# Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель

Презентацию выполнил ученик 10А класса МБОУ школы 120 Овсепян Юрий

ВЫПИШЕМ ВСЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА 72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

ВЫПИШЕМ ВСЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА 96:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96.

СРЕДИ ВЫПИСАННЫХ ЧИСЕЛ ЕСТЬ ОДИНАКОВЫЕ:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 – ИХ НАЗЫВАЮТ ОБЩИМИ ДЕЛИТЕЛЯМИ ЧИСЕЛ 72 И 96, А НАИБОЛЬШЕЕ ИЗ НИХ НАЗЫВАЮТ НАИБОЛЬШИМ ОБЩ ДЕЛИТЕЛЕМ (НОД) ЧИСЕЛ 72 И 9

ИТАК, НОД(72, 96) = 24.

# ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

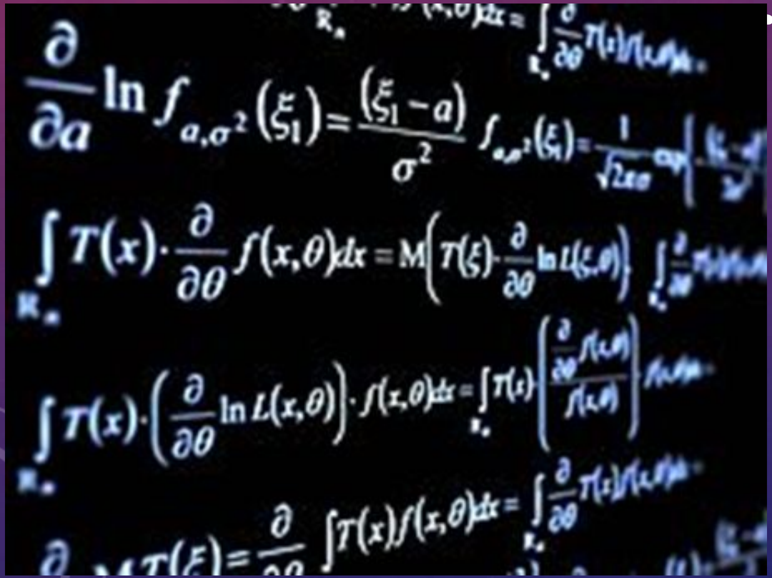
ДВА НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЛА – A И B – НАЗЫВАЮТ ВЗАИМНО ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ, ЕСЛИ У НИХ НЕТ ОБЩИХ ДЕЛИТЕЛЕЙ, ОТЛИЧНЫХ ОТ 1; ИНЫМИ СЛОВАМИ, ЕСЛИ

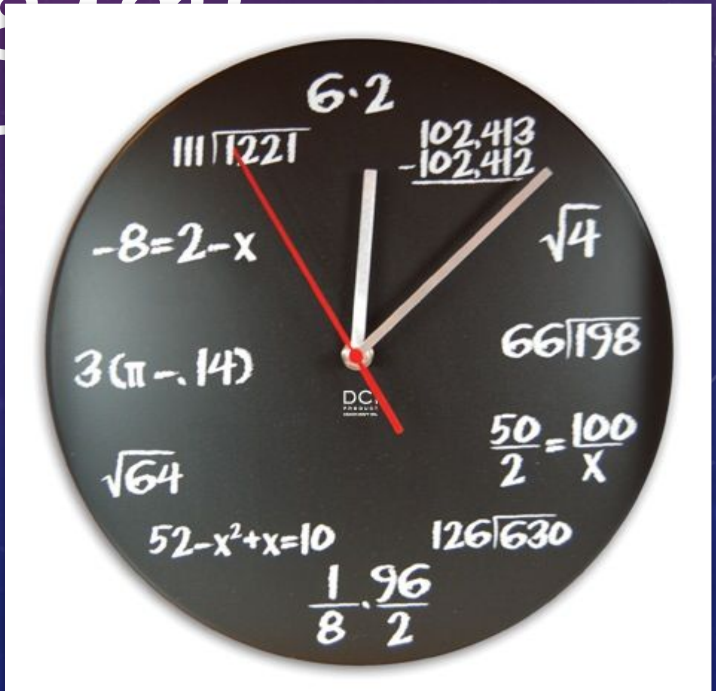
(A, b) = 1.

# Разберем пример

Например, взаимно простыми являются числа 35 и 36, хотя каждое из них – составное число. В самом деле, у числа 35 четыре делителя: 1, 5, 7, 35, а у числа 36 девять делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Общих делите

1, у чисел 35 и 36 н





# ТЕОРЕМА

ПРИЧЕМ P – ПРОСТОЕ ЧИСЛО, ТО ЛИБО A ДЕЛИТСЯ НА P, ЛИБО A И P – ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА.

РАССМОТРИМ ДВА ЧИСЛА – 12 И 18.

ВЫПИШЕМ КРАТНЫЕ ЧИСЛА 12:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, … .

ВЫПИШЕМ КРАТНЫЕ ЧИСЛА 18:

18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, … .

СРЕДИ ВЫПИСАННЫХ ЧИСЕЛ ЕСТЬ ОДИНАКОВЫЕ:

36, 72, 108, 144, …

ИХ НАЗЫВАЮТ ОБЩИМИ КРАТНЫМИ ЧИСЕЛ 12 И 18, А НАИМЕНЬШЕЕ ИЗ НИХ НАЗЫВАЮТ НАИМЕНЬШИМ ОБЩИМ

# Свойство

ЕСЛИ К – ОБЩЕЕ КРАТНОЕ ЧИСЕЛ А И В, ТО К ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА НОК (А, В).

# Доказательство свойства

ПО УСЛОВИЮ К ДЕЛ. НАЦЕЛО НА А И НА В.
ПУСТЬ НОК (А В)=M.
ПУСТЬ К ДЕЛИТСЯ НА М С ОСТАТКОМ => К=MQ+R ГДЕ 0<R<M ИЗ УСЛОВИЯ =>R ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО А НА А И НА В.
Т.К R ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА В И НА А ТО R – ОБЩЕЕ КРАТНОЕ А И В=>

Свойство 11. Если $a \vdots b_1$ и $a \vdots b_2$, то $a \vdots \text{НОК}(b_1, b_2)$.

Свойство 12. Если $a \vdots c$ и $b \vdots c$, то $\frac{ab}{c}$ — общее кратное чисел

**Теорема 6.** *Для любых натуральных чисел a и b справедливо равенство*

$$\text{НОК}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, b) = ab. \qquad (3)$$

...ЕЛ А И b, ТО, ПО СВОЙСТВУ 10, АВ ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА К, ПОЭТОМУ АВ = КС И =>ТО К = АМ. ПОДСТАВИВ ВЫРАЖЕНИЕ АМ ВМЕСТО К В РАВЕНСТВО АВ = КС, ПОЛУЧИМ АВ = АМС, Т. Е. В = МС. ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО В ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА С. АНАЛОГИЧНО МОЖНО ДОКАЗАТЬ, ЧТО А НАЦЕЛО ДЕЛИТСЯ НА С. ТАКИМ ОБРАЗОМ С – ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

# ПРОДОЛЖЕНИЕ

Итак, $\frac{ab}{d} \leqslant k$.

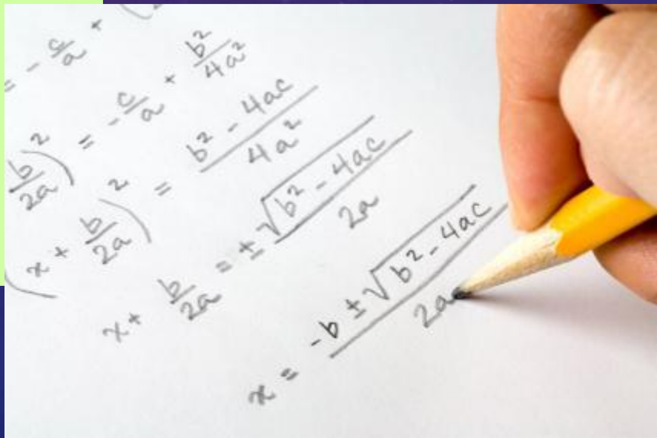
С другой стороны, по свойству 12, $\frac{ab}{d}$ — общее кратное чисел $a$ и $b$, поэтому оно не меньше их НОК: $\frac{ab}{d} \geqslant k$.

Итак, $\frac{ab}{d} \geqslant k$ и в то же время $\frac{ab}{d} \leqslant k$. Следовательно, $\frac{ab}{d} = k$, т. е. $ab = dk$, что и требовалось доказать.

***Следствие.*** ***Если числа $a$ и $b$ взаимно простые, то НОК$(a, b) = ab$.***

Отметим очередное свойство делимости.

*Свойство 13.* *Если $a \vdots b_1$, $a \vdots b_2$ и числа $b_1$, $b_2$ — взаимно простые, то $a \vdots b_1 b_2$.*



# Рассмотрим пример

Найти НОД(276, 282)

Решение. Числа 276 и 282 – четные и делятся на 3, значит, делятся и на 6. Поскольку 282 - 276 = 6, у заданных чисел не может быть общего делителя, большего, чем 6. Итак, НОД(276, 282) = 6. По формуле (3) получим:

$$\text{НОК}(276,\ 282) = \frac{276 \cdot 282}{\text{НОД}(276,\ 282)} = \frac{276 \cdot 282}{6} =$$

$$= (276 : 6) \cdot 282 = 12\,972.$$

# Еще свойства

<u>*Свойство 14.*</u> *Если числа a и p взаимно простые и* $ac \vdots p$, *то* $c \vdots p$.

<u>*Свойство 15.*</u> *Если p — простое число и* $ac \vdots p$, *то хотя бы одно из чисел a, c делится на p.*