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

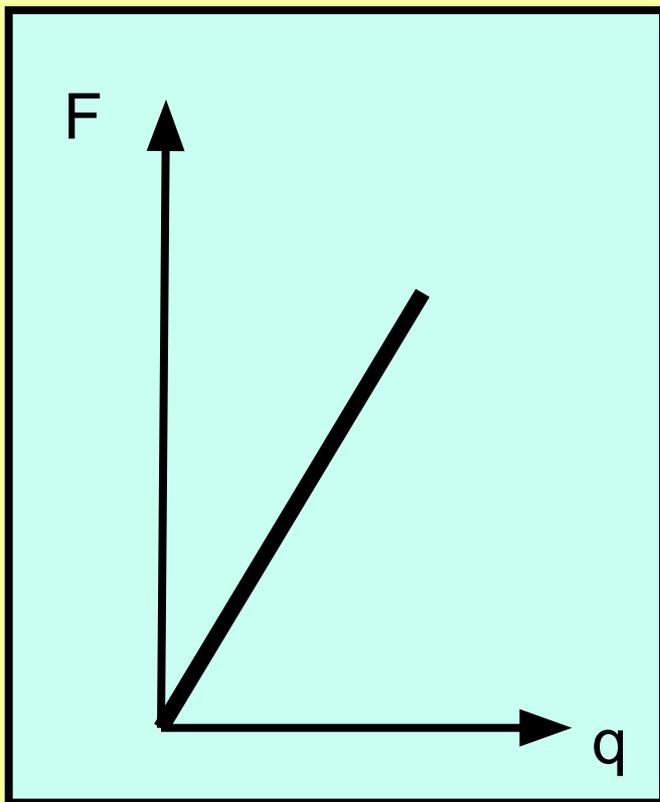
**Диэлектрическая проницаемость** показывает, во сколько раз сила взаимодействия точечных зарядов в среде меньше, чем в вакууме.

$$\varepsilon = \frac{F_{\text{ВАК}}}{F_{\text{СР}}}$$

Для воды  $\varepsilon = 81$ , для стекла  $\varepsilon = 2$ , для фарфора  $\varepsilon = 6$ , для вакуума и воздуха  $\varepsilon = 1$ .

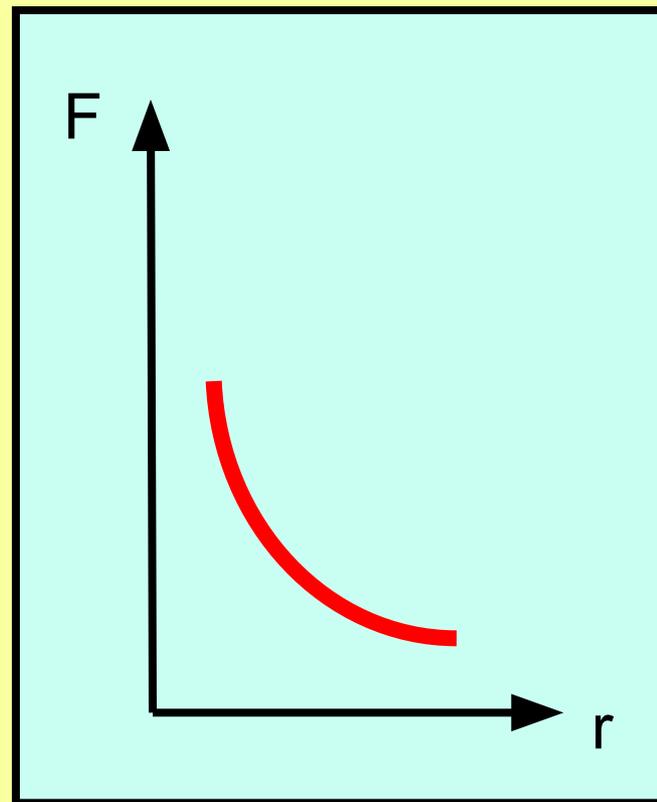
Сила Кулона

**прямо пропорциональна**  
величине заряда



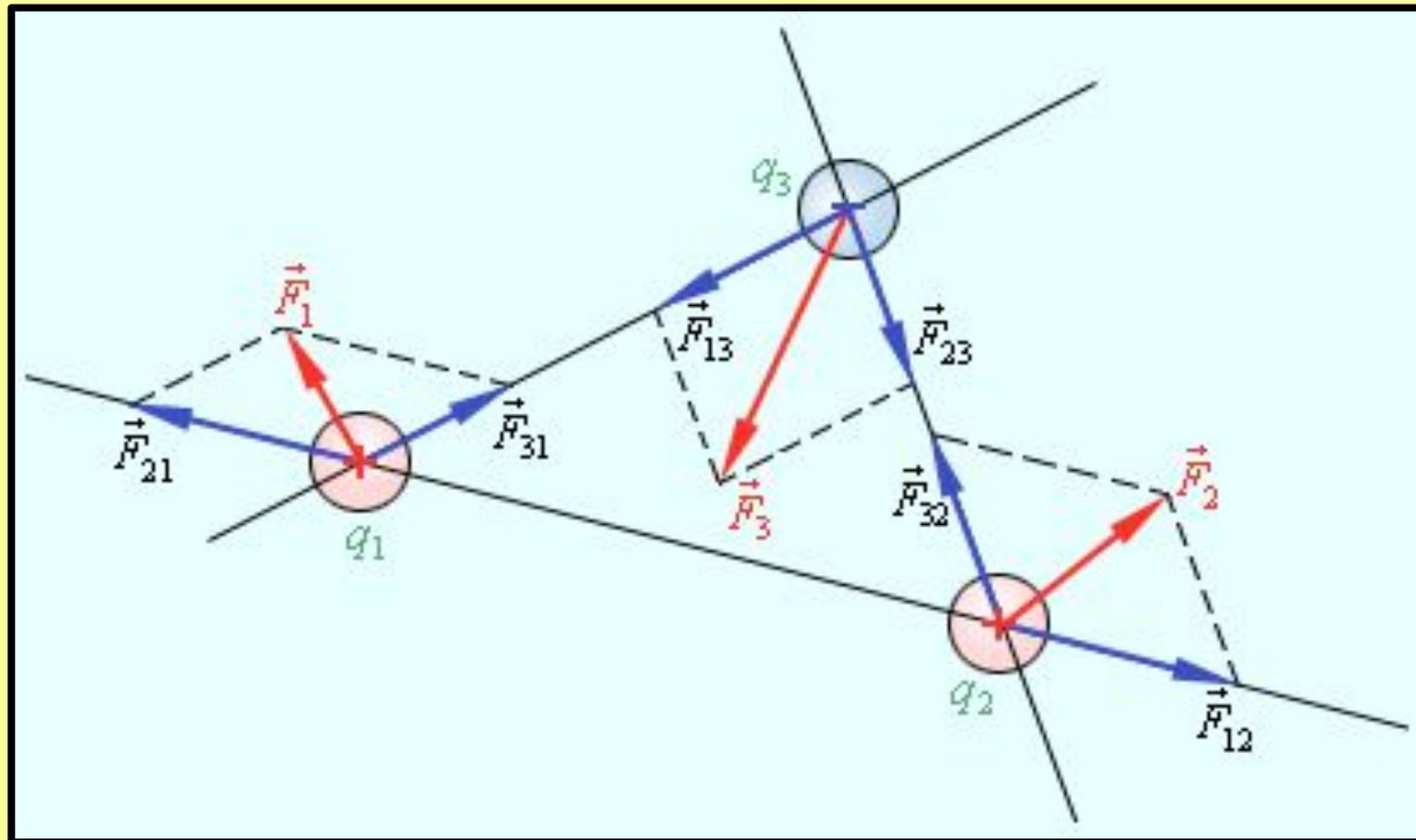
Сила Кулона

**обратно**  
**пропорциональна**  
квадрату расстояния

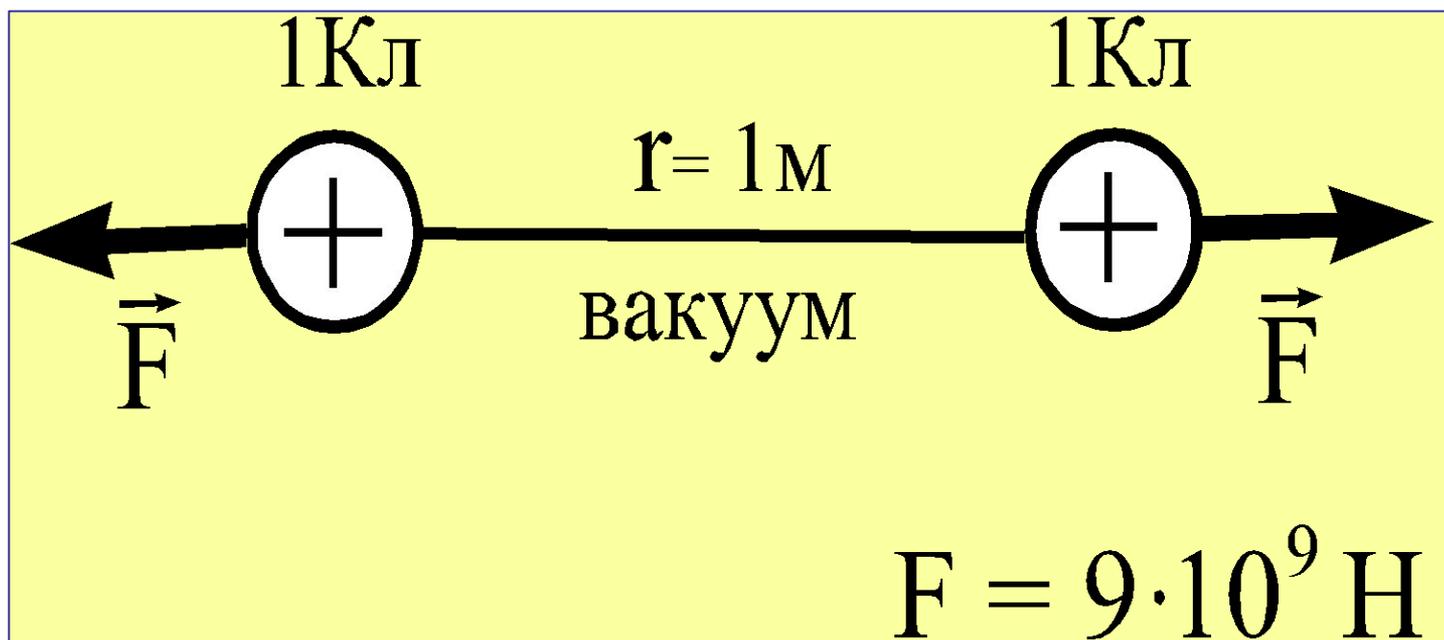


# Принцип суперпозиции

для электрических сил



**1 кулон** – заряд, который действует на равный ему заряд, расположенный в вакууме на расстоянии 1 м, с силой  $9 \cdot 10^9$  Н.



Си: **1 кулон** – заряд, проходящий по проводнику при силе тока 1 А за 1 с.

**Для тел правильной геометрической формы** при равномерном распределении заряда (стержень, плоскость, шар), заряд можно представить как алгебраическую сумму точечных зарядов **dq**:

$$q = \int dq$$

$$dq = \tau dl \text{ (стержень),}$$

$$dq = \sigma dS \text{ (плоскость),}$$

$$dq = \rho dV \text{ (шар).}$$

$dl$ ,  $dS$ ,  $dV$  – элементы длины, площади поверхности и объёма соответственно.

**Т** – **линейная плотность заряда** - заряд, приходящийся на единицу длины стержня:

$$\tau = \frac{dq}{dl} \quad [\tau] = \text{Кл/м}$$

**σ** – **поверхностная плотность заряда** - заряд, приходящийся на единицу площади поверхности:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \quad [\sigma] = \text{Кл/м}^2$$

**ρ** – **объёмная плотность заряда** - заряд, приходящийся на единицу объёма:

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad [\rho] = \text{Кл/м}^3$$

## **3. Напряженность электростатического поля.**

### **Электростатическое поле:**

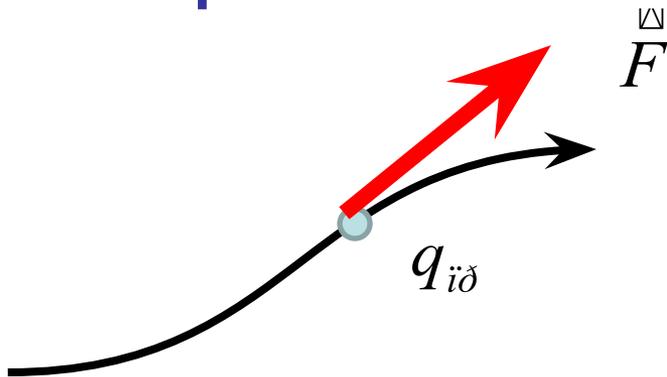
- среда, передающая взаимодействие неподвижных электрических зарядов;
- существует вокруг неподвижного заряда;
- существует в природе независимо от нас;
- не воспринимается органами чувств человека;
- материально (обладает энергией и массой).

Основные характеристики электростатического поля – **напряжённость и потенциал** не зависят от времени.

Наличие электростатического поля определяется посредством **пробного заряда**.

**Пробный заряд** в электростатическом поле:

- испытывает действие силы;
- приобретает дополнительную потенциальную энергию.



Если в **одну и ту же точку** поля вносить **разные по величине пробные заряды**  $q_{пр1}, q_{пр2}, \dots$ , то со стороны поля на них будут действовать **разные силы**  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ .

Отношения сил к величине пробных зарядов равны между собой:

$$\frac{\vec{F}_1}{q_{пр1}} = \frac{\vec{F}_2}{q_{пр2}} = \boxtimes = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} = \text{const} = \boxtimes E$$

Величина

$$\boxtimes E = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} \qquad E = \frac{F}{q_{пр}}$$

называется **напряженностью** электрического поля.

## Напряженность электрического поля:

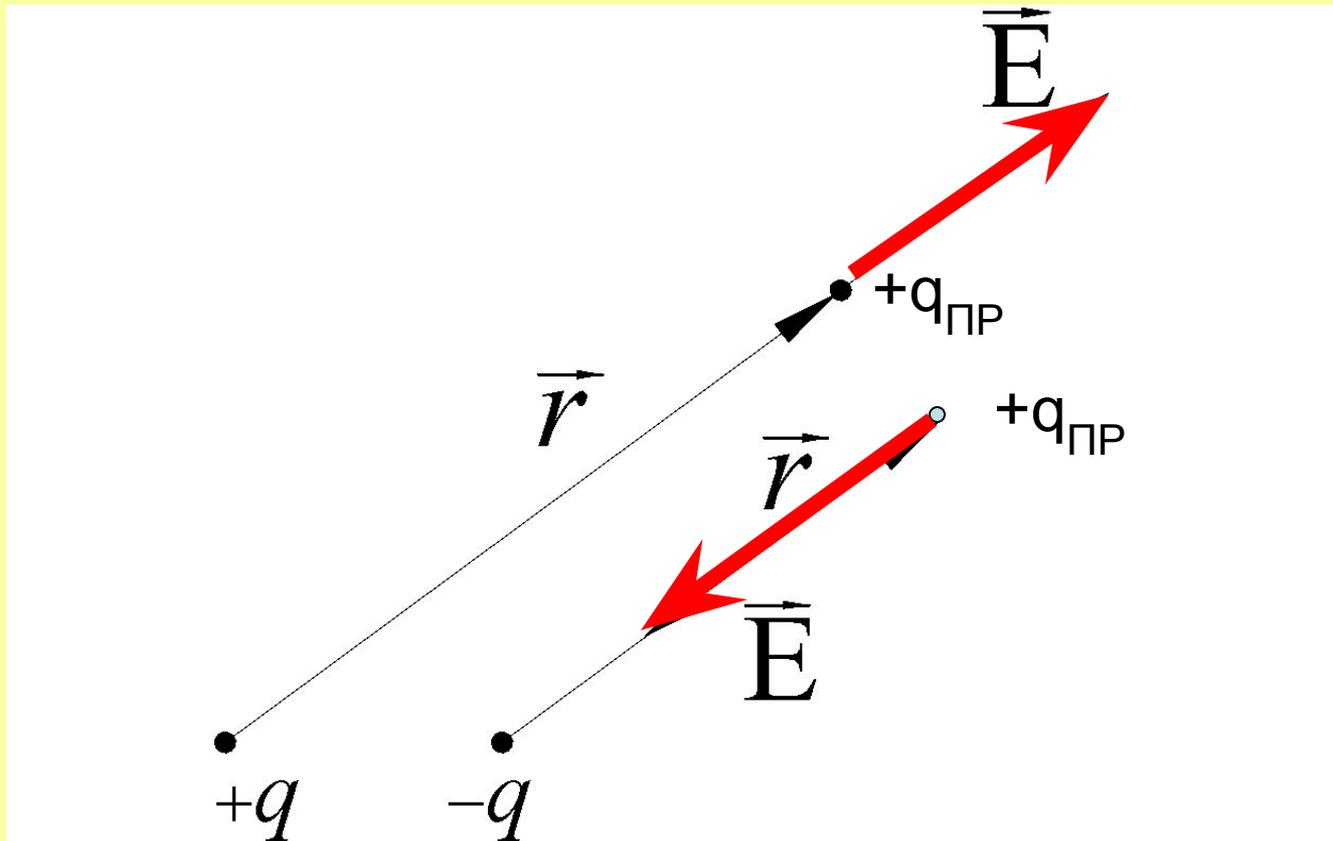
- равна силе, действующей со стороны поля на положительный единичный пробный заряд, помещенный в данную точку поля;
- векторная величина;
- силовая характеристика поля;
- характеристика только одной точки поля;
- измеряется в вольтах на метр:

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}}$$

$$[E] = \frac{\hat{A}}{i}$$

# Направление вектора напряжённости

от точечного заряда



**Принцип суперпозиции:** напряженность поля, созданного системой точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

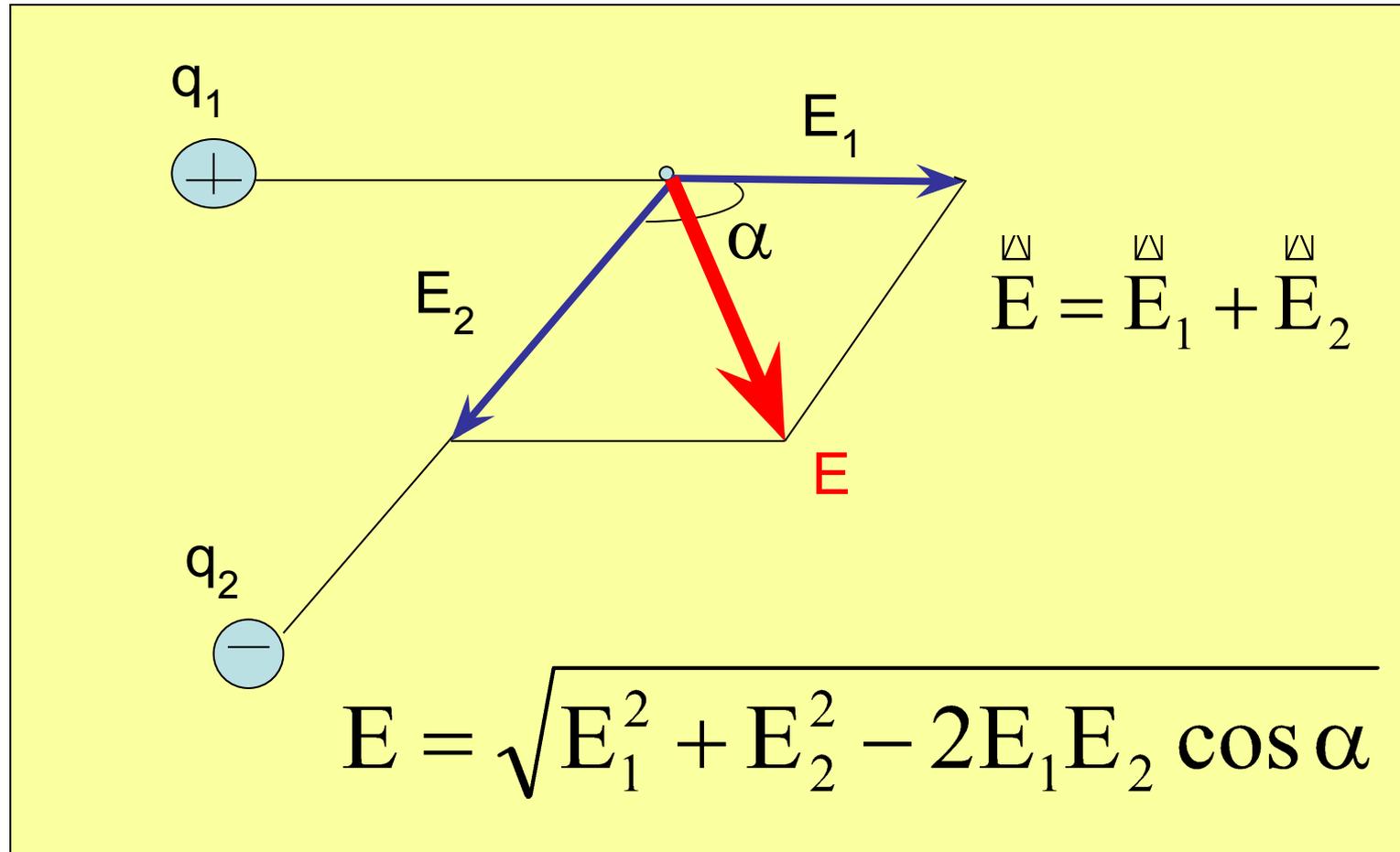
При **непрерывном** распределении зарядов суммирование заменяется интегрированием элементарных напряженностей  $d\vec{E}$ , создаваемых отдельными элементарными порциями заряда  $dq$ .

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

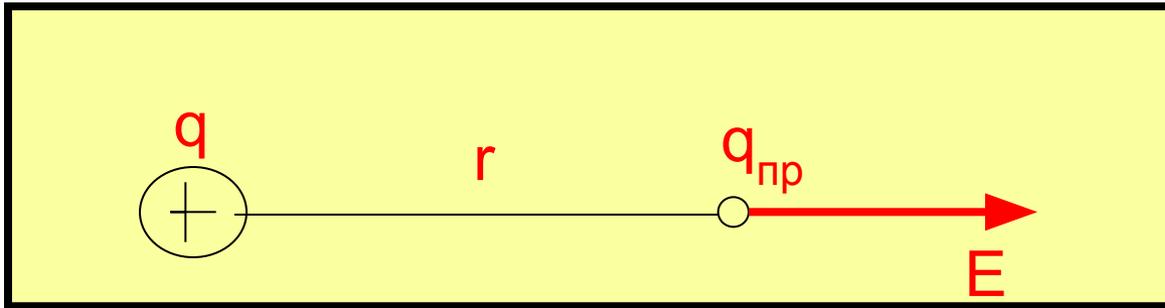
$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

# Принцип суперпозиции

на примере двух точечных зарядов



## Напряжённость поля точечного заряда



По закону Кулона:

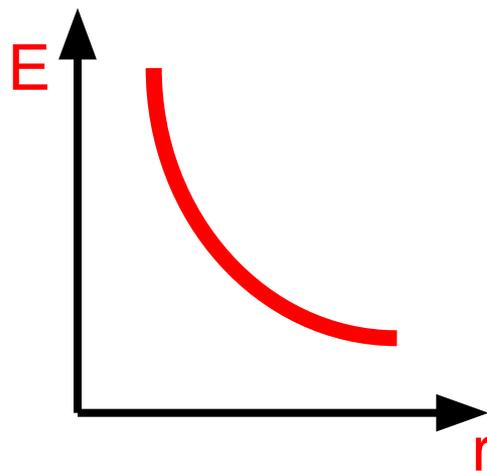
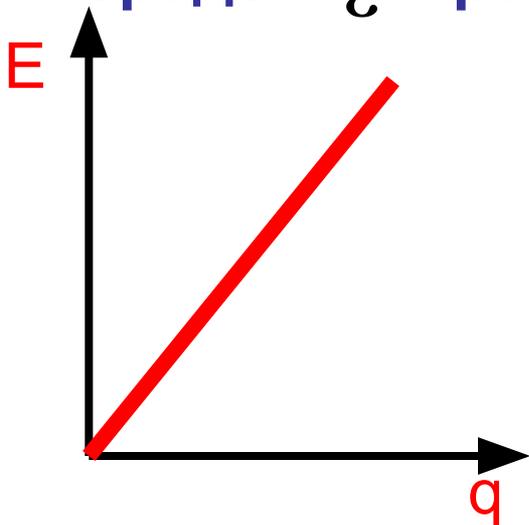
$$F = \frac{kqq_{пр}}{\epsilon r^2}$$

По определению напряжённости:  $E = \frac{F}{q_{пр}}$

Окончательная формула:  $E = \frac{kq}{\epsilon r^2}$

## Напряжённость поля точечного заряда

- прямо пропорциональна величине заряда;
- обратно пропорциональна квадрату расстояния до рассматриваемой точки поля;
- в среде в  $\varepsilon$  раз меньше, чем в вакууме.



$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}$$

## 4. Потенциал электростатического поля

**В одной и той же точке** электрического поля **пробные заряды разной величины**  $q_{\text{пр}1}, q_{\text{пр}2}, \dots, q_{\text{пр}n}$  приобретают соответствующую **различную потенциальную энергию**  $W_{\text{п}1}, W_{\text{п}2}, \dots, W_{\text{п}n}$ .

Отношения потенциальной энергии к величине пробного заряда равны:

$$\frac{W_{\text{п}1}}{q_{\text{пр}1}} = \frac{W_{\text{п}2}}{q_{\text{пр}2}} = \dots = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}} = \text{const} = \varphi$$

Величина

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}}$$

называется **потенциалом**.

### **Потенциал электростатического поля:**

- равен потенциальной энергии, которой обладает **единичный положительный пробный заряд, помещенный в данную точку поля;**
- является энергетической характеристикой поля;
- характеристика только одной точки поля;
- скалярная величина;
- измеряется в вольтах:  $[\varphi] = \text{В}$ .

Как и потенциальная энергия, **потенциал** точки электрического поля **измеряется с точностью до произвольной постоянной**.

Чтобы избежать неточностей в определении потенциала, рассматривают не одну, а две точки электрического поля.

Тогда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{W_{п1} - W_{п2}}{q_{пр}}$$

Поскольку убыль потенциальной энергии равна работе сил электрического поля ( $W_{п1} - W_{п2} = A_{12}$ ), то **разность потенциалов** можно записать как

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_{пр}} = \frac{A_{12}}{q_{пр}}$$

**Разность потенциалов** двух точек поля равна работе сил электрического поля по перемещению положительного единичного пробного заряда между этими точками.

$$-\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_{\text{пр}}}$$

**Потенциал положительного заряда** принято считать положительной величиной ( $\varphi > 0$ ).

**Потенциал отрицательного заряда** – отрицательной величиной ( $\varphi < 0$ ).

## Принцип суперпозиции для потенциала:

потенциал в точке поля, созданного системой точечных зарядов, равен скалярной сумме потенциалов полей отдельных зарядов.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots$$

Если заряд нельзя считать точечным, то его можно разбить на отдельные точечные заряды  $dq$ , создающие потенциалы  $d\varphi_i$ .

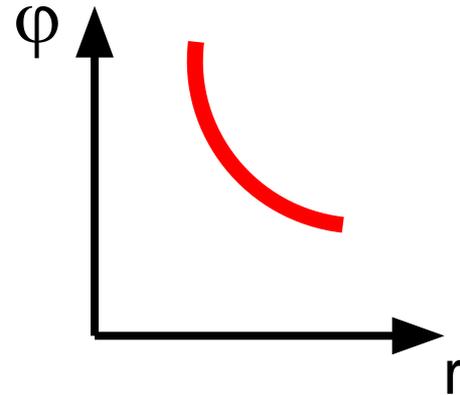
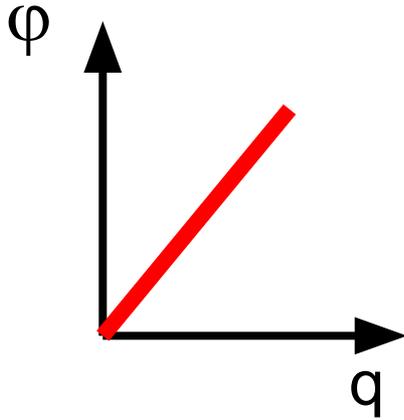
Тогда принцип суперпозиции можно записать в виде

$$\varphi = \int d\varphi$$

## Потенциал поля точечного заряда

Потенциал поля точечного заряда на расстоянии  $r$  от него определяется формулой

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}$$

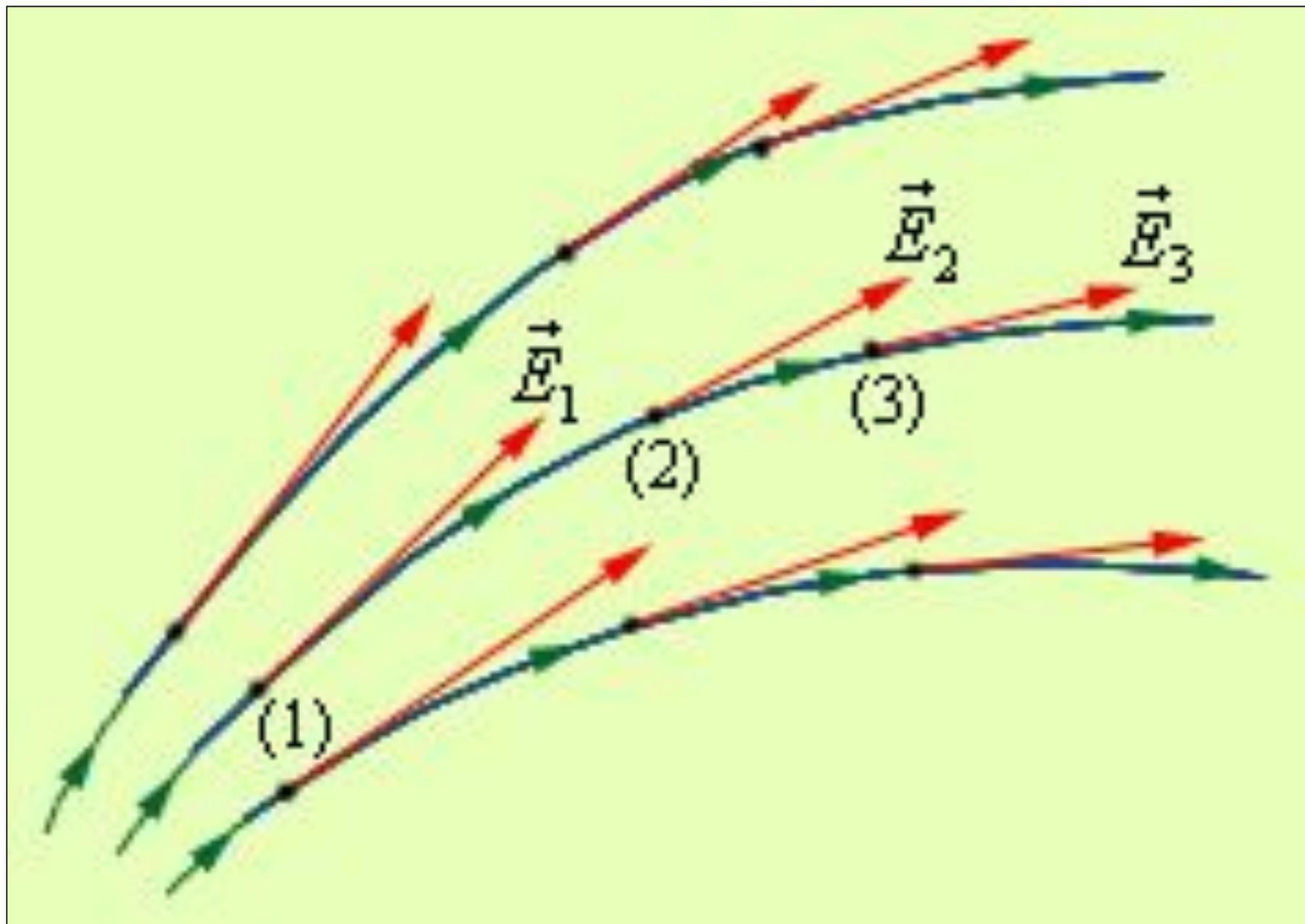


## **5. Силовые и эквипотенциальные линии**

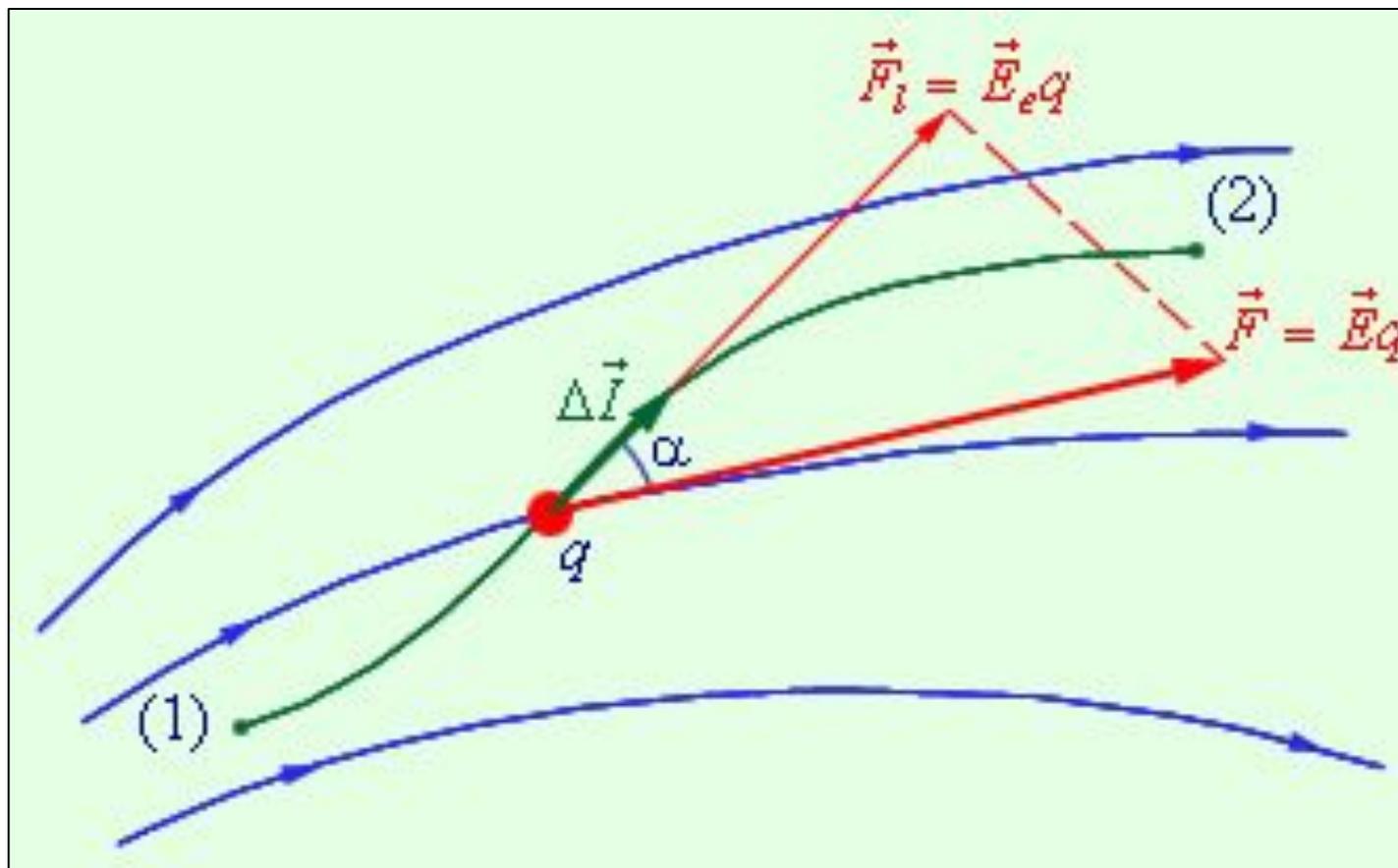
**Силовой линией (или линией напряжённости)** называется линия, в каждой точке которой вектор напряженности направлен по касательной.

### **Силовые линии:**

- начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или в бесконечности);
- не пересекаются;
- густота силовых линий (число линий, пересекающих единичную площадку) равна значению напряженности в заданном месте поля.

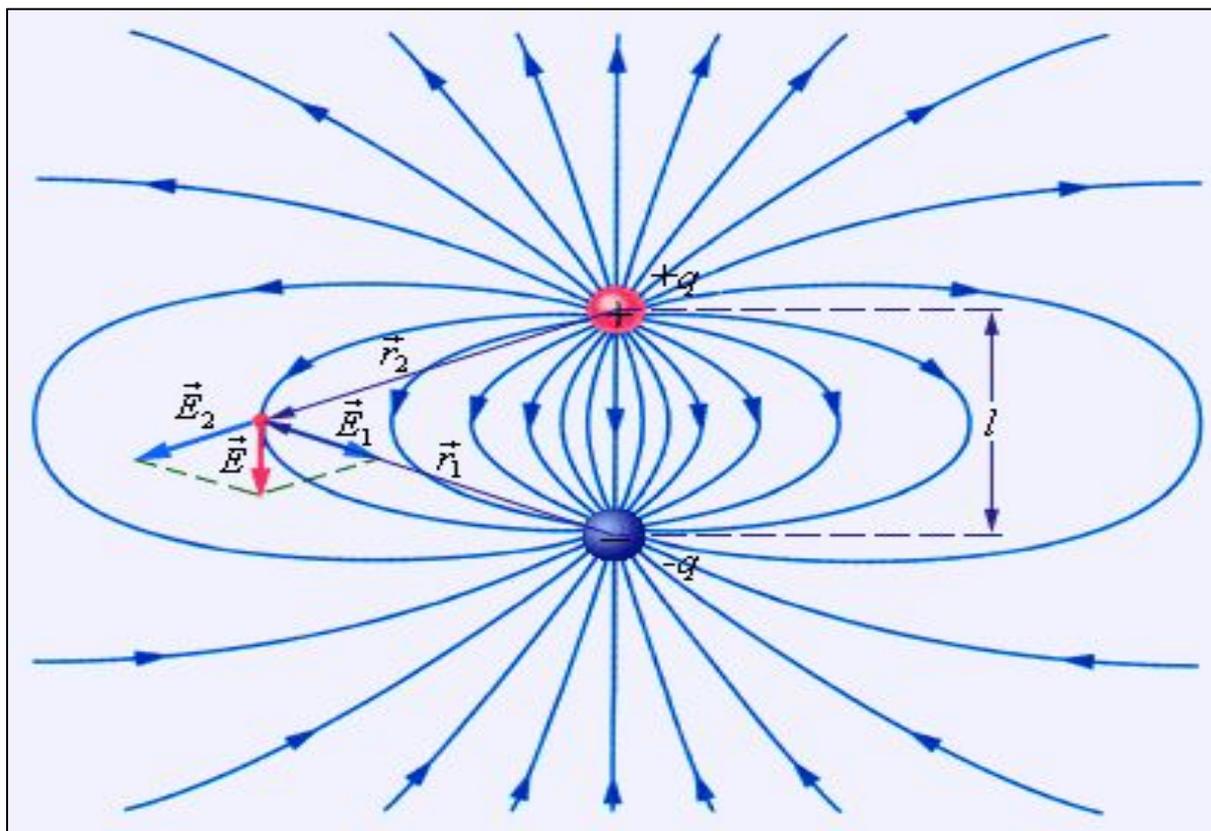


Если бы силовые линии пересекались, то на заряд действовали бы две силы, чего быть не может.



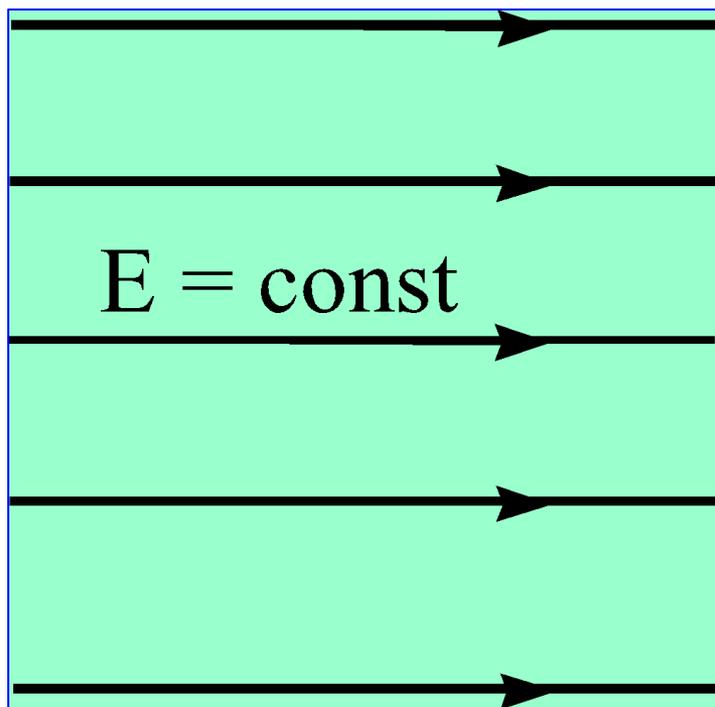
## Виды электростатических полей

В **неоднородном** поле в разных местах поля густота силовых линий (величина напряжённости) будет разной.

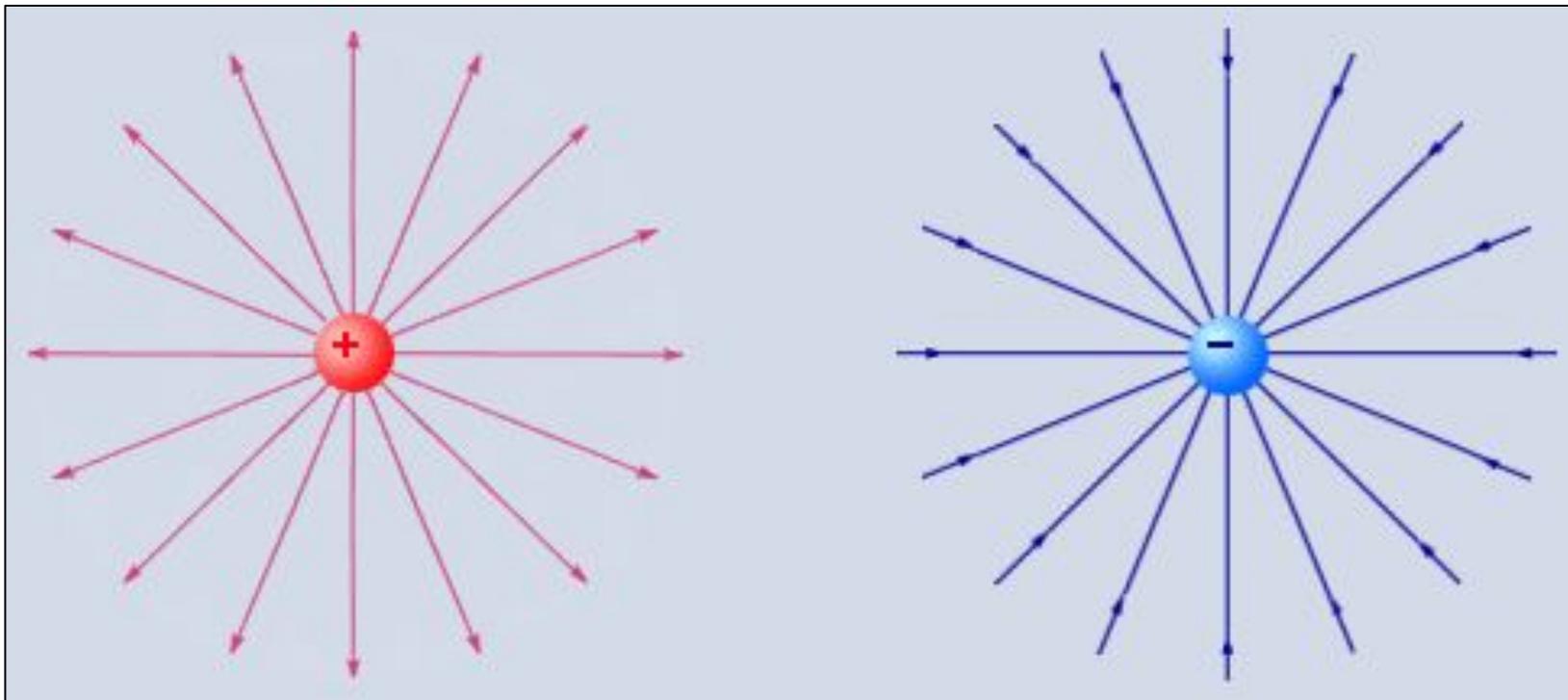


**Однородным** называется поле, в каждой точке которого напряженность имеет одну и ту же величину и направление.

Силовые линии однородного поля параллельны.



В **центральной** поле **силовые** линии (или их продолжения) **сходятся** в одной точке.

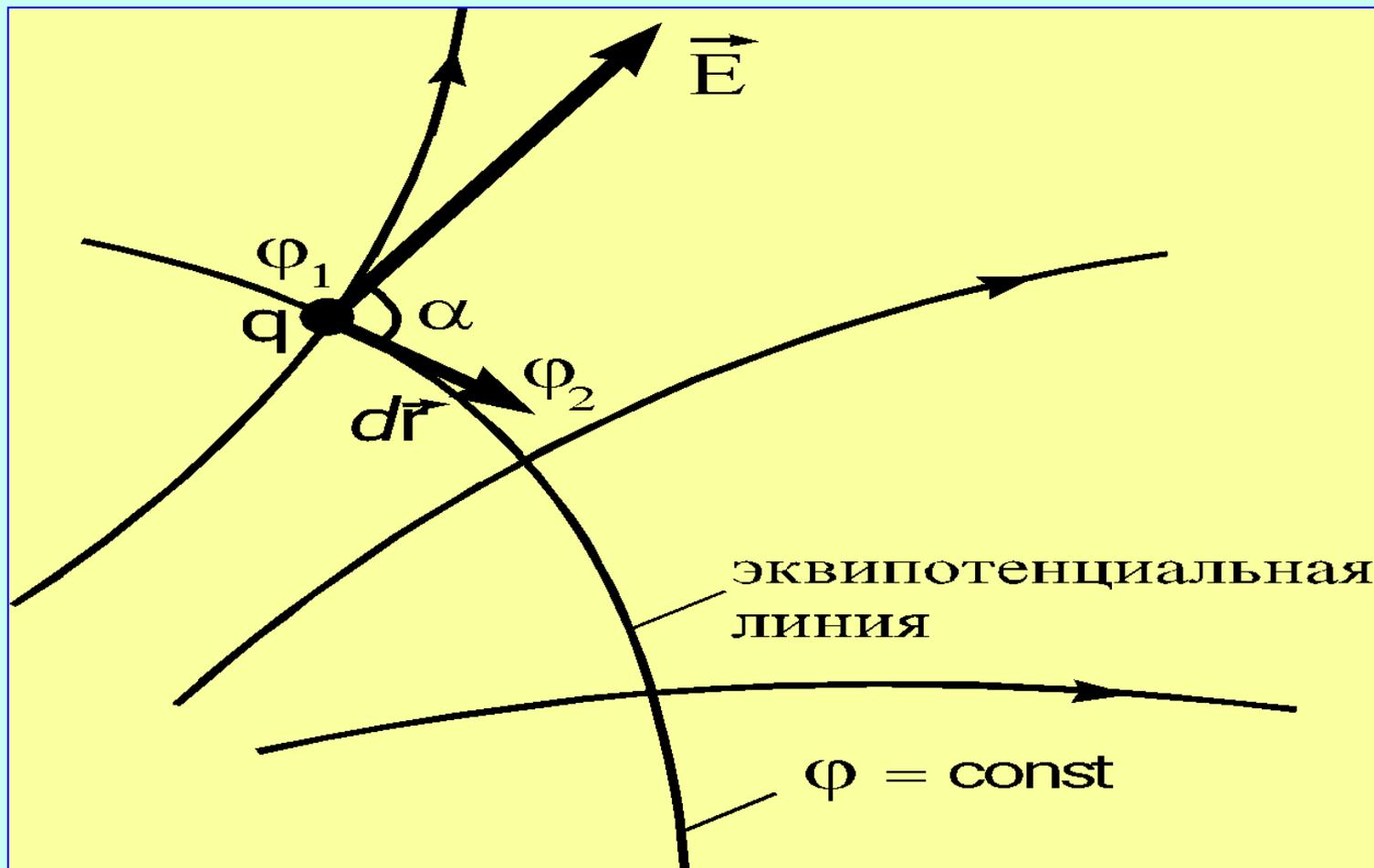


**Эквипотенциальная линия** (или поверхность) - геометрическое место точек равного потенциала.

**Эквипотенциальные линии** обладают следующими свойствами:

- 1) работа сил электрического поля вдоль эквипотенциальной линии равна нулю;
- 2) перпендикулярны силовым линиям в каждой точке поля;
- 3) напряжённость поля направлена в сторону убывания потенциала.

Докажем пункт «2».



Действительно, если заряд  $q$  перемещать вдоль эквипотенциальной линии, то  $\phi_1 = \phi_2$ .

Тогда 
$$A = q(\phi_1 - \phi_2) = 0$$

С другой стороны работу определим как

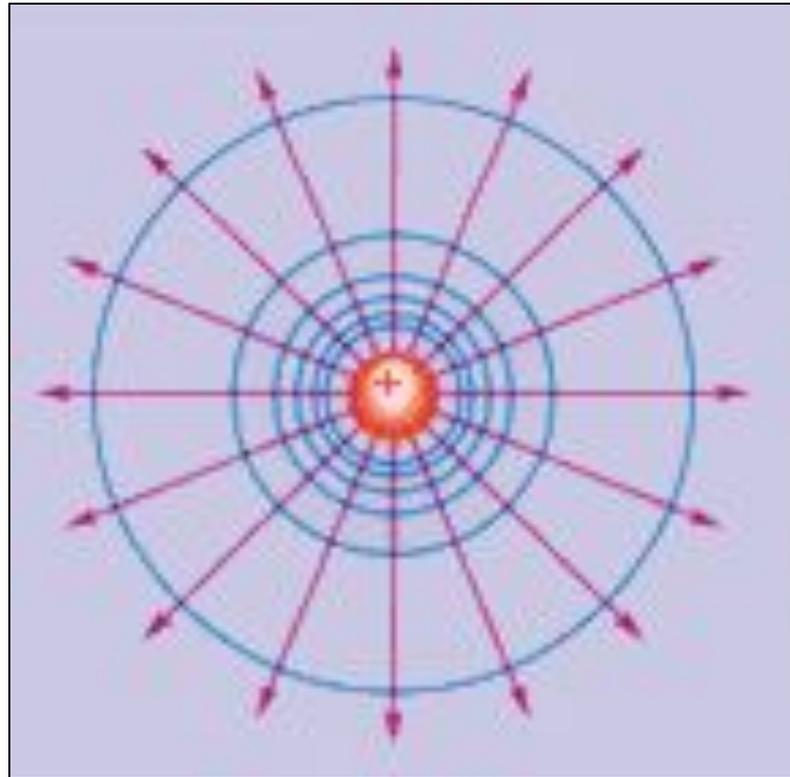
$$A = \int \vec{F} d\vec{r} = q \int \vec{E} d\vec{r} = q_{\text{пр}} E |\vec{dr}| \cos \alpha$$

Нулю может быть равен только  $\cos \alpha$ .

Следовательно, угол между направлением вектора напряженности  $\vec{E}$  и вектором элементарного перемещения  $d\vec{r}$  равен  $90^\circ$ :  $\alpha = \pi/2$

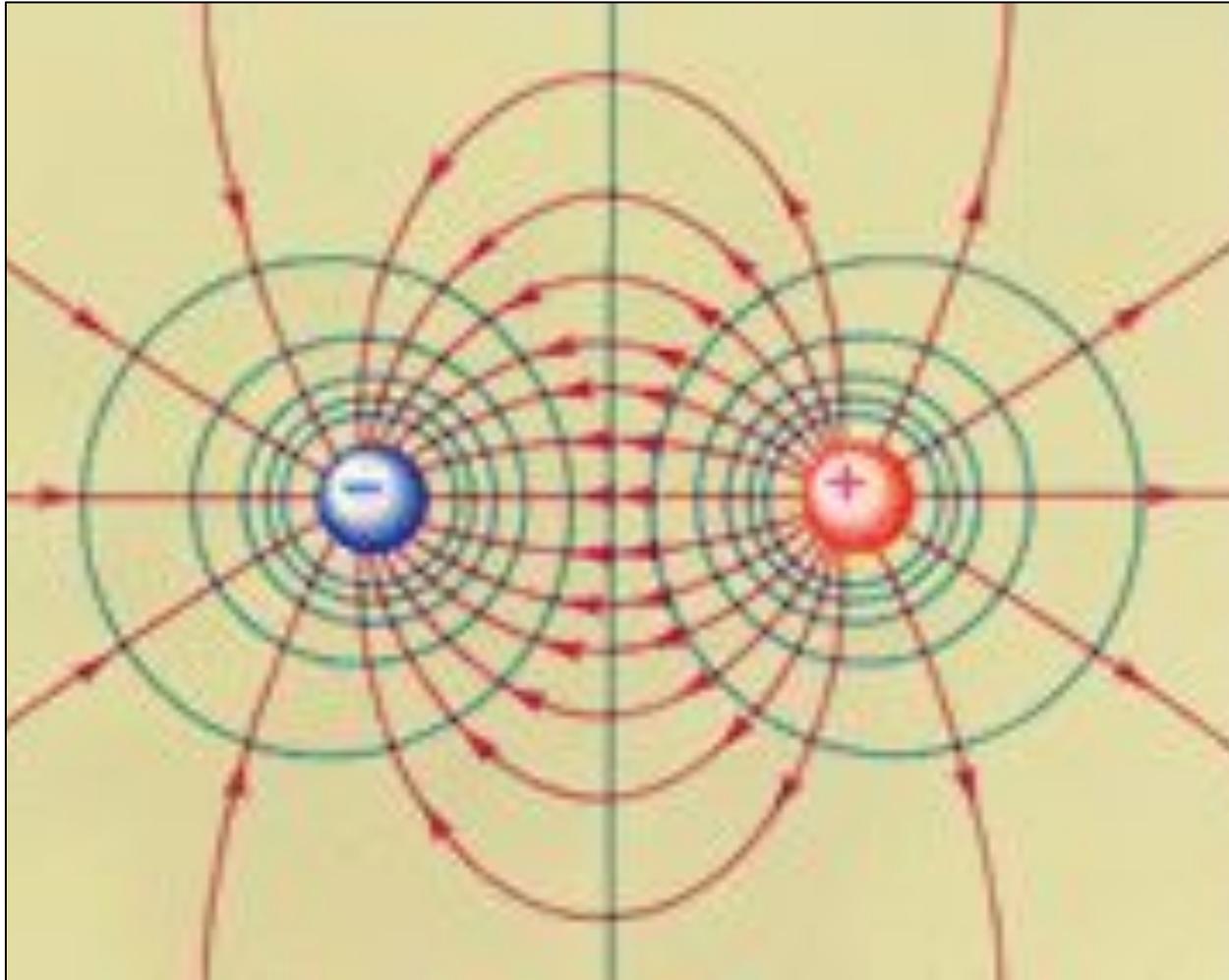
## Графическое изображение поля

с помощью силовых и эквипотенциальных линий.

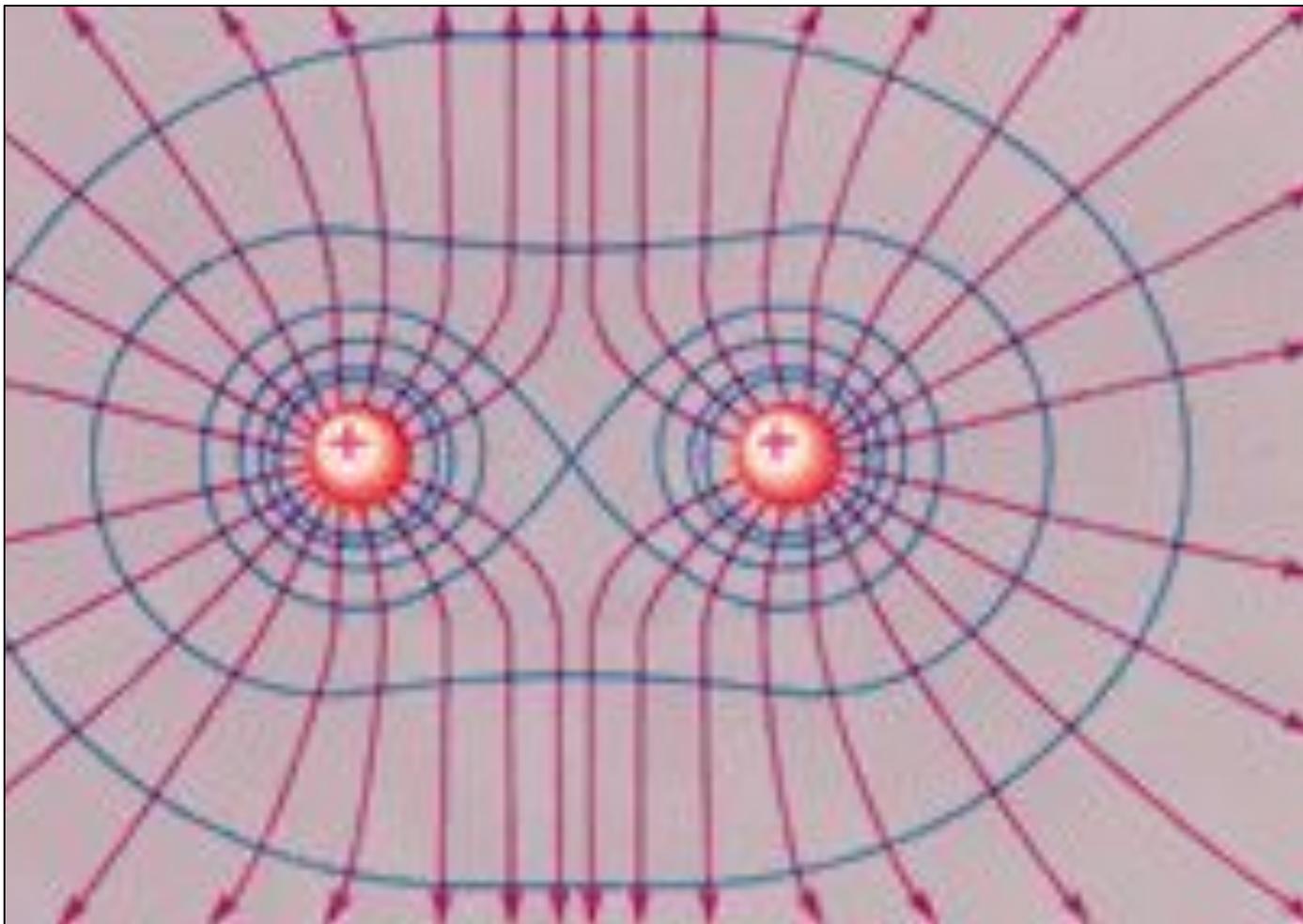


Поле точечного положительного заряда

## Электростатическое поле диполя



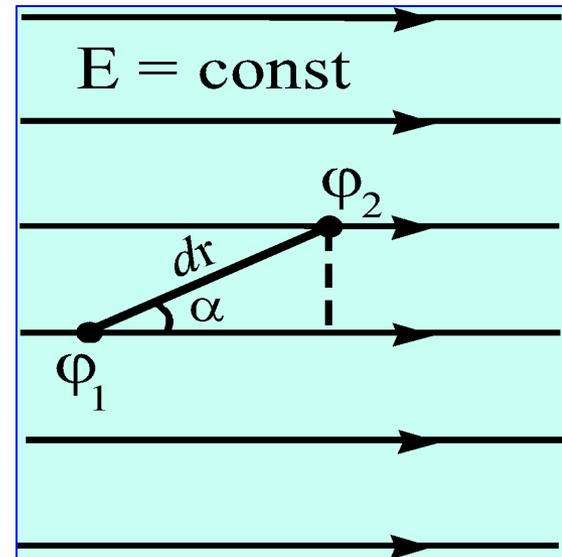
## Поле двух положительных зарядов



## 6. Связь потенциала с напряжённостью

Напряженность и потенциал являются характеристиками одной и той же точки поля, значит они связаны между собой.

Пусть в **однородном электрическом поле** заряд  $q$  перемещается из точки с потенциалом  $\phi_1$ , в точку с потенциалом  $\phi_2$ , отстоящие на расстоянии  $dr$  друг от друга.



Элементарную работу сил поля можно определить как

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} d\vec{r} = q\vec{E}d\vec{r} = \\ &= qEdr \cos \alpha = qE_r dr \end{aligned}$$

$E_r$  – проекция вектора напряженности на направление перемещения.

С другой стороны эту же элементарную работу можно записать как

$$dA = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q d\varphi$$

Объединяя обе формулы, получим

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$$

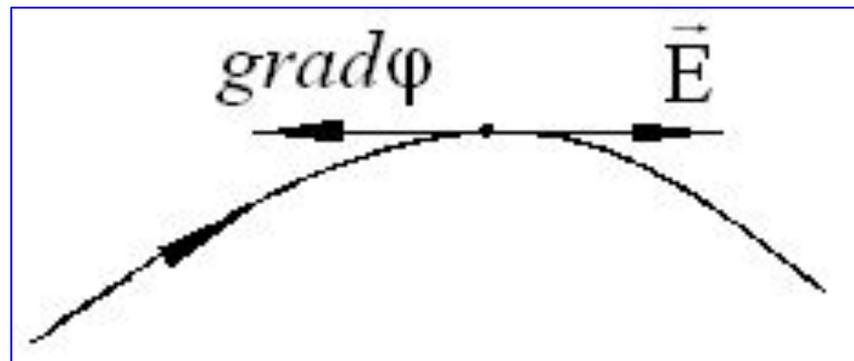
Из этого выражения следует, что **напряжённость:**

- равна изменению потенциала на единичном расстоянии;
- направлена в сторону убывания потенциала (на это указывает знак минус).

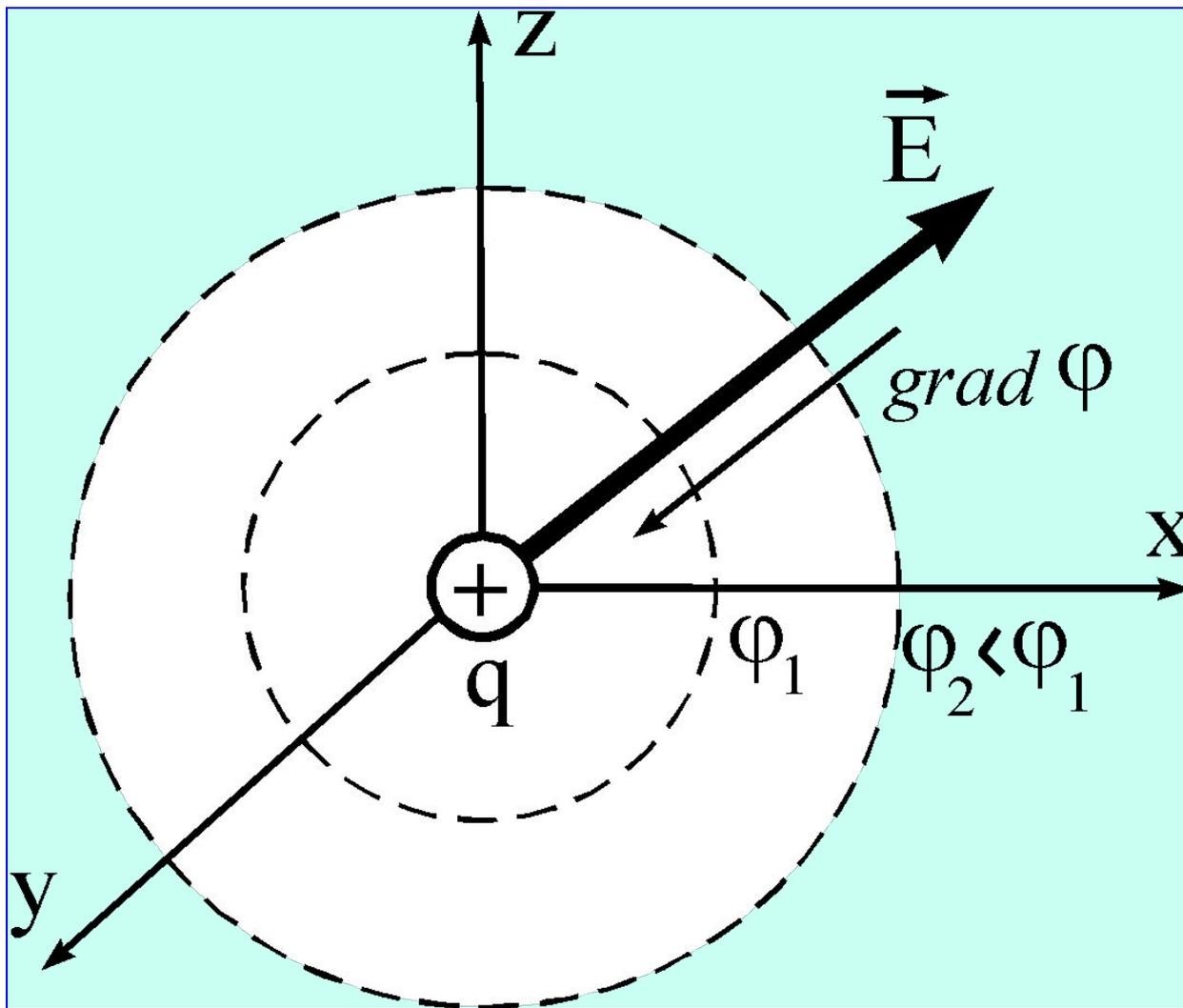
$$\vec{E} = -\left( \frac{d\varphi}{dx} \vec{i} + \frac{d\varphi}{dy} \vec{j} + \frac{d\varphi}{dz} \vec{k} \right)$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

**Напряженность в каждой точке поля** равна градиенту потенциала в этой же точке, взятому с обратным знаком.

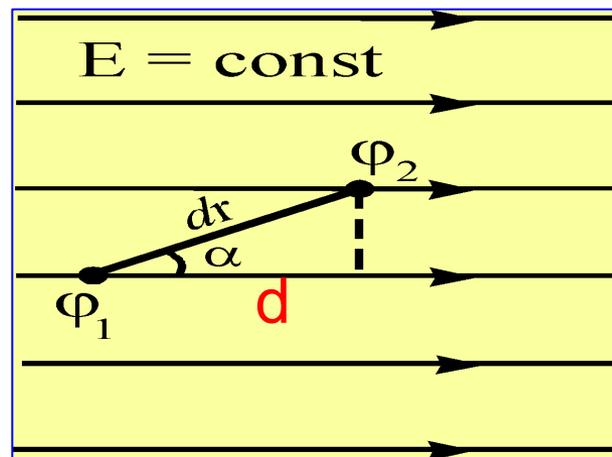


Для точечного заряда:



В **однородном поле** связь напряжённости с потенциалом обычно пишут проще.

$$E = \frac{U}{d}$$



$d$  - расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , отсчитанное вдоль одной силовой линии поля,

$|\varphi_1 - \varphi_2| = U$  - разность потенциалов между этими поверхностями, называемая **напряжением**.

Формула

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$$

позволяет найти зависимость  $E(r)$  при заданной зависимости  $\varphi(r)$ .

Формула, записанная в виде  $d\varphi = -E_r dr$  ,

позволяет найти зависимость  $\varphi(r)$  при заданной зависимости  $E(r)$ .

Проинтегрируем последнее выражение:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_{r_1}^{r_2} E_r dr$$

После интегрирования получим:

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \int_{r_1}^{r_2} E_r dr$$

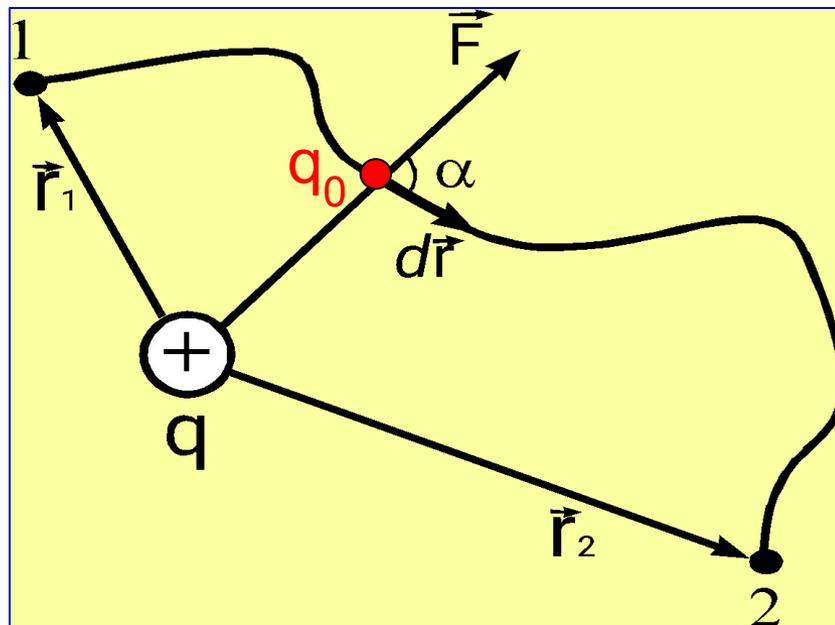
В более общем виде формула для расчёта потенциала выглядит как

$$\varphi(r) = \varphi_0 - \int_{r_1}^{r_2} E_r(r) dr$$

Окончательная формула позволяет найти зависимость  $\varphi(r)$ , если известна формула зависимости  $\vec{E}(\vec{r})$ .

# 7. Работа сил электростатического поля

1. Пусть **точечный заряд  $q_0$**  перемещается в электрическом поле другого **точечного заряда  $q$**  вдоль произвольной траектории (частный случай).



Начальная точка перемещения (точка 1) задается радиус-вектором  $\vec{r}_1$ , а конечная точка перемещения (точка 2) радиус-вектором  $\vec{r}_2$ .

Между двумя зарядами  $q$  и  $q_0$  в любой точке траектории действует кулоновская сила  $F$ .

$$F = k \frac{qq_0}{r^2}$$

**Элементарная работа** этой силы на элементарном перемещении равна

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F_r dr$$

**Полная работа** при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2 определится суммированием элементарных работ:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{kqq_0}{r^2} dr = kqq_0 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Выделим формулу

$$A_{12} = kqq_0 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Она определяет **работу по переносу точечного заряда  $q_0$  в поле точечного заряда  $q$**  (частный случай).

Перейдём от частного случая к **общему случаю**  
перемещения заряда в **неоднородном поле**.

Запишем предыдущую формулу работы  
электростатических  
сил в иной форме:

$$A_{12} = kqq_0 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

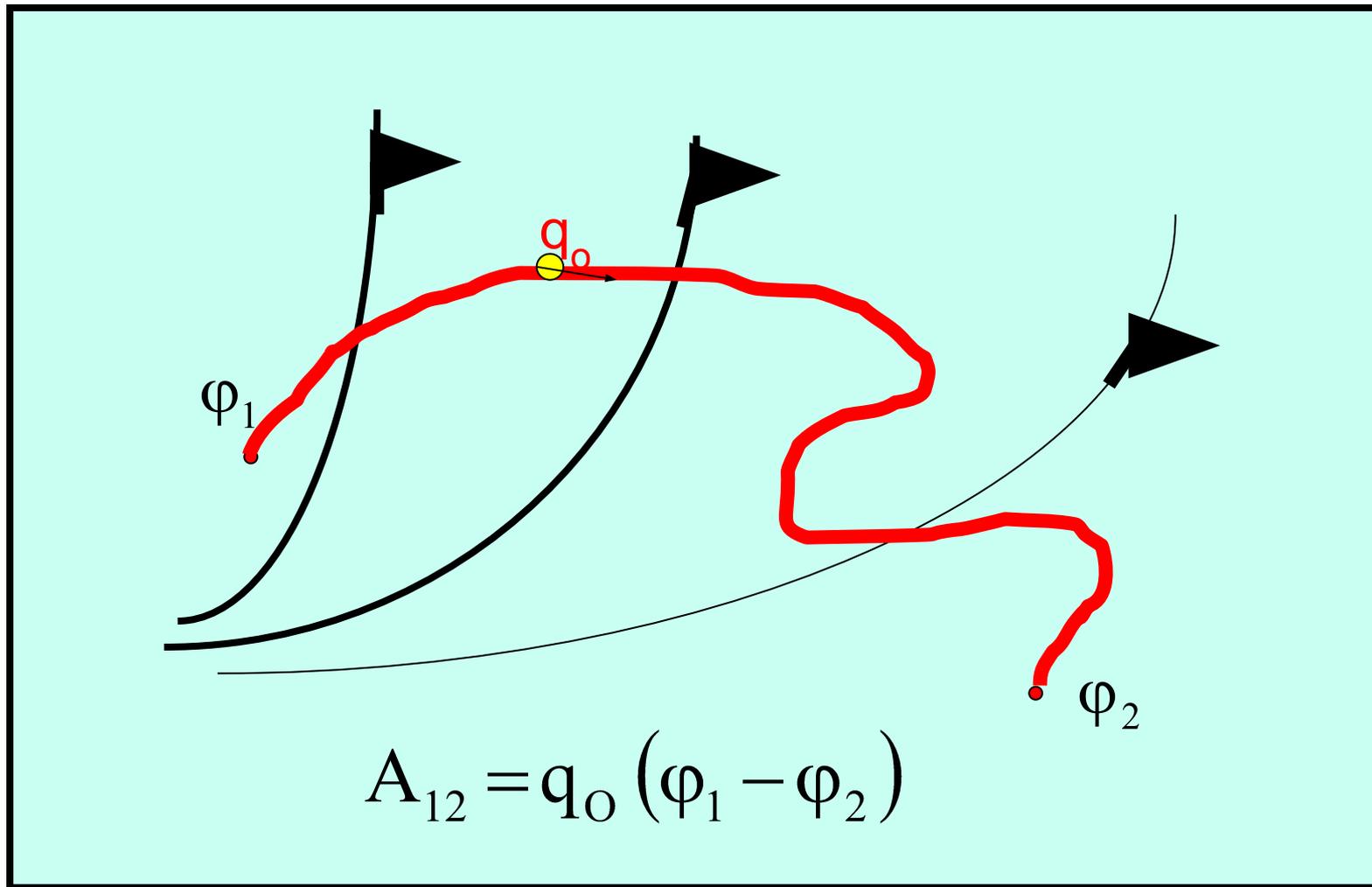
$$A = q_0 \left( \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \right)$$

Величина  $\varphi = \frac{kq}{r}$  определяет потенциал точечного  
заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от него.

$$A_{12} = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2)$$

**Работа по перемещению заряда в любом неоднородном поле равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек пути.**

$$A_{12} = -q_0 \cdot \Delta\varphi$$



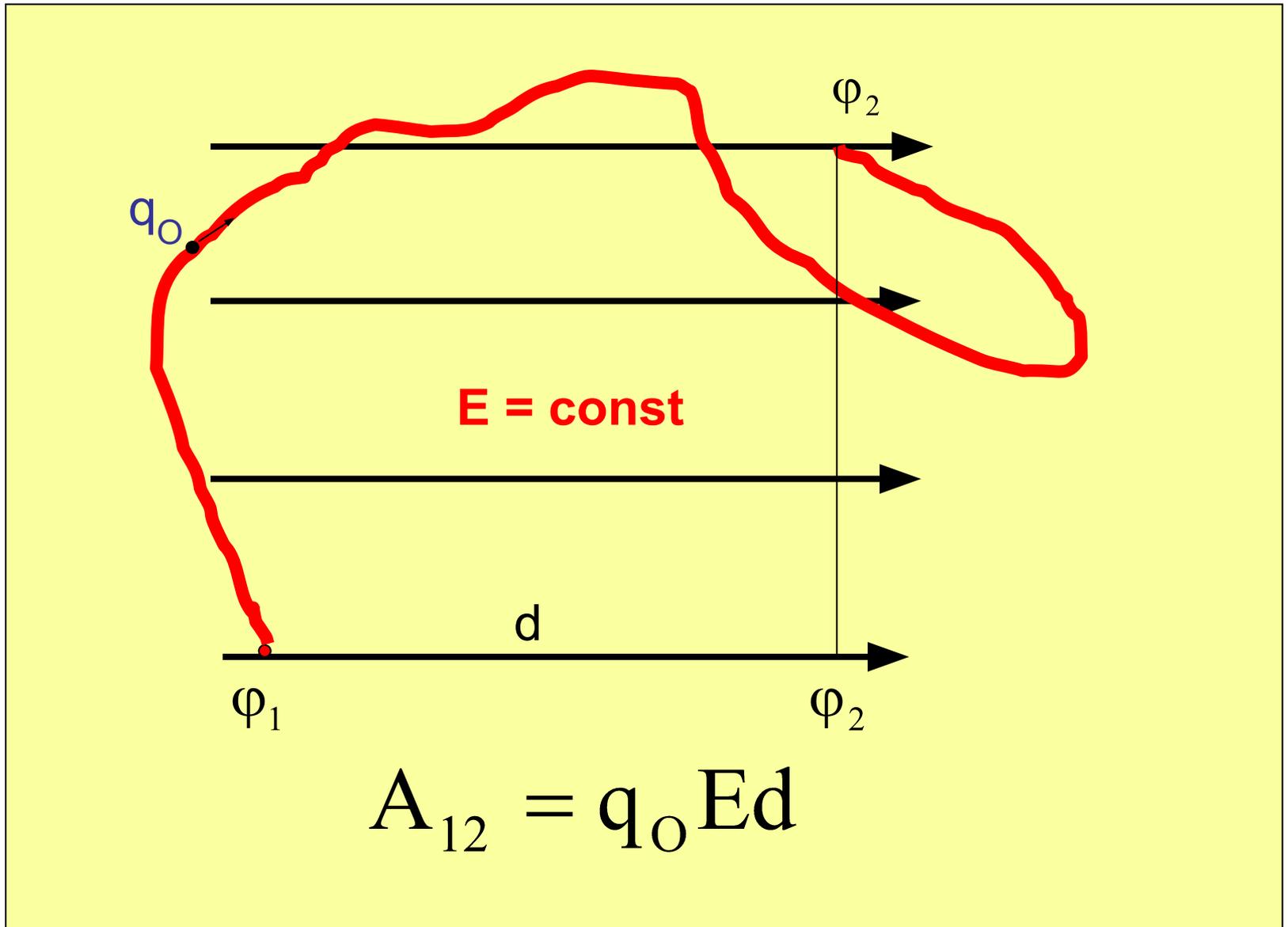
В **однородном** электростатическом поле разность потенциалов и напряжённость связаны формулой:

$$U = Ed$$

**Работа** электрических сил в этом случае запишется как

$$A_{12} = q_0 U$$

$$A_{12} = q_0 Ed$$



## Работа сил электростатического поля:

- определяется только положением начальной и конечной точек перемещения;
- не зависит от формы траектории;
- равна нулю по замкнутой траектории.

$$\oint_L dA = A = 0$$

На основании этого можно утверждать, что:

- **электростатические силы** консервативны,
- **электростатическое поле** – потенциально.