НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

ПРЕЗЕНТАЦИЮ ВЫПОЛНИЛ УЧЕНИК 10А КЛАССА МБОУ ШКОЛЫ 120 ОВСЕПЯН ЮРИЙ

ВЫПИШЕМ ВСЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА

72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

ВЫПИШЕМ ВСЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧИСЛА

96:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96.

СРЕДИ ВЫПИСАННЫХ ЧИСЕЛ ЕСТЬ ОДИНАКОВЫЕ:

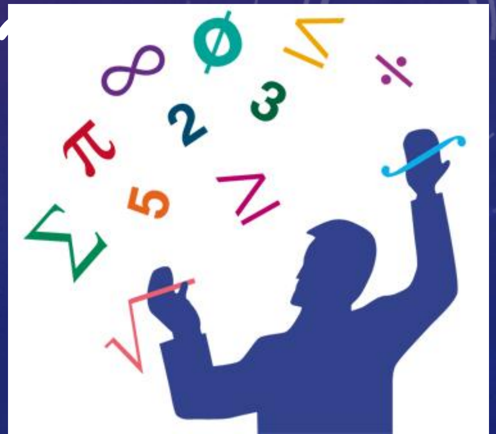
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 – ИХ НАЗЫВАЮТ ОБЩИМИ ДЕЛИТЕЛЯМИ ЧИСЕЛ 72 И 96, А НАИБОЛЬШЕЕ ИЗ НИХ НАЗЫВАЮТ НАИБОЛЬШИМ ОБЩ

ДЕЛИТЕЛЕМ (НОД) ЧИСЕЛ 72 И 9

ИТАК, НОД(72, 96) = 24.

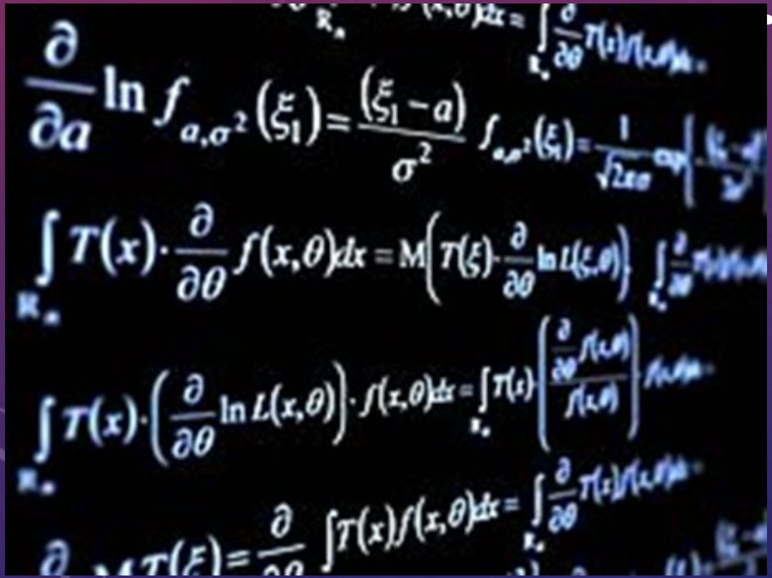
ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

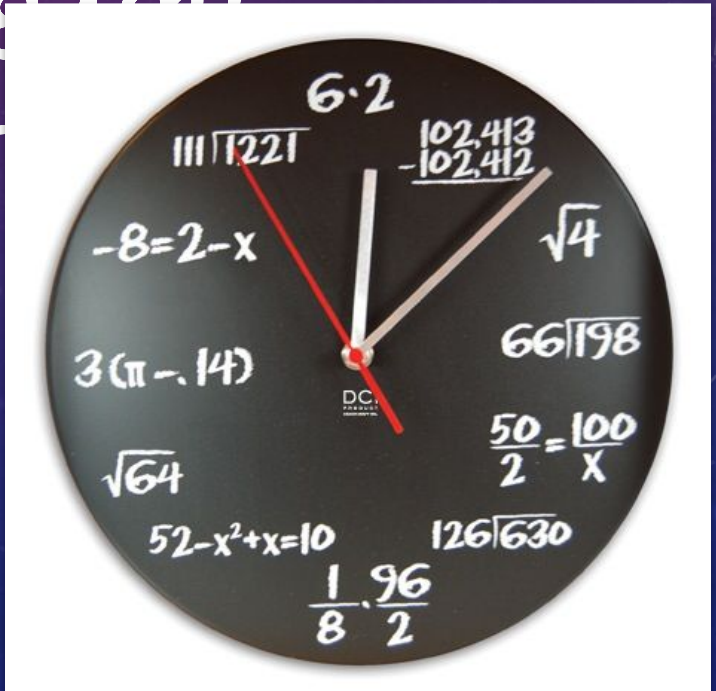
ДВА НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЛА – А И В – НАЗЫВАЮТ ВЗАИМНО ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ, ЕСЛИ У НИХ НЕТ ОБЩИХ ДЕЛИТЕЛЕЙ, ОТЛИЧНЫХ ОТ 1; ИНЫМИ СЛОВАМИ, ЕСЛИ (А, b) = 1.



РАЗБЕРЕМ ПРИМЕР

НАПРИМЕР, ВЗАИМНО ПРОСТЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ ЧИСЛА 35 И 36, ХОТЯ КАЖДОЕ ИЗ НИХ – СОСТАВНОЕ ЧИСЛО. В САМОМ ДЕЛЕ, У ЧИСЛА 35 ЧЕТЫРЕ ДЕЛИТЕЛЯ: 1, 5, 7, 35, А У ЧИСЛА 36 ДЕВЯТЬ ДЕЛИТЕЛЕЙ: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. ОБЩИХ ДЕЛИТЕ... 1, У ЧИСЕЛ 35 И 36 Н...





ТЕОРЕМА

ЕСЛИ ДАНЫ НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА А И Р, ПРИЧЕМ Р – ПРОСТОЕ ЧИСЛО, ТО ЛИБО А ДЕЛИТСЯ НА Р, ЛИБО А И Р – ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА.

РАССМОТРИМ ДВА ЧИСЛА – 12 И 18.

ВЫПИШЕМ КРАТНЫЕ ЧИСЛА 12:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, … .

ВЫПИШЕМ КРАТНЫЕ ЧИСЛА 18:

18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, … .

СРЕДИ ВЫПИСАННЫХ ЧИСЕЛ ЕСТЬ ОДИНАКОВЫЕ:

36, 72, 108, 144, …

ИХ НАЗЫВАЮТ ОБЩИМИ КРАТНЫМИ ЧИСЕЛ 12 И 18, А НАИМЕНЬШЕЕ ИЗ НИХ НАЗЫВАЮТ НАИМЕНЬШИМ ОБЩИМ

Свойство

ЕСЛИ К – ОБЩЕЕ КРАТНОЕ ЧИСЕЛ А И В, ТО К ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА НОК (А, В).

Доказательство свойства

ПО УСЛОВИЮ К ДЕЛ. НАЦЕЛО НА А И НА В.
ПУСТЬ НОК (А В)=m.
ПУСТЬ К ДЕЛИТСЯ НА М С ОСТАТКОМ =>
$K=MQ+R$ ГДЕ $0<R<m$ ИЗ УСЛОВИЯ => R ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО А НА А И НА В.
Т.К R ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА В И НА А ТО R – ОБЩЕЕ КРАТНОЕ А И В=>

Свойство 11. Если $a \vdots b_1$ и $a \vdots b_2$, то $a \vdots$ НОК(b_1, b_2).

Свойство 12. Если $a \vdots c$ и $b \vdots c$, то $\frac{ab}{c}$ — общее кратное чисел

Теорема 6. *Для любых натуральных чисел a и b справедливо равенство*

$$\text{НОК}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, b) = ab. \quad (3)$$

…ЕЛ А И b, ТО, ПО СВОЙСТВУ 10, AB ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА K, ПОЭТОМУ AB = KC И =>ТО K = AM. ПОДСТАВИВ ВЫРАЖЕНИЕ AM ВМЕСТО K В РАВЕНСТВО AB = KC, ПОЛУЧИМ AB = AMC, Т. Е. B = MC. ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО B ДЕЛИТСЯ НАЦЕЛО НА C. АНАЛОГИЧНО МОЖНО ДОКАЗАТЬ, ЧТО A НАЦЕЛО ДЕЛИТСЯ НА C. ТАКИМ ОБРАЗОМ, C — ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

ПРОДОЛЖЕНИЕ

Итак, $\dfrac{ab}{d} \leqslant k$.

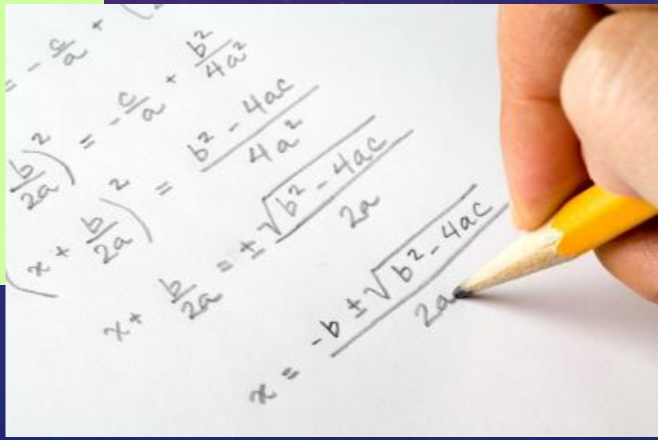
С другой стороны, по свойству 12, $\dfrac{ab}{d}$ — общее кратное чисел a и b, поэтому оно не меньше их НОК: $\dfrac{ab}{d} \geqslant k$.

Итак, $\dfrac{ab}{d} \geqslant k$ и в то же время $\dfrac{ab}{d} \leqslant k$. Следовательно, $\dfrac{ab}{d} = k$, т. е. $ab = dk$, что и требовалось доказать.

Следствие. ***Если числа a и b взаимно простые, то НОК$(a, b) = ab$.***

Отметим очередное свойство делимости.

Свойство 13. *Если $a \vdots b_1$, $a \vdots b_2$ и числа b_1, b_2 — взаимно простые, то $a \vdots b_1 b_2$.*



Рассмотрим пример

Найти НОД(276, 282)

Решение. Числа 276 и 282 – четные и делятся на 3, значит, делятся и на 6. Поскольку 282 - 276 = 6, у заданных чисел не может быть общего делителя, большего, чем 6. Итак, НОД(276, 282) = 6. По формуле (3) по[illegible]

$$\text{НОК}(276,\ 282) = \frac{276 \cdot 282}{\text{НОД}(276,\ 282)} = \frac{276 \cdot 282}{6} =$$

$$= (276 : 6) \cdot 282 = 12\,972.$$

Еще свойства

Свойство 14. *Если числа a и p взаимно простые и $ac \vdots p$, то $c \vdots p$.*

Свойство 15. *Если p — простое число и $ac \vdots p$, то хотя бы одно из чисел a, c делится на p.*