

Теоретическая механика

Статика

Лекция № 5



5.1 Трение

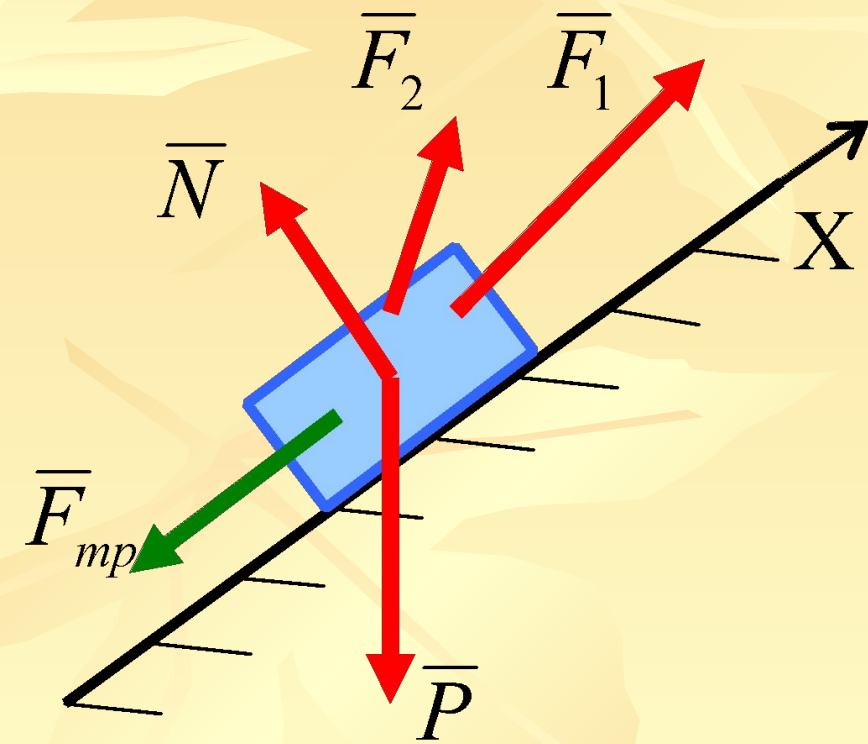
5.1.1 Трение скольжения

При стремлении сдвинуть одно тело по поверхности другого, в плоскости соприкосновения тел возникает сила сопротивления их относительному движению, называемая **силой трения скольжения**.

В теоретической механике рассматривается только **сухое трение**, когда между трущимися поверхностями отсутствует смазка.

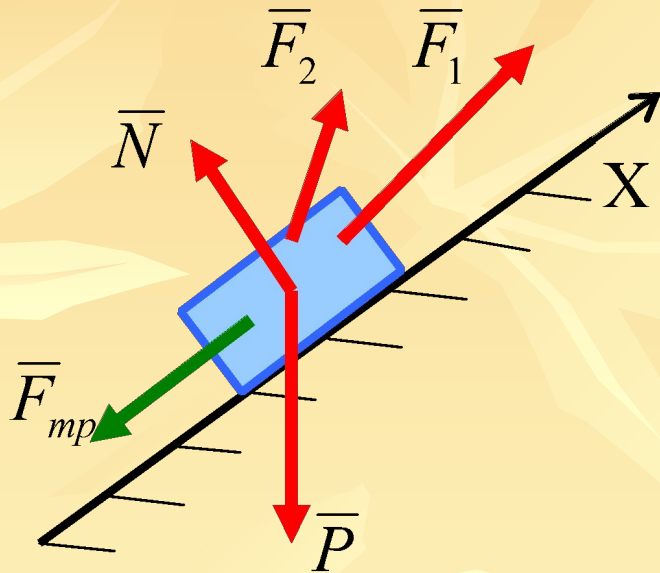
Различают силу трения скольжения **при покое** и **при движении**.

Законы трения скольжения (законы Кулона)



- **Сила трения** всегда направлена в сторону, **противоположную** возможному или реальному движению под действием приложенных сил.

Сила трения при покое



$$\sum F_X = 0; \Rightarrow$$

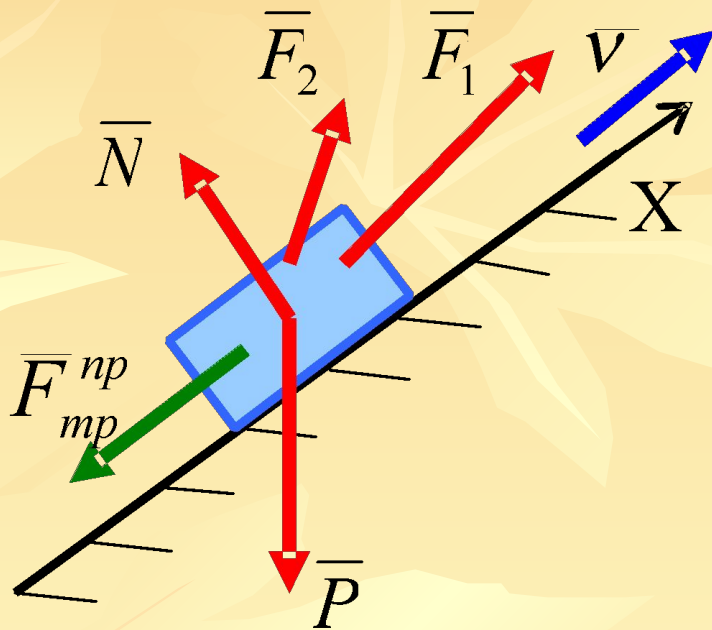
$$-F_{mp} + \sum F_{kX} = 0; \Rightarrow$$

$$F_{mp} = \sum F_{kX}; \Rightarrow$$

$$0 \leq |F_{mp}| \leq |F_{mp}^{np}|.$$

- **При покое** сила трения зависит от приложенных к телу сил, ее модуль заключен между нулем и предельным (max) значением, достигаемом в момент выхода из состояния покоя (в начале движения).

Сила трения при движении

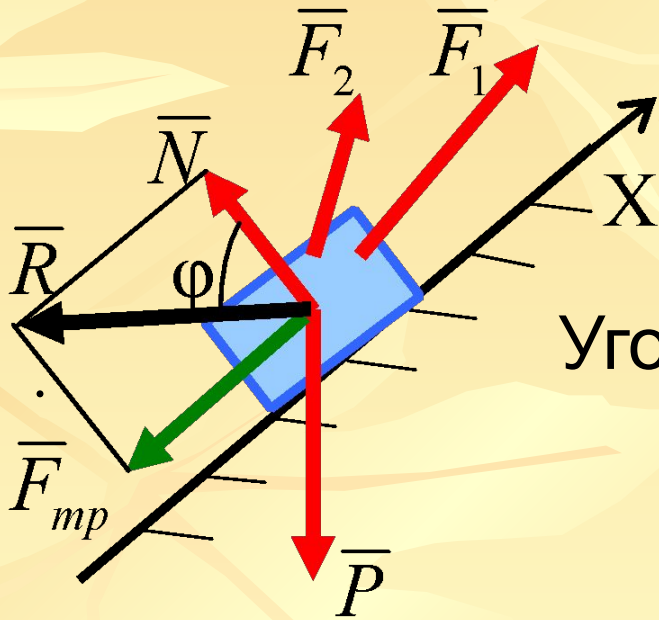


$$F_{тр}^{np} = fN$$

- При движении предельная сила трения $\bar{F}_{тр}^{np}$ равна произведению коэффициента трения скольжения f на силу нормального давления N .

- Значение предельной силы трения $\bar{F}_{тр}^{np}$ в довольно широких пределах **не зависит от размеров** соприкасающихся при трении поверхностей.
- $\bar{F}_{тр}^{np}$ **от скорости зависит незначительно**. В приближенных расчетах принимают $\bar{F}_{тр}^{np} = const$.
- **Коэффициент трения скольжения f** определяют экспериментально, так как он зависит от материала и физического состояния трущихся поверхностей.

Угол трения



$$\bar{R} = \bar{F}_{mp} + \bar{N}$$

$$\bar{N} \leq \bar{R} \leq \bar{R}_{np}$$

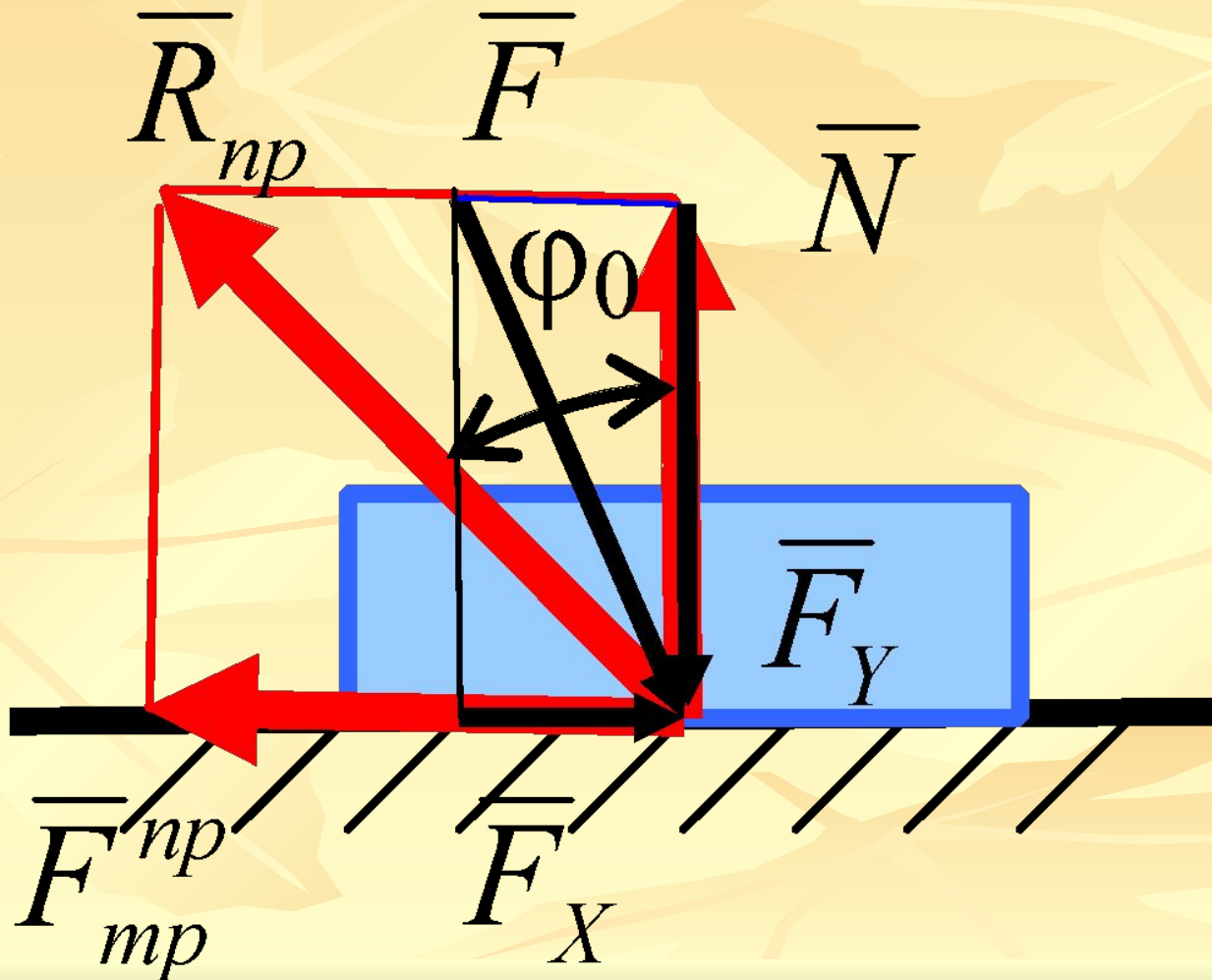
$$0 \leq \varphi \leq \varphi_0$$

Угол φ_0 называют **углом трения**

- При движении:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{F_{mp}^{np}}{N} = \frac{fN}{N} = f$$

Явление самоторможения (заклинивания)

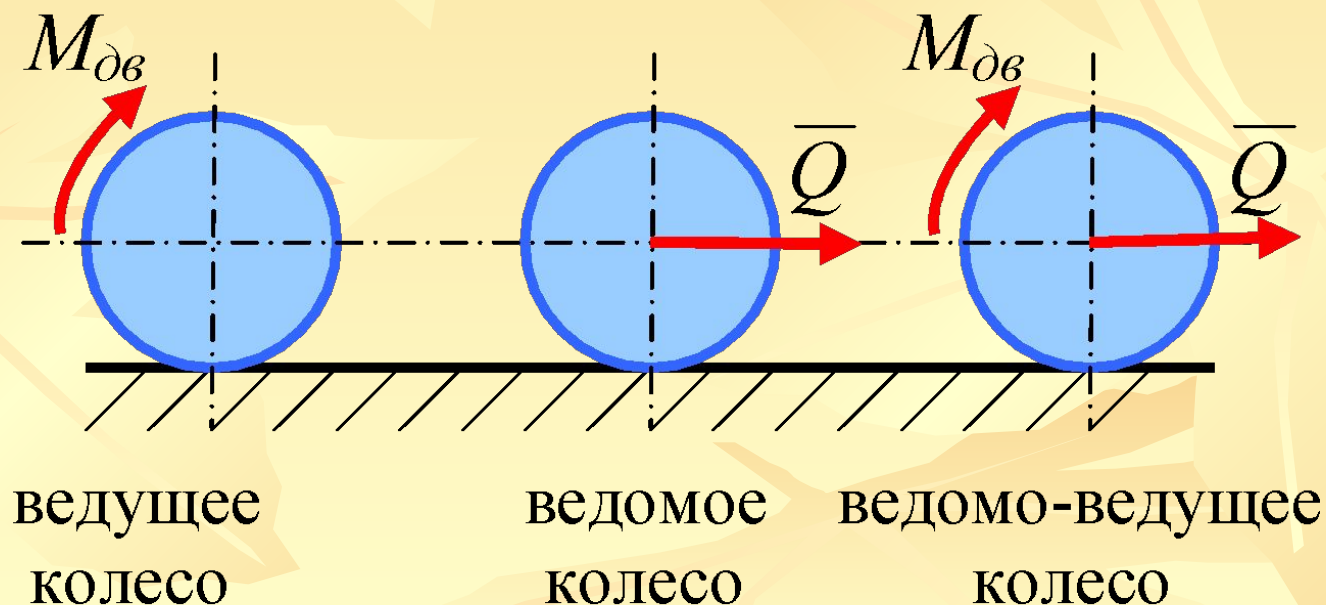


Явление самоторможения (заклинивания)

Если равнодействующая \bar{F} всех внешних сил, приложенных к сдвигаемому по шероховатой поверхности телу, проходит внутри угла трения φ_0 , то сколь угодно большой силой сдвинуть тело не удастся. Составляющая \bar{F}_y всегда равна нормальной реакции \bar{N} (по закону равенства действия и противодействия, аксиома 5, §1), а составляющая \bar{F}_x (сдвигающая сила) при $\varphi < \varphi_0$ всегда будет меньше предельной силы трения $\bar{F}_{тр}^{пр}$. Это явление называется **явлением самоторможения или заклинивания.**

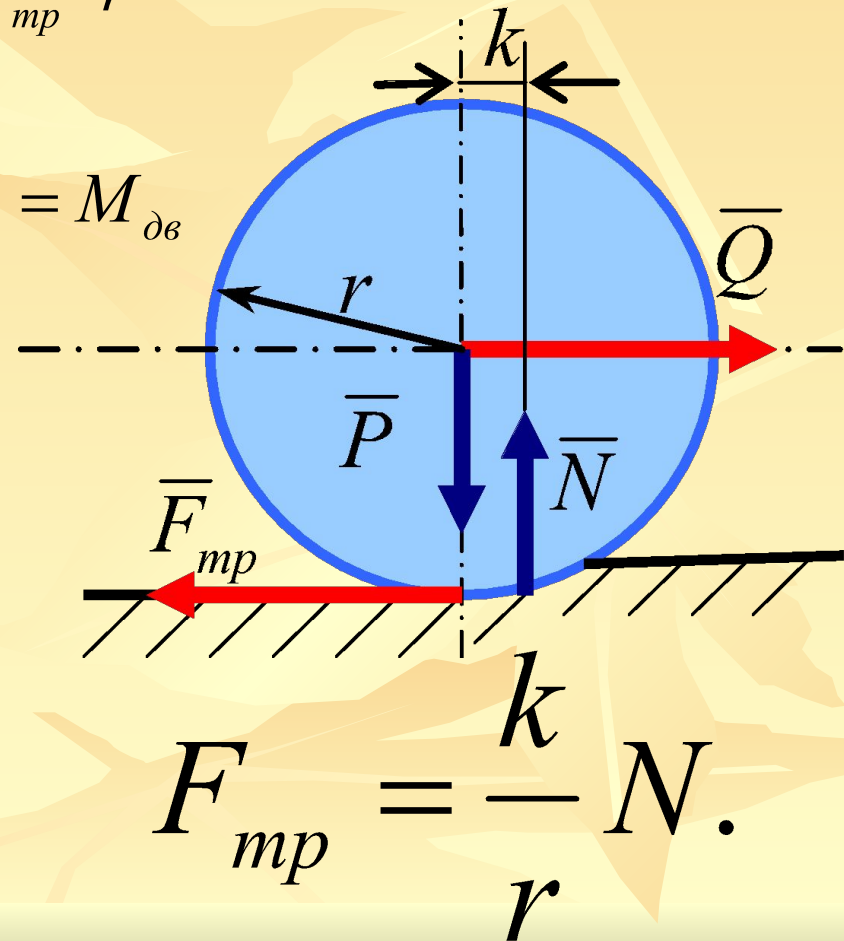
5.1.2 Трение качения

При качении жесткого колеса (катка) по мало деформируемой поверхности возникает **сила трения качения**. В зависимости от силдвигающих колеса различают: **ведущие, ведомые и ведомо-ведущие колеса**.



Ведомое колесо

Движущая сила \bar{Q} и сила трения \bar{F}_{mp} образуют движущую пару с моментом $M_{dv} = Q \cdot r = F_{mp} \cdot r$, а сила тяжести \bar{P} и нормальная реакция \bar{N} пары сопротивления с моментом $M_c = M_{dv}$. Так как $M_c = N \cdot k$, то величина смещения k называется **коэффициентом трения качения, причем $k/r \ll f$** , поэтому в технике стремятся заменить трение скольжения трением качения. Сила трения качения определяется выражением



Ведущее колесо

Движущий момент:

$$M_{\text{дв}} = Fr = F'r$$

Момент трения:

$$M_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot r$$

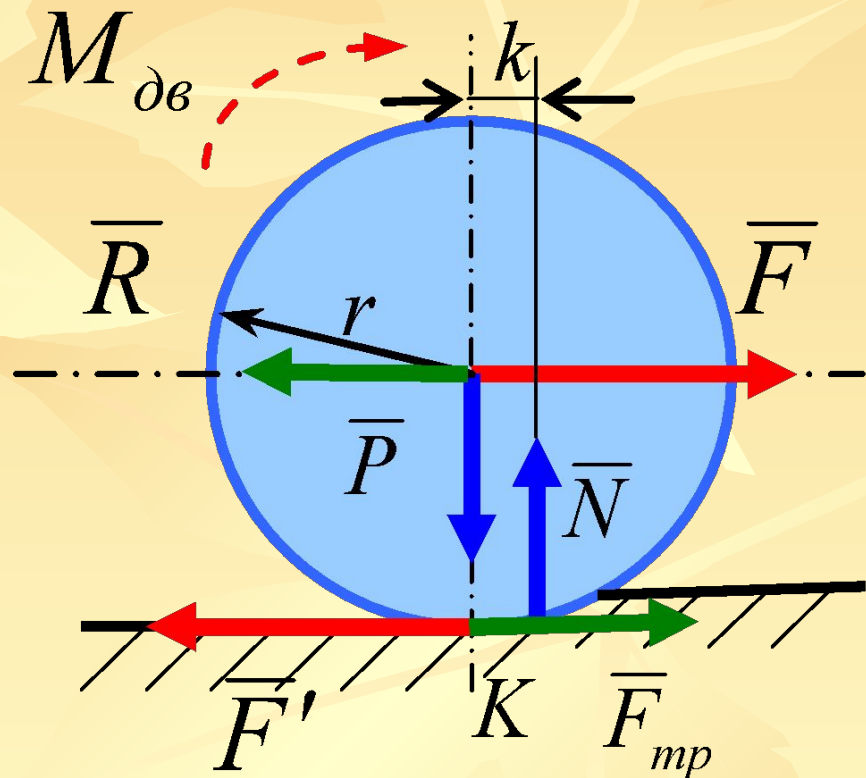
Момент сопротивления:

$$M_C = k \cdot N$$

Качение колеса возможно,

$$\text{если } M_{\text{дв}} \geq (M_{\text{тр}} + M_C) \Rightarrow$$

$$F \geq \left(F_{\text{тр}}^{\text{пр}} + \frac{k}{r} N \right)$$



Законы трения качения:

Сила трения качения равна $F_{тр} = \frac{k}{r} N$.

- ✓ Момент сил сопротивления $M_c = k \cdot N \cdot r$, препятствующий качению жесткого колеса в широких пределах не зависит от радиуса колеса.
- ✓ Коэффициент трения качения k зависит от материала катка, плоскости соприкосновения, физического состояния поверхности.
- ✓ В первом приближении считают, что k зависит от угловой скорости колеса (катка) и скорости его скольжения по плоскости незначительно.
- ✓ Законы трения качения справедливы для не очень больших нормальных давлений и не слишком легко деформируемых материалов катка и поверхности.

5.1.3 Трение верчения

- В случае, когда активные силы стремятся вращать тело (шар) вокруг нормали к общей касательной поверхности, возникает **трение верчения**.
- **Коэффициент трения верчения** значительно меньше коэффициента трения качения.

5.2 Центр тяжести твердого тела

Центр (точка C) системы параллельных сил тяжести

$$\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_k, \dots, \bar{P}_n$$

всех точек тела называется

центром тяжести

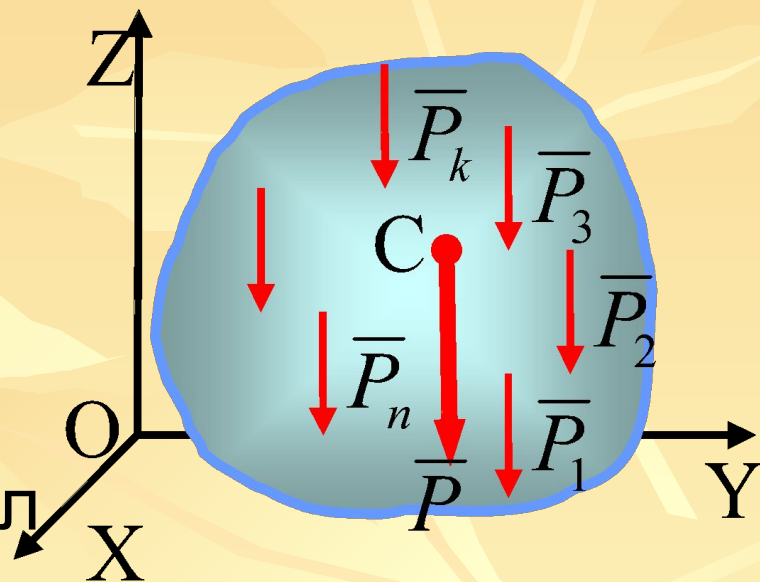
твердого тела, а сумма сил

тяжести всех его

материальных точек $\bar{P} = \sum \bar{P}_k$

называется **силой тяжести**

действующей на него



Координаты центра тяжести твёрдого тела

$$X_C = \frac{1}{P} \sum P_k \cdot X_k; Y_C = \frac{1}{P} \sum P_k \cdot Y_k; Z_C = \frac{1}{P} \sum P_k \cdot Z_k$$

где

X_k, Y_k, Z_k

- координаты точек приложения сил
тяжести

\bar{P}_k

, действующих на k -ю материальную
точку