

# ЛЕКЦИЯ 2

## Динамика

### План лекции

1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
2. Понятие о силе, массе, импульсе. Второй закон Ньютона.
3. Закон сохранения импульса.
4. Третий закон Ньютона.
5. Центр инерции системы.
6. Силы.

## Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

**Динамика** это раздел физики, изучающий движение тел с учётом взаимодействия этих тел с другими телами.

Динамика рассматривает действие одних тел на другие как причину, определяющую характер движения тел.

**Первый закон Ньютона.** Существуют такие *системы отсчета*, в которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие других тел не выведет его из этого состояния.

*Системы отсчета*, в которых выполняется первый закон Ньютона, называют *инерциальными*.

***Инерциальной*** называется такая система отсчета, в которой свободное тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

## Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

В инерциальной системе отсчета координаты изолированной точки изменяются пропорционально времени, т.е.

$$x = v_x t + x_0, \quad y = v_y t + y_0, \quad z = v_z t + z_0$$

Здесь  $v_x, v_y, v_z$  проекции вектора скорости точки на координатную ось,

а  $x_0, y_0, z_0$  - координаты начального положения точки.

Важное свойство инерциальных систем - инвариантность по отношению к преобразованию координат при переходе из одной инерциальной системы к другой. Иначе, *уравнения динамики не изменяются при переходе от одной инерциальной системы к другой.*

Первый закон Ньютона - закон инерции.

## Понятие о силе, массе, импульсе. Второй закон Ньютона

**Сила**  $\vec{F}$  – это количественная мера различных видов механического взаимодействия между телами.

**Масса**  $m$  – это мера *инертности* тела.

**Инертность** – это свойство, благодаря которому тела по разному изменяют состояние своего движения под действием одинаковой силы.

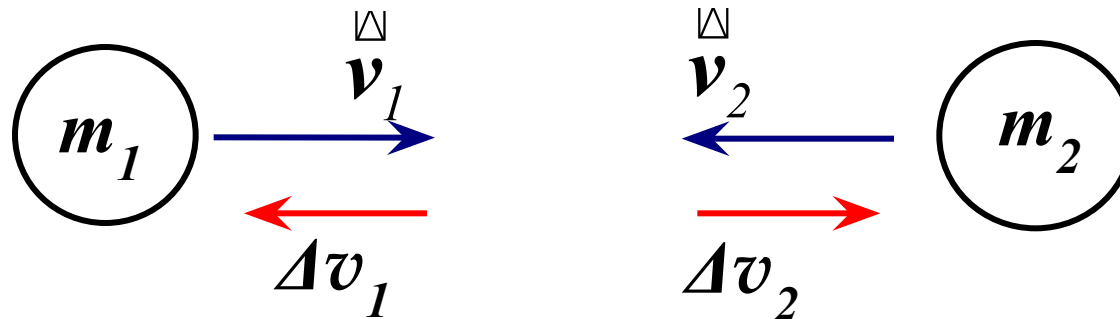
При одинаковом воздействии со стороны окружающих тел одно тело может быстро изменять свою скорость, а другое в тех же условиях – значительно медленнее. Принято говорить, что второе из этих двух тел обладает большей *инертностью*, или, другими словами, второе тело обладает большей *массой*.

**Импульс** тела  $\vec{p} = m\vec{v}$  – это вектор, направление которого совпадает с направлением вектора скорости.

## Понятие о силе, массе, импульсе. Второй закон Ньютона

Два тела с массами  $m_1$  и  $m_2$  взаимодействуют в замкнутой системе. Их скорости получают приращения  $\Delta v_1$  и  $\Delta v_2$ . Эти приращения всегда противоположны по направлению. Отношение модуля приращения скоростей обратно пропорционально отношению масс частиц:

$$\left| \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \right| = \frac{m_2}{m_1} \implies m_1 \Delta v_1 = -m_2 \Delta v_2 \implies \Delta(m_1 v_1) = -\Delta(m_2 v_2),$$



$\vec{p} = m\vec{v}$  - импульс тела.

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2, \text{ или } \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

# Понятие о силе, массе, импульсе. Второй закон Ньютона

## Закон сохранения импульса для двух частиц

Полный импульс замкнутой системы двух взаимодействующих частиц остается постоянным:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{const}$$

**Второй закон Ньютона.** Скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе  $\mathbf{F}$ :

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

Второй закон Ньютона – основной закон динамики. Выполняется только в инерциальных системах отсчета. Иные формулировки закона:

Поскольку  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$   $\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$

Произведение массы тела на его ускорение равно действующей на тело силе:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Под действием силы тело движется с ускорением, прямо пропорциональным действующей на тело силе и обратно пропорциональным массе  $m$

$$\mathbf{a} = \mathbf{F} / m$$

## Третий закон Ньютона

Сложение сил. Принцип независимости сил.

Если на материальную точку действуют несколько сил, то каждая из них сообщает точке такое ускорение, как если бы других сил не было.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{m} = \sum_i \vec{a}_i.$$

**Третий закон Ньютона.** Силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, равны по модулю и противоположны по направлению:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ .

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: если тело 1 действует на тело 2 с силой  $\vec{F}_{12}$ , то и тело 2 в свою очередь действует на тело 1 с силой  $\vec{F}_{21}$ .

## Центр инерции

Вернемся к второму закону Ньютона для механической системы из двух тел:

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{p}_1 = m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{d(m_1 \vec{r}_1)}{dt}$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} = \frac{d(m_2 \vec{r}_2)}{dt}$$

$$\frac{d^2(m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2)}{dt^2} = \vec{F}$$

Введем суммарную массу рассматриваемой системы  $m = m_1 + m_2$  и радиус-вектор  $\vec{r}_c$ , определяемый формулой:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m} \Rightarrow m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 = m \vec{r}_c$$



## Центр инерции

В итоге получим соотношение:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}_c}{dt^2} = \mathbf{F}$$

Радиус-вектор  $\mathbf{r}_c(t)$  определяет положение точки, называемой **центром инерции системы**.

Центр инерции системы движется так, как двигалась бы частица с массой, равной суммарной массе системы, под действием силы, равной суммарной внешней силе.

Если система состоит из  $n$  частиц, то выражение для радиус-вектора  $\mathbf{r}_c(t)$  записывается следующим образом:

$$\mathbf{r}_c(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i$$

Скорость движения центра инерции:  $\mathbf{v}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \frac{\mathbf{p}_c}{m}$

## Силы

**Сила** - мера взаимодействия одного материального объекта с другим.

В физике различают четыре вида сил (взаимодействий):

- гравитационное;
  - электромагнитное;
  - ядерное или сильное (обеспечивает связь частиц в ядрах атомов);
  - слабое (ответственно за распад элементарных частиц).
- Это фундаментальные силы, которые нельзя свести к другим.

Рассмотрим силы первого вида на примере упругих сил  $\vec{F}_y$  возникающих при деформации тел.

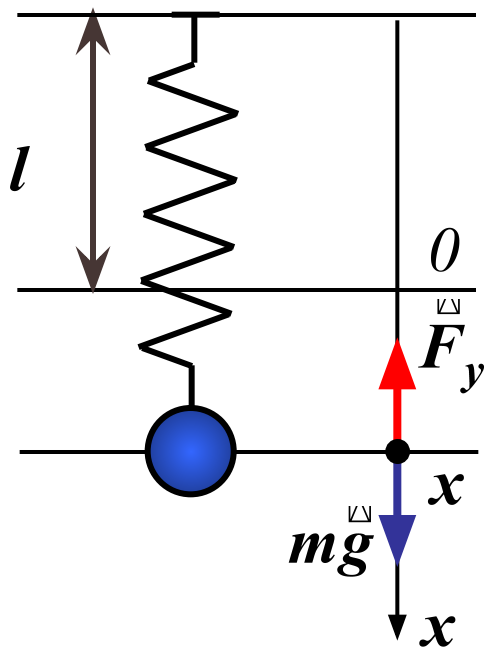
При деформации тела возникает упругая сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела.

Простейший вид деформации - это деформация растяжения и сжатия.

Рассмотрим деформацию пружины с начальной длиной  $l$  под действием груза массой  $m$ , подвешенного на абсолютно упругой пружине в поле сил тяжести земли.

# Силы

Под действием силы тяжести земли груз сместился от положения равновесия  $x = 0$  вниз.



На груз действует сила тяжести  $mg$  и сила упругости  $F_y$  деформированной пружины.

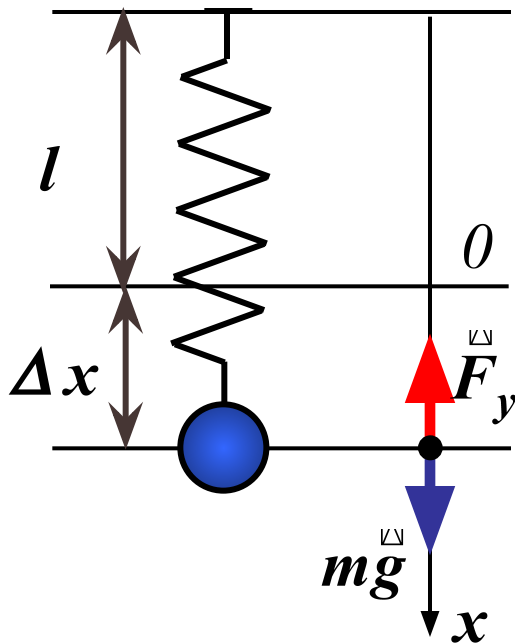
При малых деформациях сила упругости пропорциональна деформации пружины  $x$  и направлена в сторону, противоположную направлению деформации:

$$F_y = -kx$$

$k$  - коэффициент жесткости пружины.

Записанное соотношение выражает **закон Гука**.

## Силы



Закон Гука для деформации растяжения или сжатия обычно записывают в другой форме, используя понятия об *относительной деформации*  $\varepsilon$  и *напряжении*  $\sigma$  пружины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{l}, \quad \sigma = -\frac{F_y}{S}$$

$S$  – площадь поперечного сечения пружины.

Тогда закон Гука можно сформулировать так: относительная деформация пружины пропорциональна напряжению:

$$\varepsilon = \frac{l}{E} \sigma, \quad \text{где } E - \text{модуль Юнга.}$$

Модуль Юнга зависит только от свойств материала и не зависит от размеров и формы пружины или иного деформируемого тела.

## Силы

Сила тяжести и вес тела.

Одна из фундаментальных сил, **сила гравитации**, проявляется на Земле в виде **силы тяжести**.

**Сила тяжести** – это сила, с которой тело притягивается к Земле под действием поля тяготения Земли.

**Закон всемирного тяготения:** На тело массой  $m$  действует сила тяжести  $F_T$ , величина которой определяется выражением:

$$F_T = G \frac{Mm}{R^2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $M$  и  $R$  – масса и радиус Земли.

Под действием силы тяжести тело свободно падает с ускорением  $g$ :

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

Ускорение свободного падения не зависит от массы  $m$  падающего тела, т.е. для всех тел оно одинаково.

# Силы

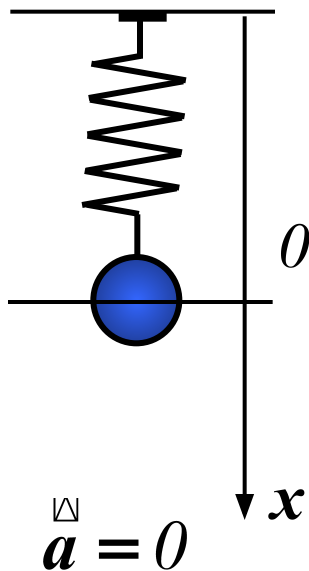
Сила тяжести и вес тела.

**Вес тела** – это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес.

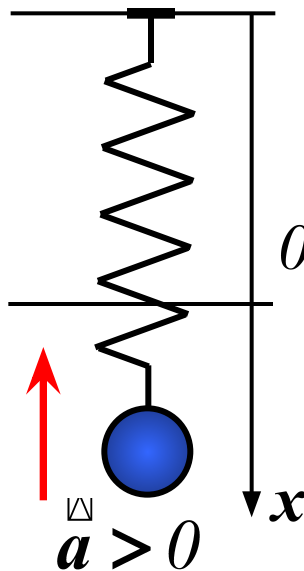
Вес тела  $P$ , измеренный пружинными весами, равен силе тяжести, если весы с телом относительно Земли покоятся или движутся равномерно и прямолинейно (схема 1).

Если весы с телом движутся ускоренно, то вес тела зависит от значения этого ускорения и от его направления (схемы 2,3).

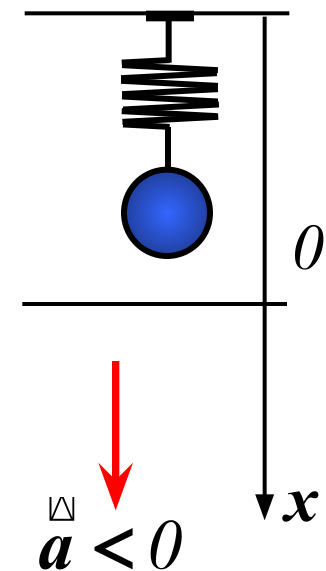
$$① P = mg$$



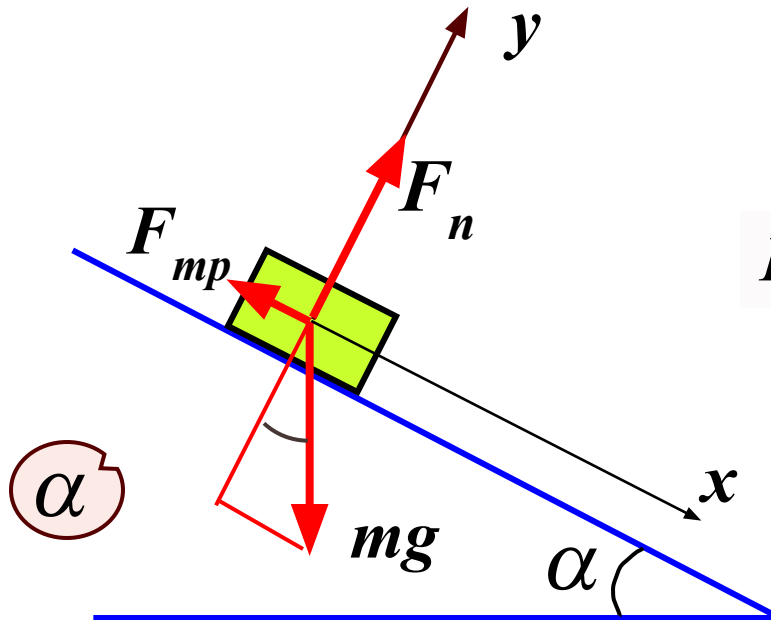
$$② P = m(g + a)$$



$$③ P = m(g - a)$$



## Практическое применение законов Ньютона



$F_n$  - сила нормального давления

$F_{тр}$  - сила трения

$mg$  - сила тяжести

Задача: найти ускорение движущегося тела

Запишем второе уравнение Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_n + \vec{F}_{тр}$$

- векторное уравнение движения

## Практическое применение законов Ньютона

Запишем уравнения движения в проекциях на оси координат:

$$\begin{cases} ma_x = mg_x + F_{nx} + F_{mpx} \\ ma_y = mg_y + F_{ny} + F_{mpy} \end{cases}$$

$$a_x = a, \quad mg_x = mg \sin \alpha, \quad F_{nx} = 0, \quad F_{mpx} = -kF_n$$

$$a_y = 0, \quad mg_y = -mg \cos \alpha, \quad F_{ny} = F_n, \quad F_{mpy} = 0$$

Итог:

$$a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha)$$