

ОПЦИОНЫ И ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ ОПЦИОНОВ



1. ВИДЫ ОПЦИОНОВ

Опцион — это право что-либо купить или продать по фиксированной цене в будущем.

Основная особенность опциона как формы срочного контракта состоит в том, что приобретающий его инвестор имеет право на выполнение или невыполнение условий этого контракта на определенную **дату** (европейский опцион) или в любой момент в течение указанного в контракте периода (американский опцион).

Опцион заключается по поводу продажи или покупки того или иного товара (акций, валюты, зерна и т. п.). который называют **предметом опциона**.



1. ВИДЫ ОПЦИОНОВ

При этом владелец опциона имеет право исполнять или не исполнять его условия.

Говорят, что владелец опциона занимает **«длинную» позицию**, т. е. имеет возможность выбирать, исполнить условия опциона или нет. Соответственно, вторая сторона, продавшая это право владельцу опциона и получившая за это определенную **сумму** средств (стоимость опциона), занимает **«короткую» позицию**, т. е. должна исполнить условия контракта, если владелец опциона выбирает его исполнение.

Противоположная сторона контракта, занимающая «короткую» позицию, называется **надписателем**.



1. ВИДЫ ОПЦИОНОВ

Различают опционы на покупку и на продажу,

В **опционах на покупку** (опционы покупателя, или опционы колл) условием договора является покупка владельцем опциона соответствующего товара (предмета опциона) по цене исполнения, если владелец опциона выбирает его исполнение.

Исполнение опциона на покупку предполагает, что владелец опциона покупает, а подписатель опциона обязан поставить ему соответствующий товар, являющийся предметом опциона, по установленной в контракте цене, которая называется **ценой исполнения**,



1. ВИДЫ ОПЦИОНОВ

В **опционах на продажу** (опционы продавца, или опционы пут) условием договора является продажа соответствующего товара (предмета опциона) по цене исполнения, если собственник опциона выбирает его исполнение.

Исполнение опциона на продажу означает, что владелец опциона продает товар, являющийся предметом опциона, по установленной заранее цене исполнения, а надписатель опциона обязан его купить.

Цена, выплачиваемая владельцем опциона противоположной стороне (надписателю), фактически представляет собой плату за право выбора исполнения его условий, поскольку наличие опциона не означает, что он обязательно принесет его владельцу доход.



1. ВИДЫ ОПЦИОНОВ

Опционный контракт по поводу покупки или продажи определенного товара содержит установленную цену его исполнения в период, на который предоставлен опцион, и характеризуется стоимостью (или ценой) его приобретения. Цена опциона определяется на рынке под влиянием спроса и предложения.

Опционы играют важную роль при хеджировании риска изменения цен, поскольку позволяют не исполнять контракт при неблагоприятном развитии рыночной конъюнктуры.

2. Определение доходов по опциону

Рассмотрим опцион на покупку акции. Обозначим цену исполнения опциона через X , а цену акции на момент исполнения — через S .

Доход опциона (без учета его цены) выражается формулой:

$$C_s = \max \{S - X, 0\}$$

Когда наступает дата исполнения опциона, то держатель опциона сравнивает рыночную цену на актив (S) и цену исполнения (X), т. е., указанную в опционе.

Если $S > X$ то он реализует свое право покупки по цене X покупает актив по этой цене (и может немедленно его продать и получить доход $S - X$). Это право ему обеспечивает продавец опциона, поставляя физический актив или доплачивая разницу $S - X$ держателю опциона (эти обязательства обеспечиваются специальным биржевым механизмом — клиринговой палатой). Держатель опциона оказывается в выигрыше и тем больше, чем больше разница $S - X$.

2. Определение доходов по опциону

Но если рыночная цена не превышает цены исполнения, то держателю опциона незачем покупать актив, В этом случае он в проигрыше, так как за опцион он заплатил его стоимость (цена опциона).

Следовательно- опцион на покупку приобретают тогда, когда надеются на повышение рыночной цены актива к дате исполнения опциона.

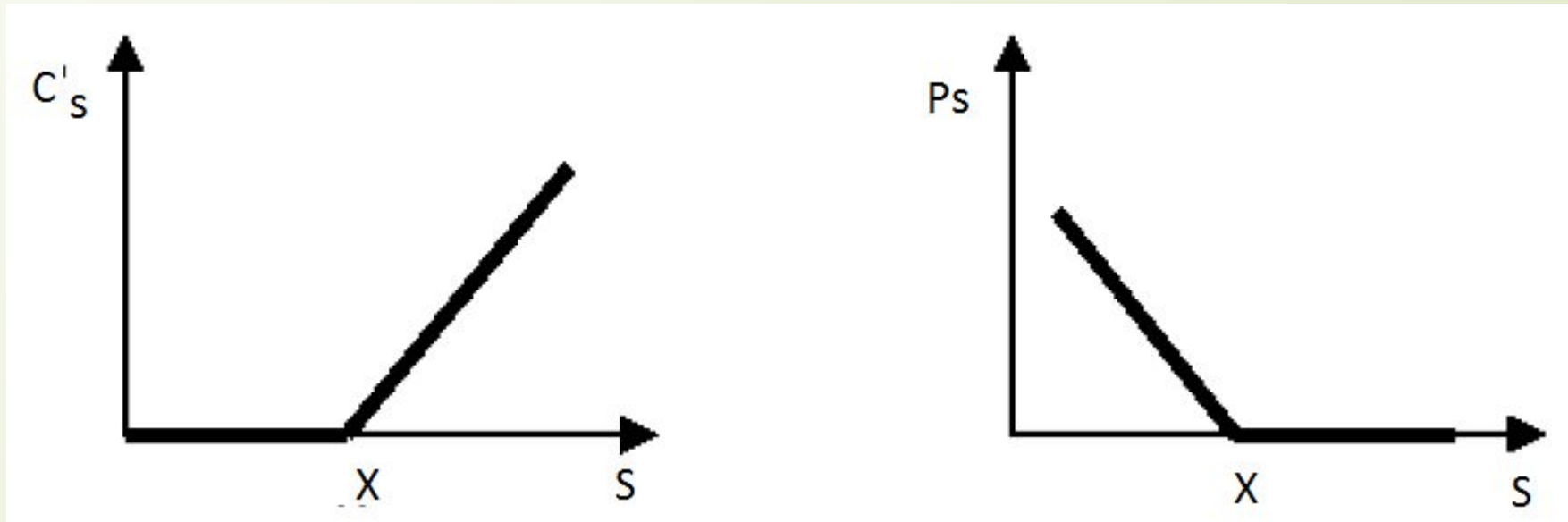


Рис. Доход от опциона на покупку (а) и на продажу (б)

2. Определение доходов по опциону

Аналогично доход опциона на продажу акций (без учета его цены) выражается формулой

$$P_s = \max \{X - S, 0\}$$

Если цена акции опустится ниже цены исполнения (рис. 9, б), то инвестору выгодно исполнять опцион, поскольку, продав акцию за цену исполнения, он может купить эту акцию на рынке за меньшую стоимость и получить доход. При повышении курса ему невыгодно исполнять опцион, поскольку его доход будет меньше, чем при простой продаже акции на рынке. Покупка опциона на продажу позволяет хеджировать риск роста курса акции.



Пример

Сравним покупку акции по текущему биржевому курсу с целью последующей перепродажи и приобретение опциона на покупку.

Инвестор покупает на бирже акцию за 200 руб, или может купить опцион на покупку акции по 30 руб. с возможностью купить через месяц эту акцию за 210 руб. — цена опциона. Определим потери и прибыль инвестора в том случае, когда он покупает акцию или приобретает опцион.

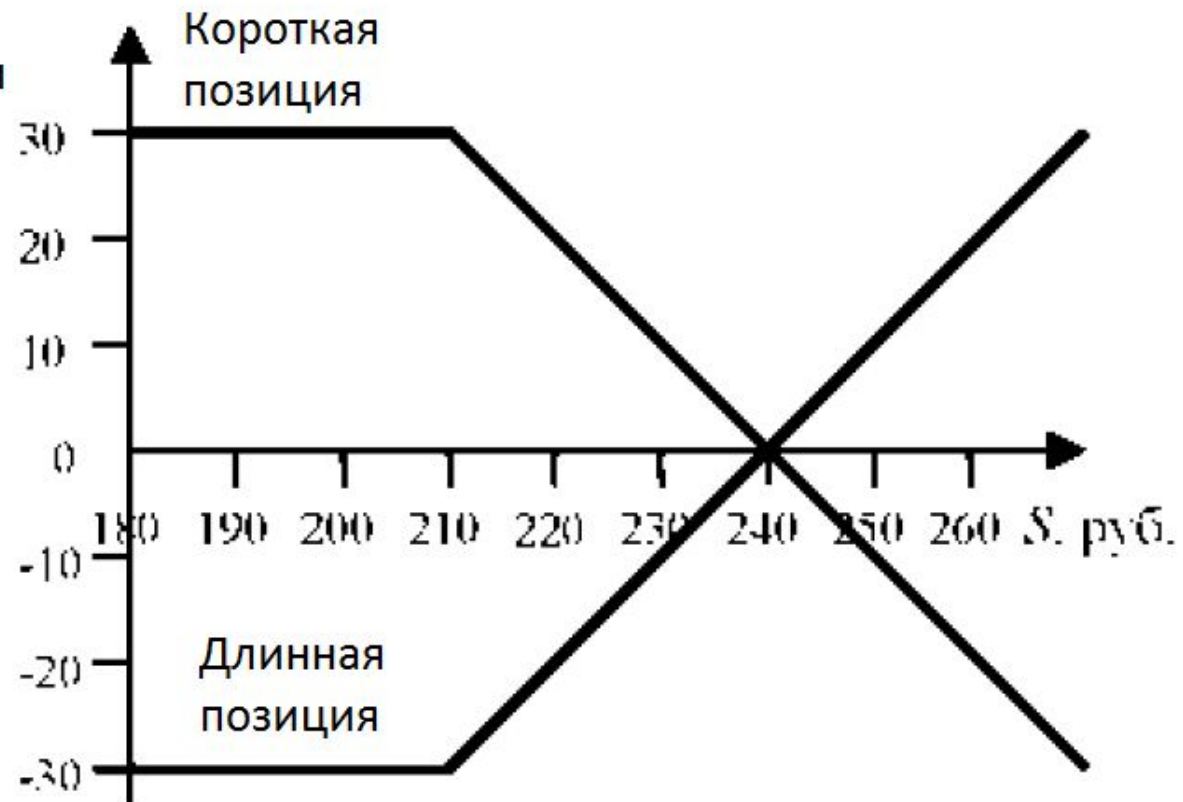
Если инвестор покупает опцион, то его действия через месяц зависят от будущего курса акции. Если этот курс будет меньше цены исполнения 210 руб., то опцион исполняться не будет, поскольку, купив акцию за 210 руб., он, продавая ее за меньшую сумму, получит убыток.

Пример

Потери и прибыли инвестора (с учетом цены опциона) определяются выражением:

$$\text{Max} \{0, S - 210\} - 30$$

Доход опциона
(прибыли, убытки
инвестора). руб



Пример

При любом падении будущего курса акции ниже цены исполнения убытки инвестора составят только 30 руб., в то время как при прямой продаже этой акции через месяц он имел бы возрастающие по мере падения курса акции убытки. Покупка опциона позволяет хеджировать риск падения курса акции для покупателей опциона, занимающего длинную позицию.

Прибыль инвестора при покупке опциона становится положительной только в том случае, если будущий курс акции превысит 240 руб. (цена исполнения + цена опциона).

Для собственника акции, занимающего при продаже опциона на покупку «короткую» позицию, имеет место прямо противоположный график прибыли и убытков.

При любом падении курса акции ниже 210 руб., он будет иметь стабильную прибыль 30 руб., в то время как при прямой продаже этой акции через месяц он имел бы возрастающие по мере падения курса акции убытки.

Пример

И та и другая позиции обеспечивают хеджирование риска понижения курса акций. При этом осуществление операций с опционами требует значительно меньших затрат первоначального капитала инвестора, чем покупка акции по текущему биржевому курсу. Цена опциона на покупку гораздо меньше текущего курса акции. Даже при условии что будущая прибыль при исполнении опциона будет меньше, чем при прямой продаже акции, доходность капитала при исполнении опциона может быть выше.

Допустим, в условиях предыдущего примера курс акции через месяц составит 260 руб. Тогда доходность покупки акции по текущему курсу и продажи по будущему составит:

$$\frac{260 - 200}{200} \cdot 100\% = 30\% .$$

Пример

Если же инвестор покупает опцион за 30 руб., а затем его исполняет, то затраты его капитала составят 30 руб. Доходность при исполнении опциона, т.е. покупке акции по 210 руб. и ее продажа за 260 руб., определяется так:

$$\frac{260 - 210 - 30}{30} \cdot 100\% = 66.7\%$$

Доходность операции с опционом возросла более чем в два раза при значительно меньших затратах первоначального капитала. Снижение риска при исполнении опциона может сопровождаться ростом доходности операции с ним.

3. Биномиальная однопериодная модель

Для упрощения предположим, что опцион даст владельцу право приобрести одну обыкновенную акцию, хотя опционы могут быть и на другое количество акций.

При построении модели цены опциона на покупку акции для одного периода будем исходить из условия, что цена акции в следующем периоде может принимать только два значения. Практически это означает выделение двух будущих состояний экономики.

Определим доходы по опциону в каждом будущем состоянии экономики.

Допустим, в следующем периоде акция, которая сейчас продается по цене r , будет продаваться при наступлении одного состояния экономики по высокой цене a_r , а при наступлении второго состояния - по низкой цене b_r .
 $a_r > b_r$,

Величины a и b — это темпы роста цены акции при наступлении первого или соответственного второго состояния экономики $a > b$.

3. Биномиальная однопериодная модель

Часто рассматривают случай, когда $b < 1 < a$. Это означает, что в одном будущем состоянии экономики предполагается рост цены, а во втором — ее понижение.

В настоящий период имеется возможность выпустить или купить облигации на сумму, которую обозначим через y . при условии ее погашения в следующем периоде под ставку процента, которую обозначим через r .

Риск облигации равен 0. при этом считаем, что $b < 1 + r < a$.

В противном случае возникает возможность арбитражной операции, т. е. получение более высокого дохода. А именно: если $1 + r > a$, то надо продать акцию и инвестировать полученные средства под безрисковый процент; если же $1 + r < b$, то надо занять деньги под безрисковый процент и купить акцию.

3. Биномиальная однопериодная модель

Представим себе опцион покупателя на рассматриваемую акцию с ценой исполнения X , срок которого истекает через один период. Пусть C — стоимость опциона в момент 0. Цель — рассчитать стоимость в состоянии рыночного равновесия. Начнем с того, что определим доход по опциону в каждом состоянии экономики в будущий период. Этот доход будет зависеть от будущей цены акции.

Пусть C_a — доход по опциону при наступлении 1-го будущего состояния экономики, т. е., в том случае, если цена акции достигнет a_p . Тогда, при условии что цена акции в будущем периоде меньше цены исполнения по опциону и его исполнять невыгодно, получаем;

$$C_a = \max(a_p - X, 0).$$



3. Биномиальная однопериодная модель

Аналогично пусть C_b — доход по опциону в том случае, если цена к этому времени снизится до b_p . Тогда, учитывая условия исполнения опциона, имеем:

$$C_b = \max\{b_p - X, 0\}.$$

Представленные формулы позволяют определить доход по опциону в каждом из двух выделенных будущих состояний экономики.



3. Биномиальная однопериодная модель

На основе оценки этих доходов построим модель определения цены опциона в условиях рыночного равновесия.

Чтобы определить стоимость опциона за один период до окончания срока его исполнения, воспользуемся соответствующим образом выбранным эквивалентным опциону портфелем акций и облигаций, который называется хеджирующим портфелем.

Портфель, составленный из рисковых и безрисковых активов и имеющий те же самые доходы в каждом будущем состоянии экономики. что и рассматриваемая рисковая ценная бумага, называется **ЭКВИВАЛЕНТНЫМ** данной ценной бумаге.



3. Биномиальная однопериодная модель

Эквивалентные портфели формируют из таких рисковых и безрисковых активов, текущая цена которых известна. Тогда в состоянии рыночного равновесия цена рассматриваемой ценной бумаги должна совпадать со стоимостью эквивалентного портфеля, поскольку по определению они приносят одинаковые будущие доходы.

Если в качестве рисковой ценной бумаги возьмем опцион на покупку, то, учитывая, что доходы от опциона покупателя должны совпадать с доходами от эквивалентного портфеля, можно утверждать, что равновесная цена опциона совпадает со стоимостью этого портфеля.

Стоимость эквивалентного портфеля можно определить, зная рыночные цены тех активов, из которых он составлен. На этом основан расчет стоимости опциона покупателя.



3. Биномиальная однопериодная модель

Сформируем эквивалентный портфель из акций и облигаций, доходы от которого совпадали бы с доходами от опциона в будущем периоде.

Введем дополнительные обозначения:

- x — количество акций, которое необходимо купить по цене r за каждую акцию для формирования эквивалентного портфеля;
- y — стоимость покупаемых облигаций, если $y > 0$, или стоимость продаваемых облигаций (объем заемного капитала), если $y < 0$, которые необходимо купить (продать) для формирования эквивалентного портфеля.
- $(1 + r)y$ — доход от погашения облигаций (или погашения долга и уплата процентов, если $y < 0$) в следующем периоде.
- r — текущая ставка процента.



3. Биномиальная однопериодная модель

Нужно найти такие значения x и y , чтобы доход от эквивалентного портфеля акций и облигаций был таким же, как и доход от опциона покупателя.

Доходы от опциона зависят от цены акций. Если наступает первое будущее состояние экономики, в котором цена акции возрастает, то доходы от рассматриваемого эквивалентного портфеля составят:

$$xar + (1 + r)^* y,$$

3. Биномиальная однопериодная модель

В силу эквивалентности опциона и портфеля этот доход должен совпадать с доходами по опциону в первом будущем состоянии экономики. и, учитывая, что доход от опциона в этом состоянии экономики равен C_a получим следующее равенство:

$$xar + (1 + r) * y = C_a.$$

Во втором состоянии экономики доход от эквивалентного портфеля составит: $xbr + (1 + r) * y$.

При равенстве доходов от опциона и эквивалентного портфеля и при условии падения цены акции равенство доходов по опциону и эквивалентном) портфелю имеет вид

$$xbr + (1 + r) * y = C_b$$

3. Биномиальная однопериодная модель

Значения C_a и C_b в конце периода, когда заканчивается срок исполнения опциона, известны, так как известны характеристики опциона и текущая цена обыкновенной акции. Таким образом, имеем два уравнения с двумя неизвестными. Вычитая выражение (1) из (2), получим уравнение относительно x : $x p(a - b) = C_a - C_b$

Откуда

$$x = \frac{C_a - C_b}{p(a - b)}$$

Величина x называется **коэффициентом хеджирования**. Она определяет, сколько обыкновенных акций нужно купить, чтобы сформировать эквивалентный портфель.

3. Биномиальная однопериодная модель

Решая уравнения (1) и (2) относительно y , получим:

$$y = \frac{aC_b - bC_a}{(1+r)(a-b)}$$

Один опцион покупателя в каждом из двух будущих состояний экономики позволяет получить такой же денежный доход, как и доход от покупки портфеля из y облигаций и x обыкновенных акций. Поэтому в состоянии равновесия настоящая стоимость (текущая цена) опциона и эквивалентного портфеля должны быть одинаковыми. Тогда должно выполняться равенство:

$$C = px + y$$

Стоимость опциона покупателя C должна быть равна стоимости эквивалентного портфеля $px + y$.

Пример

Пусть текущая цена акции $p = 200$ руб., цена исполнения опциона $X = 250$ руб.. темп роста цены в первом состоянии экономики $a = 1,4$, во втором — $b = 0,9$. безрисковая текущая ставка процента $r = 20\%$. Определим цену опциона на покупку.

Доход владельца опциона на покупку в первом состоянии экономики составит:

$$C_a = \max(ap - X, 0) = \max(1,4 * 200 - 250, 0) = \max(280 - 250, 0) = 30 \text{ руб.}$$

а во втором:

$$C_b = \max(bp - X, 0) = \max(0,9 * 200 - 250, 0) = \max(180 - 250, 0) = \max(-70, 0) = 0 \text{ руб.}$$

Если цена исполнения опциона 250 руб., то стоимость опциона (доход от продажи акции) в конце периода будет либо 30 руб. (при цене акции 280 руб.), либо 0 (при цене акции 180 руб.).

Пример

Для определения x и y воспользуемся уравнениями (3) и (4). Так как $a - b = 1.4 - 0.9 = 0.5$ и $C_a - C_b = 30 - 0 = 30$ руб., получаем:

$$x = \frac{C_a - C_b}{p(a - b)} = \frac{30 - 0}{200 * (1.4 - 0.9)} = 0.3$$

$$y = \frac{aC_b - bC_a}{(1 + r)(a - b)} = \frac{1.4 * 0 - 0.9 * 30}{1.2 * 0.5} = -45.0$$

Указанный портфель предполагает покупку 0,3 акции. Отрицательное значение y показывает, что следует использовать заемный капитал, т. е. не покупать, а продавать собственные облигации со сроком погашения в один период. Портфель, эквивалентный опциону, должен включать 0,3 обыкновенной акции на сумму $0.3 * 200 = 60$ руб, и заем или выпуск облигаций на сумму 45,0 руб.

Пример

Определим доходы от этого портфеля в каждом будущем состоянии экономики.

Состояние экономики	Доходы по акциям, руб.	Погашение долга и уплата процентов, руб.	Итого, руб.
Первое	$0.3 * 280 = 84$	$-45 * 1.2 = 54$	30
Второе	$0.3 * 180 = 54$	$-45 * 1.2 = 54$	0

Из таблицы следует, что доход по опциону совпадает с доходами по эквивалентному портфелю, Тогда первоначальная стоимость опциона совпадает со стоимостью этого портфеля: $C - p \times u - 200 * 0.3 - 45 = 60 - 45 = 15$ руб., т. е. 0.3 акции стоят 60 руб., для их оплаты 45 руб. взяты под 20%,



Задача

Определите цену опциона на покупку акций, если текущая цена акции составляет 100 руб., цена исполнения опциона равна 120 руб. При благоприятной конъюнктуре рынка цена акции возрастает на 30%, а при неблагоприятной — падает на 20%: безрисковая ставка процента равна 25%.



Ответ цена опциона 7,2 руб.

