

# Предмет стереометрии

## Геометрия 10 класс

# Аксиомы стереометрии

Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

## **Планиметрия**

**Изучает свойства  
геометрических фигур  
на плоскости**

**В переводе с греческого  
слово «геометрия»  
означает «землемерие»  
«гео» – по-гречески  
земля, «метрео» –  
мерить**

## **Стереометрия**

**Изучает свойства фигур  
в пространстве**

**Слово «стереометрия»  
происходит от греческих  
слов «стереос» объемный,  
пространственный,  
«метрео» – мерить**

## **Планиметрия**

**Основные фигуры:  
точка, прямая**

**Другие фигуры: отрезок,  
луч, треугольник,  
квадрат, ромб,  
параллелограмм,  
трапеция, прямоугольник,  
выпуклые и невыпуклые  
n-угольники, круг,  
окружность, дуга и др.**

## **Стереометрия**

**Основные фигуры: точка,  
прямая, плоскость**

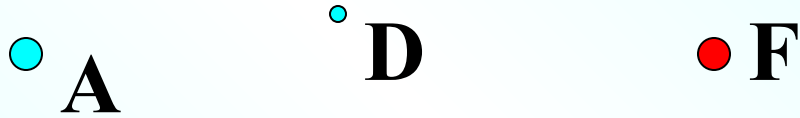
**Наряду с этими фигурами  
мы будем рассматривать  
геометрические тела и их  
поверхности.**

**Например, многогранники.  
Куб, параллелепипед,  
призма, пирамида.**

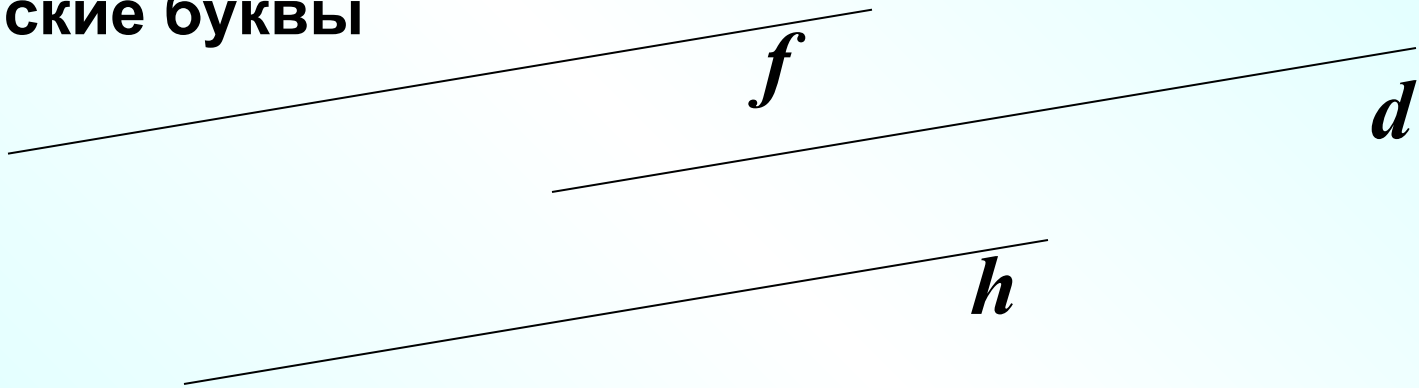
**Тела вращения.**

**Шар, сфера, цилиндр,  
конус.**

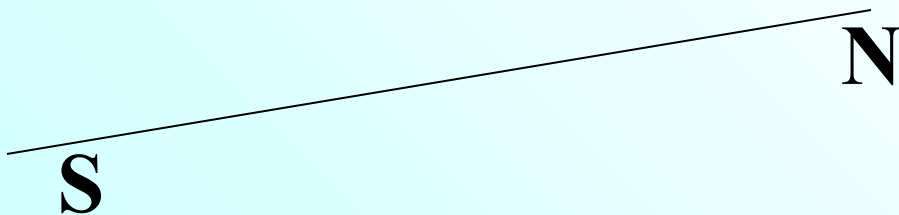
Для обозначение точек используем прописные латинские буквы



Для обозначение прямых используем строчные латинские буквы



Или обозначаем прямую двумя прописными латинскими буквами.



Плоскости будем обозначать греческими буквами.

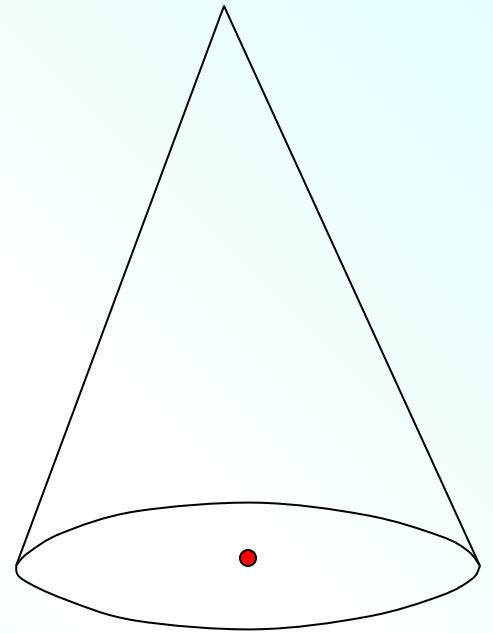
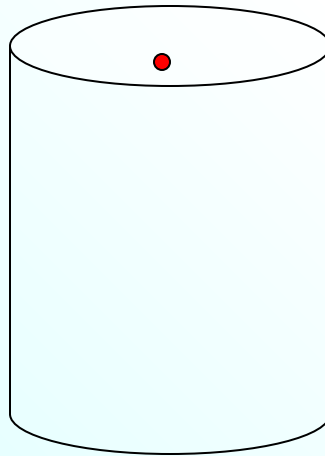
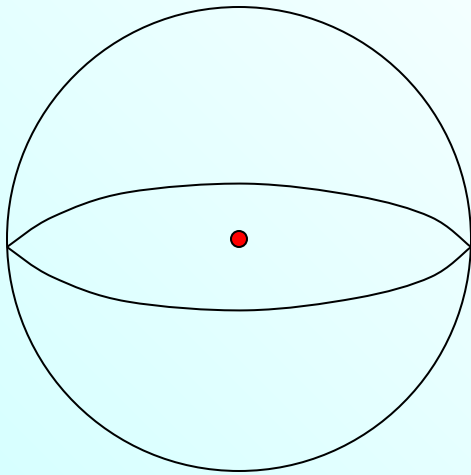
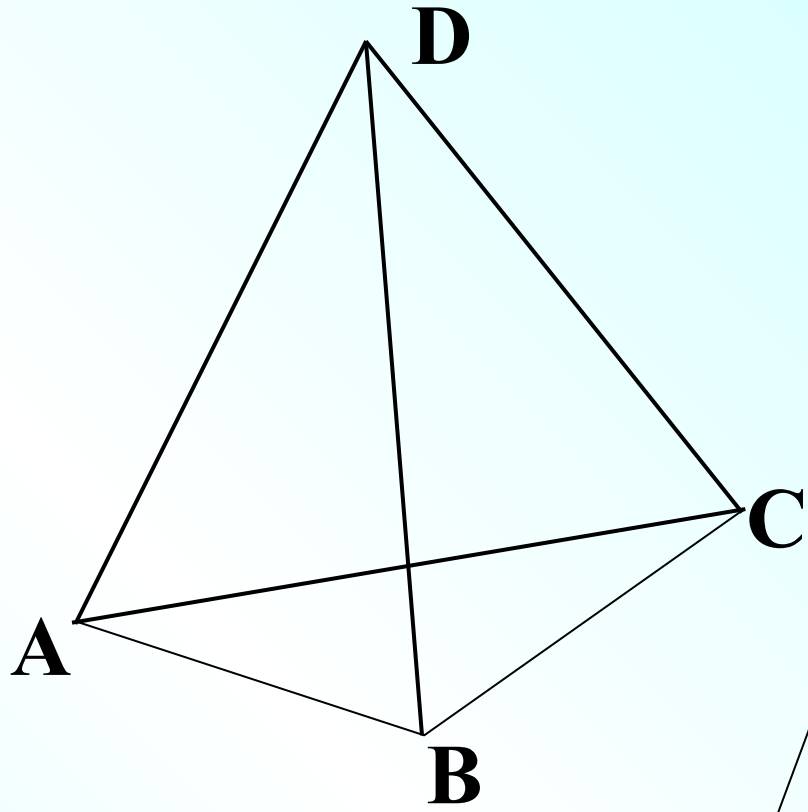
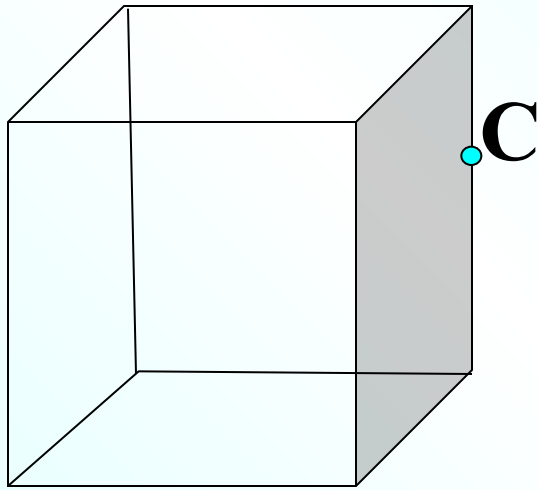
$\alpha$

$\beta$

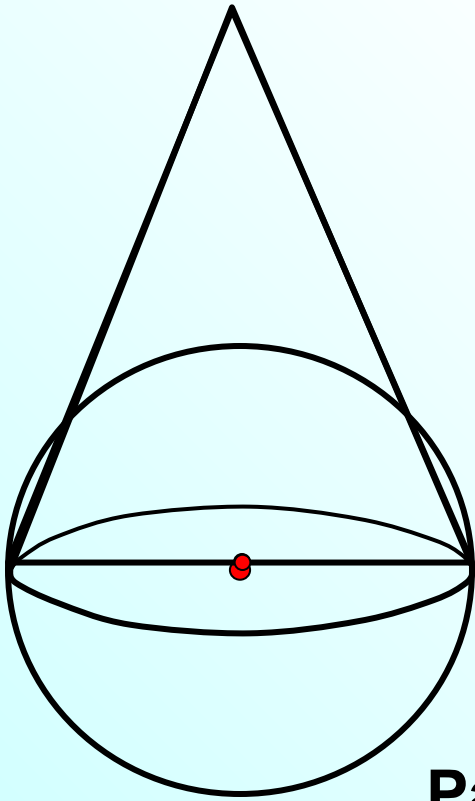
$\gamma$

$\alpha$

На рисунках плоскости обозначаются в виде параллелограммов. Плоскость как геометрическую фигуру следует представлять себе простирающейся неограниченно во все стороны.

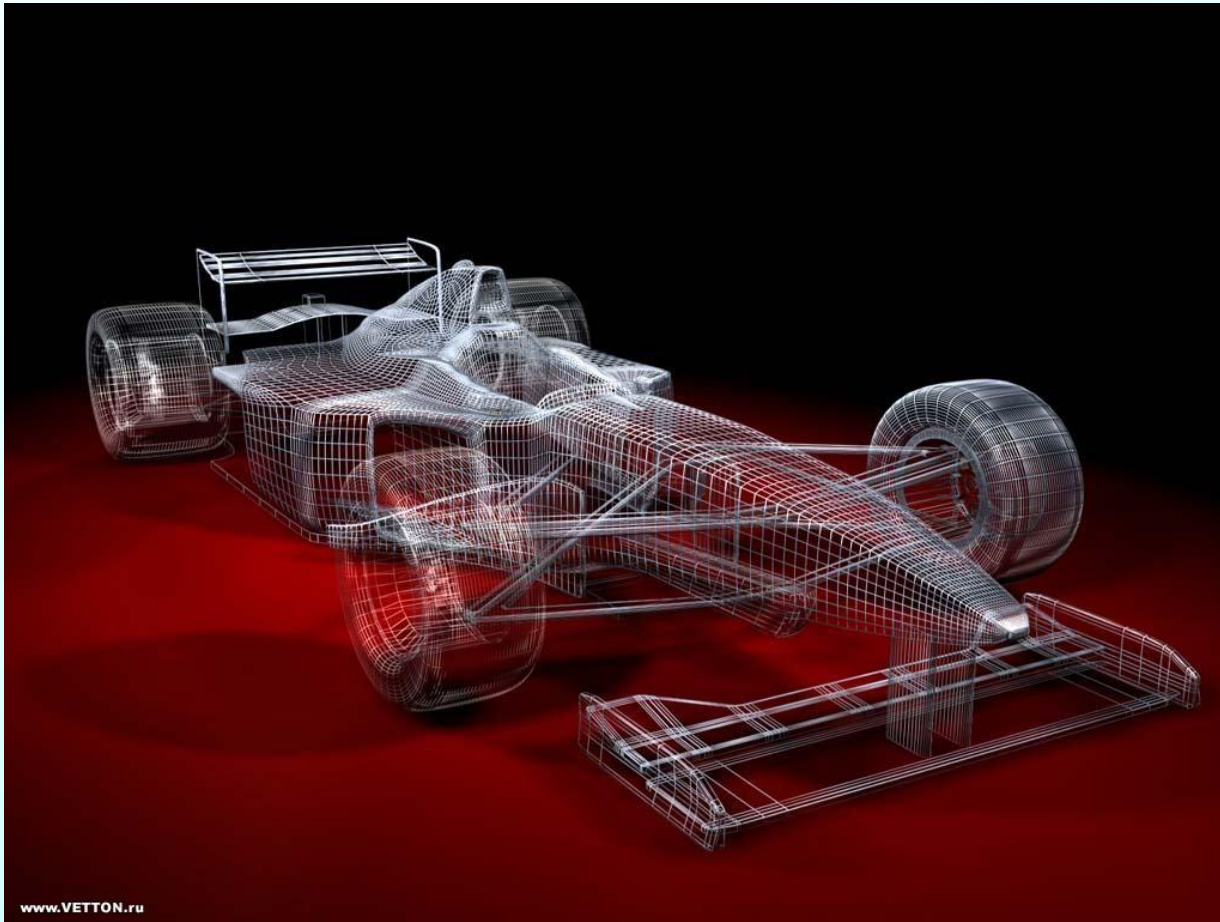


При изучении пространственных фигур, в частности геометрических тел пользуются их плоскими изображениями на чертеже. Изображением пространственной фигуры служит ее проекция на ту или иную плоскость. Одна и та же фигура допускает различные изображения.



**Различные изображения конуса**

*Стереометрия широко используется в строительном деле, архитектуре, машиностроении, геодезии, во многих других областях науки и техники.*



При проектировании этой машины

важно было получить такую форму, чтобы при движении сопротивление воздуха было минимально.





*Оперный театр в Сиднее*

**Датский архитектор Йорн Утзон был вдохновлён видом парусов.**

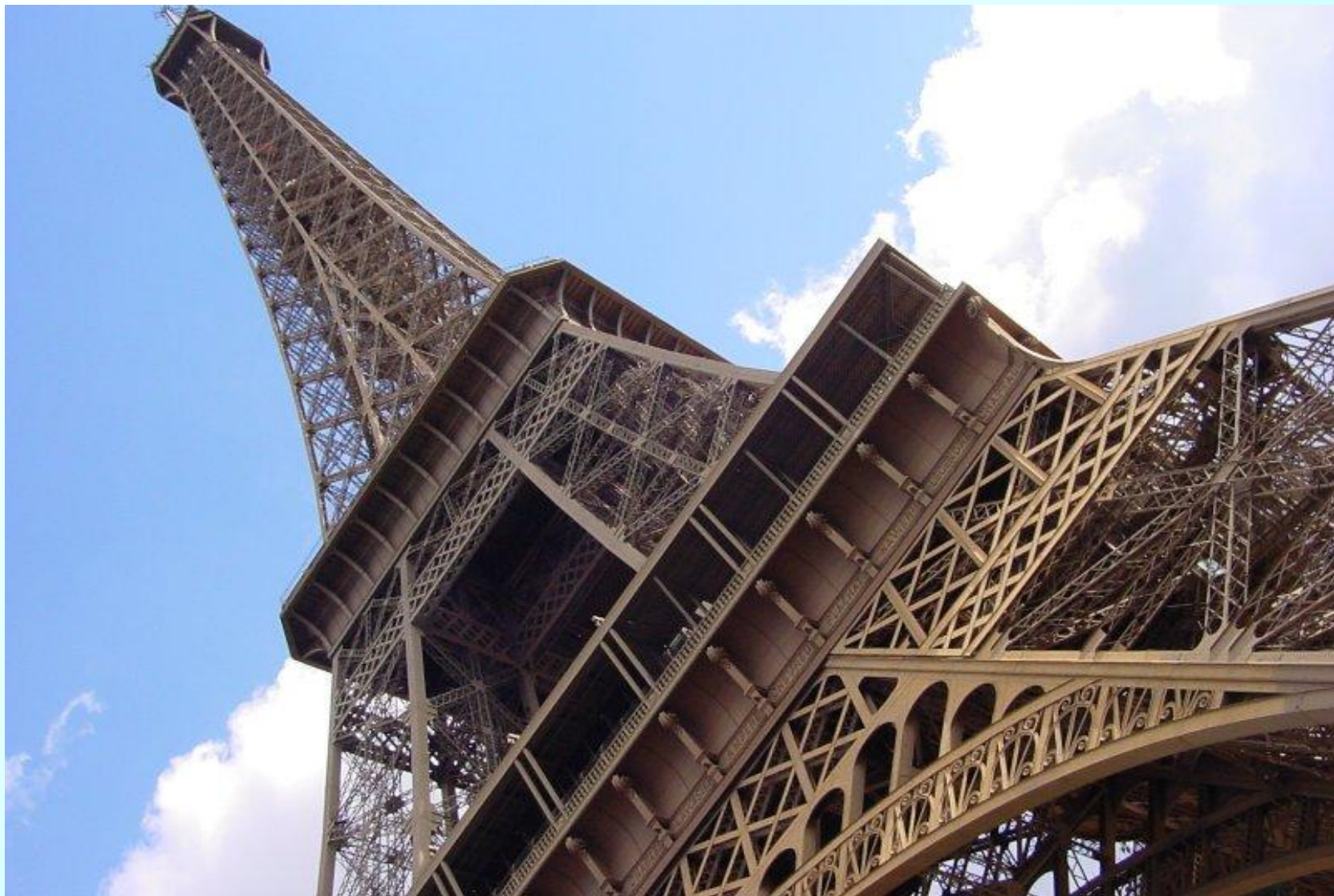
*Эйфелева башня  
Париж, Марсово поле*

**Инженер Гюстав  
Эйфель нашел  
необычную форму для  
своего проекта.**

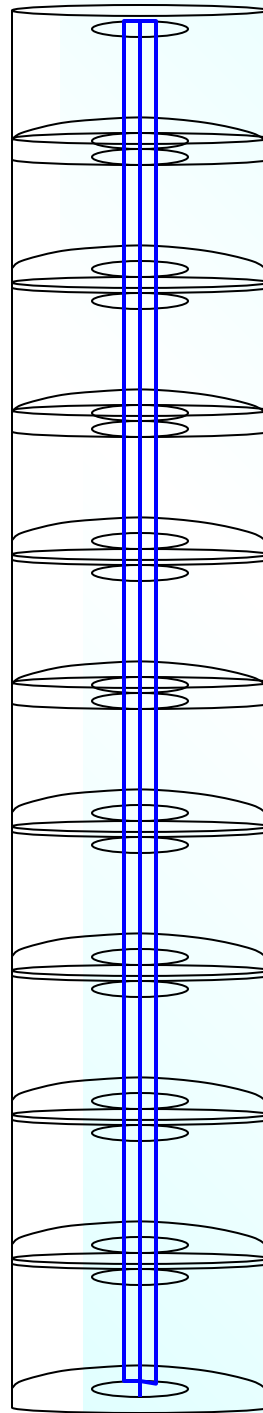
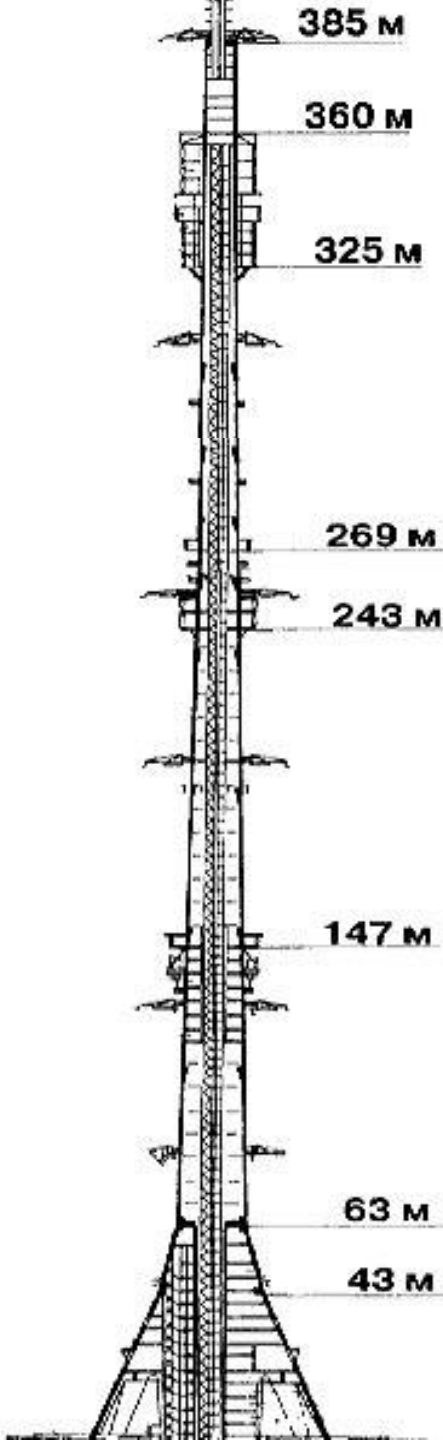
**Эйфелева башня  
весьма устойчива:  
сильный ветер  
отклоняет ее вершину  
всего лишь на 10-12 см.**

**В жару от  
неравномерного  
нагревания  
солнечными лучами  
она может отклониться  
на 18 см.**





**18000 железных деталей скрепляются 2500000 заклёпками**



Оригинальная идея для строительства башни была найдена архитекторами Л. Баталовым и Д. Бурдиным при участии конструктора Н. Никитина. Внутри цилиндрических бетонных блоков натянуты металлические тросы. Такая конструкция необычайно устойчива.

Теоретическое отклонение вершины башни при максимальных расчетных скоростях ветра около 12 метров.



*Основные свойства точек, прямых и плоскостей выражены в аксиомах. Из множества аксиом мы сформулируем только три.*

**$A_1$ .** Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

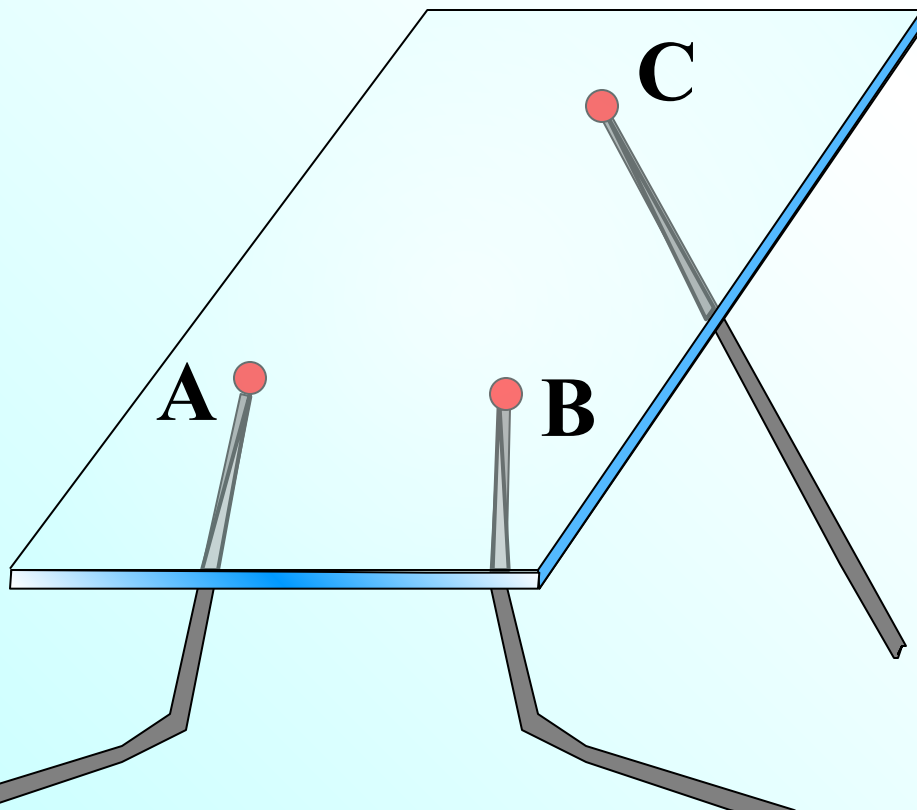
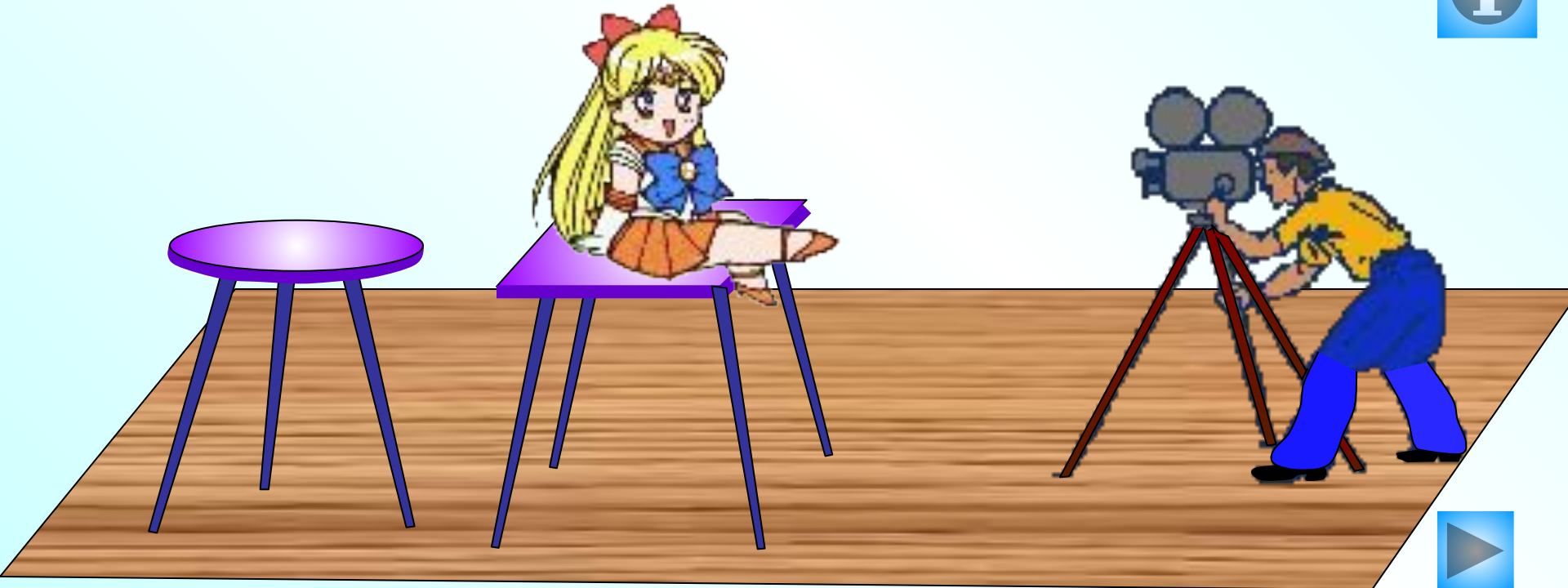


Иллюстрация к аксиоме  $A_1$ :  
стеклянная пластинка  
плотно ляжет на три точки  
A, B и C, не лежащие на  
одной прямой.



Иллюстрации к аксиоме  $A_1$  из жизни.

Для видеокамер, фотоаппаратов и для других приборов часто табурет с тремя ножками всегда идеальнее встанет на пол и не будет качаться. У табурета с четырьмя ножками бывают проблемы с устойчивостью, если ножки стула не одинаковые или разные. Табурет качается, т. е. опирается на три ножки, а четвертая ножка (четвертая «точка») не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.

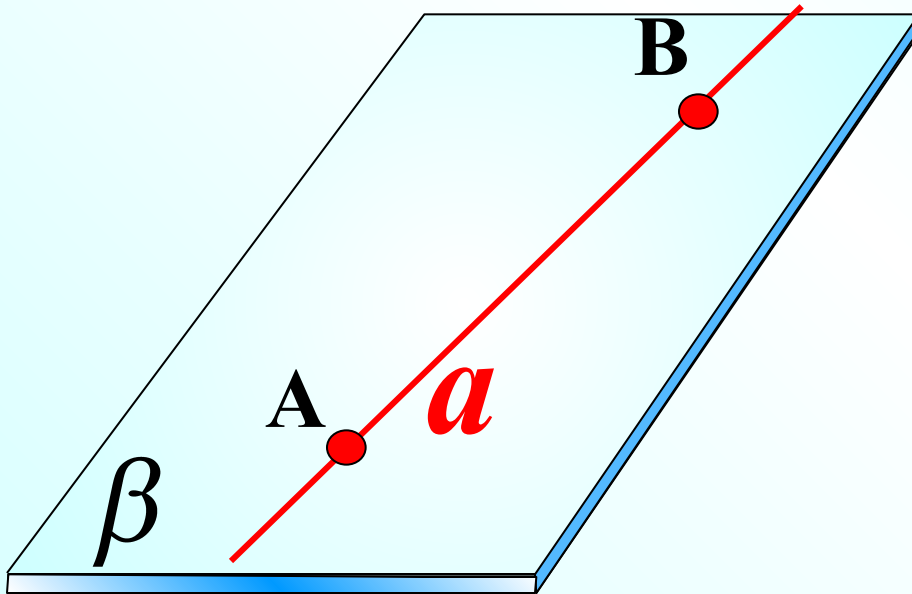


Построение *прямых* углов на местности с помощью простейшего прибора, который называется *экер*.



*Треножник*  
с  
*экером.*

**A<sub>2</sub>**. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



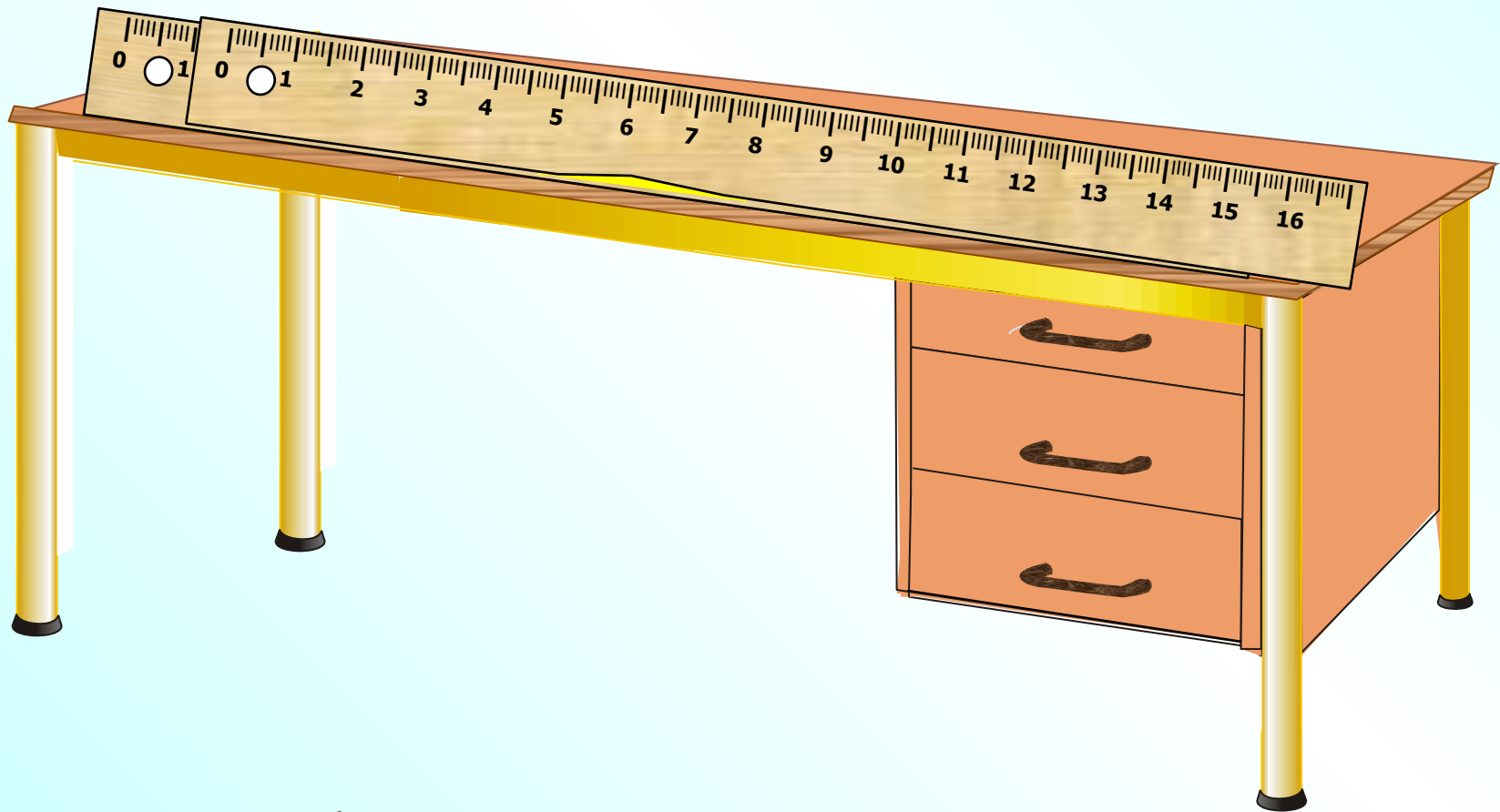
$$A \in \beta$$

$$B \in \beta$$

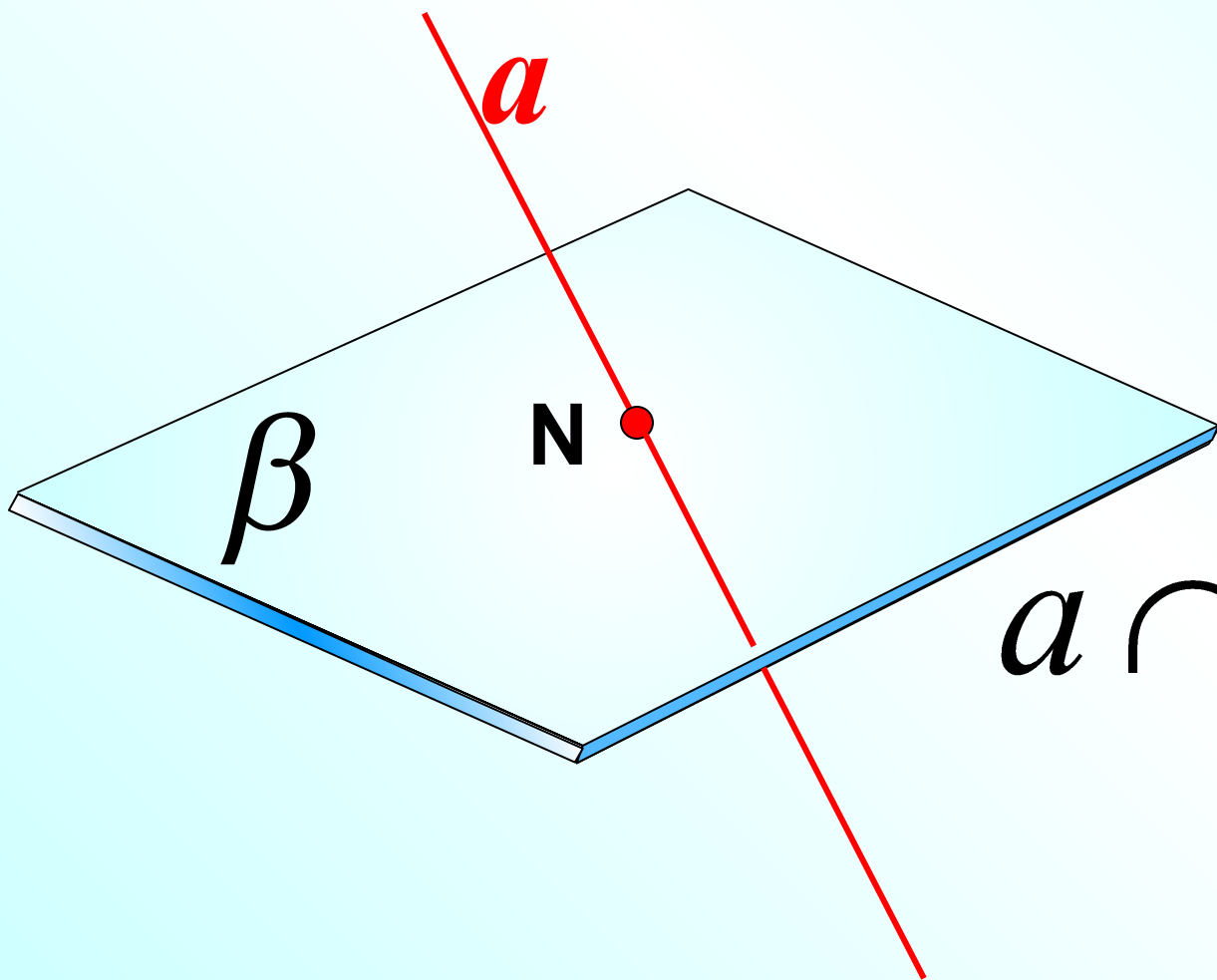
$$a \subset \beta$$



Свойство, выраженное в аксиоме  $A_2$ , используется для проверки «ровности» чертежной линейки. Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола. Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.

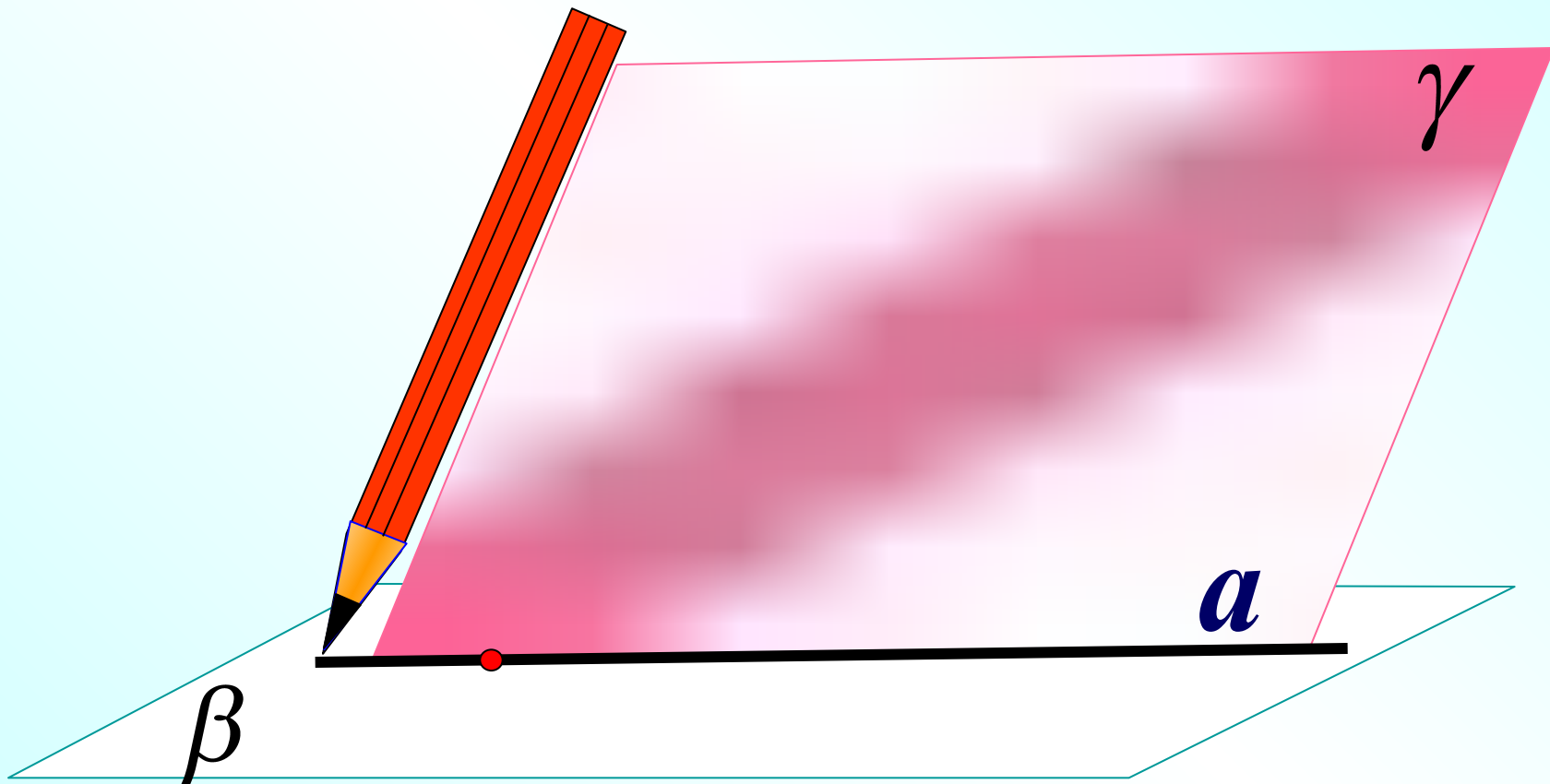


Из аксиомы  $A_2$  следует, что если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



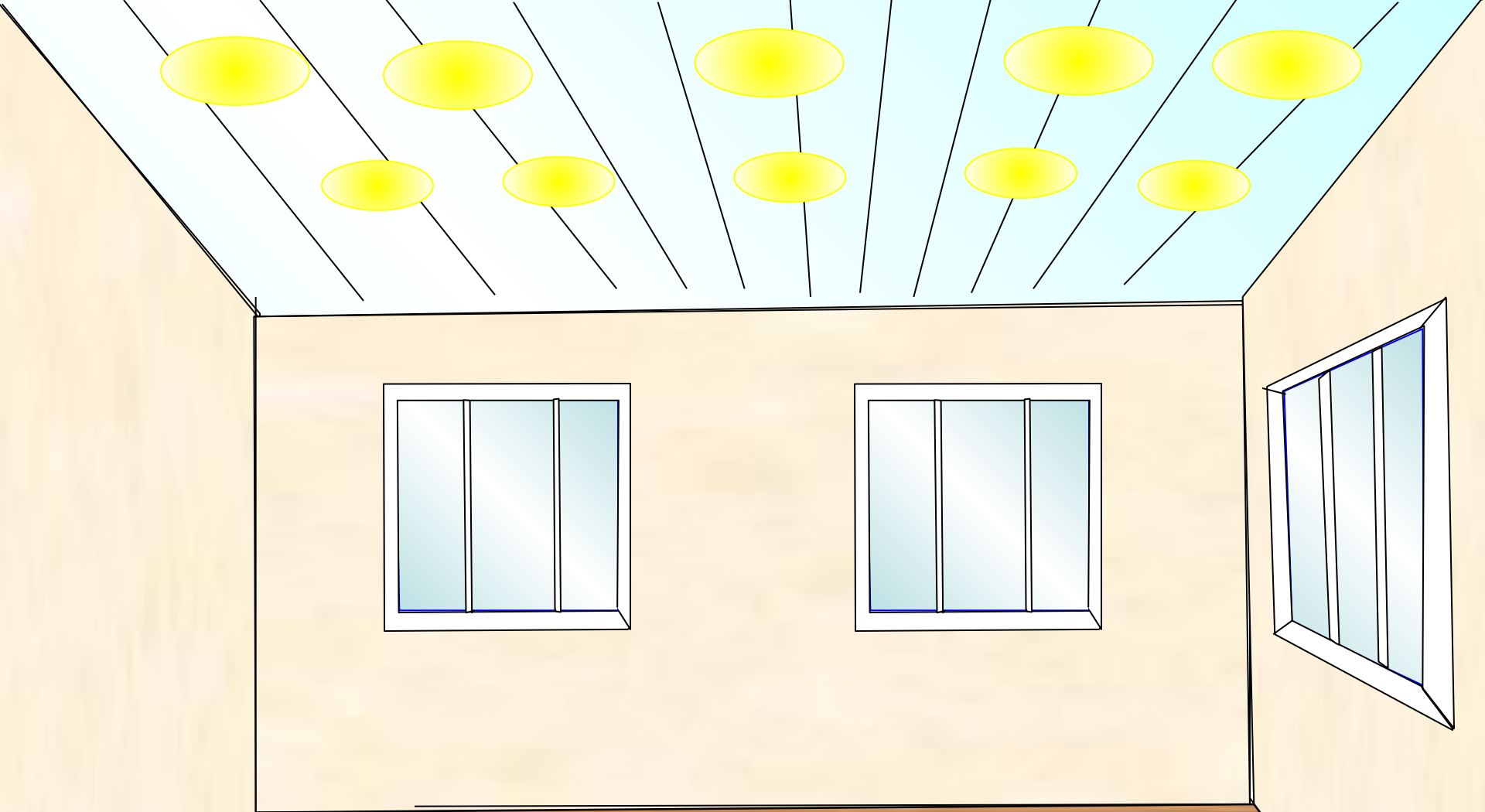
$$a \cap \beta = N$$

**A<sub>3</sub>**. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

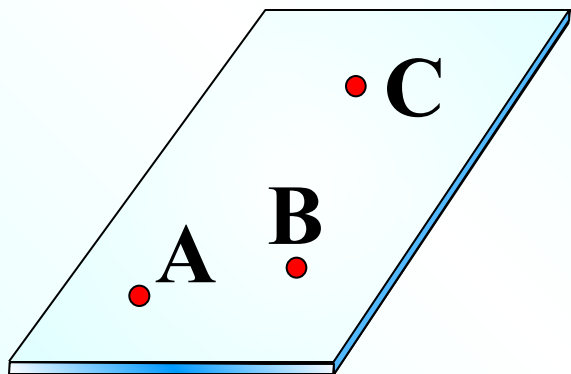


В этом случае говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

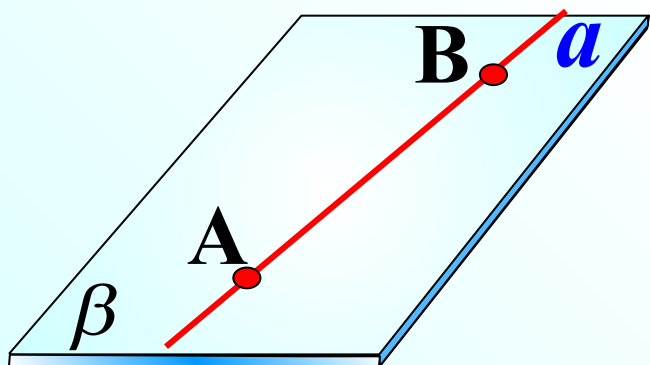
$$\beta \cap \gamma = a$$



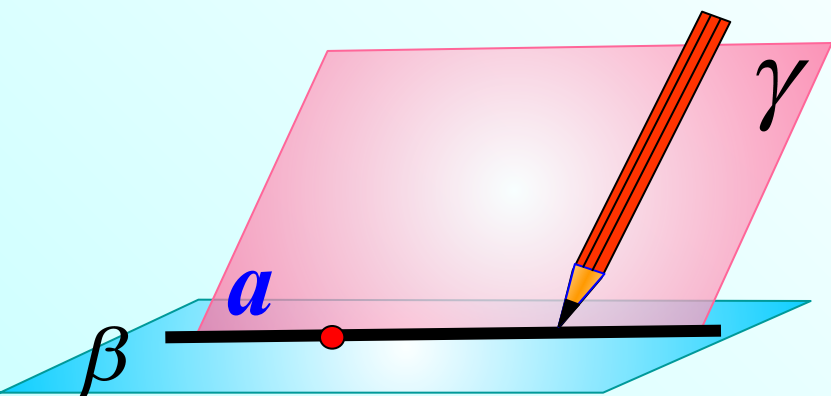
**Наглядной иллюстрацией аксиомы  $A_3$  является пересечение двух смежных стен, стены и потолка классной комнаты.**



**A<sub>1</sub>.**  
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



**A<sub>2</sub>.**  
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

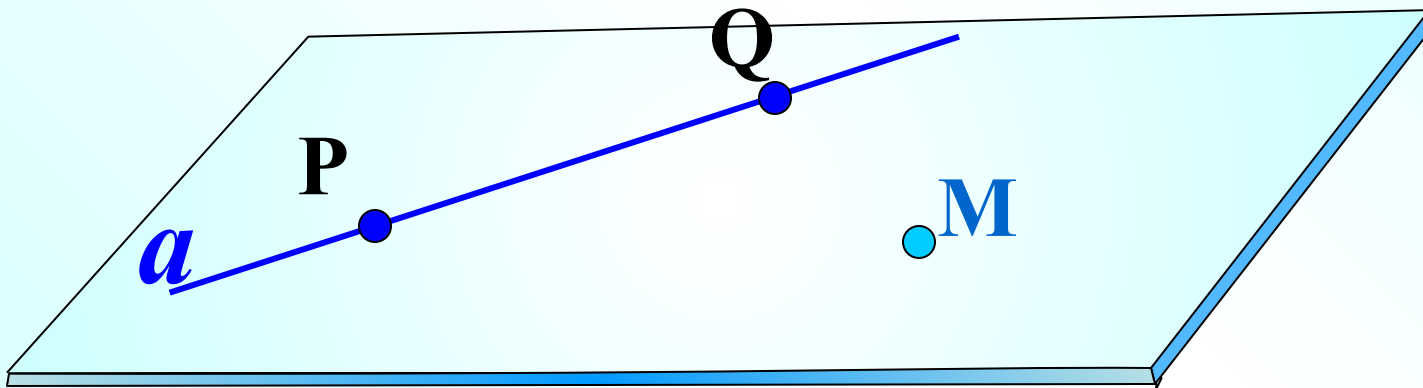


**A<sub>3</sub>.**  
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

## Некоторые следствия из аксиом.

### Теорема

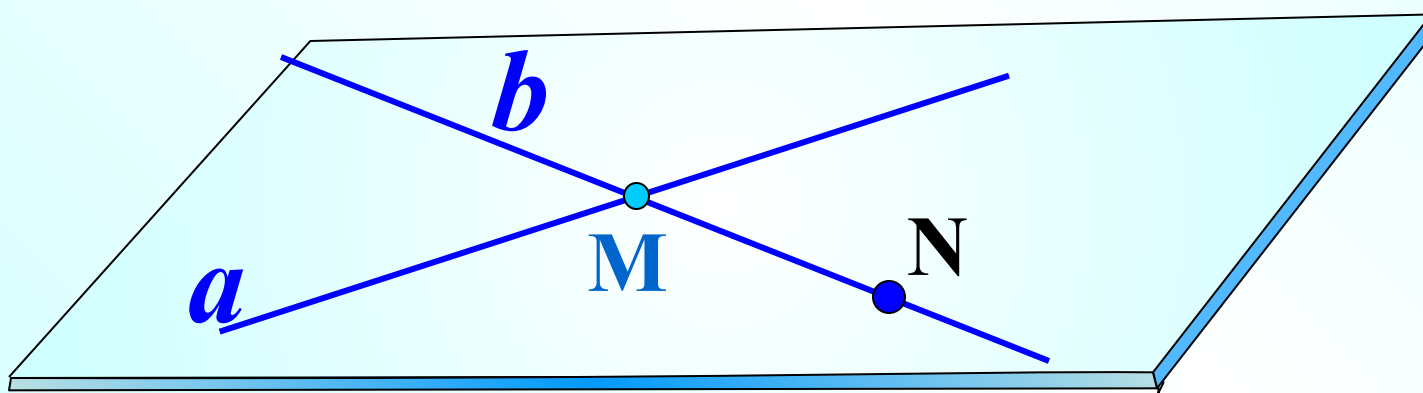
Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.



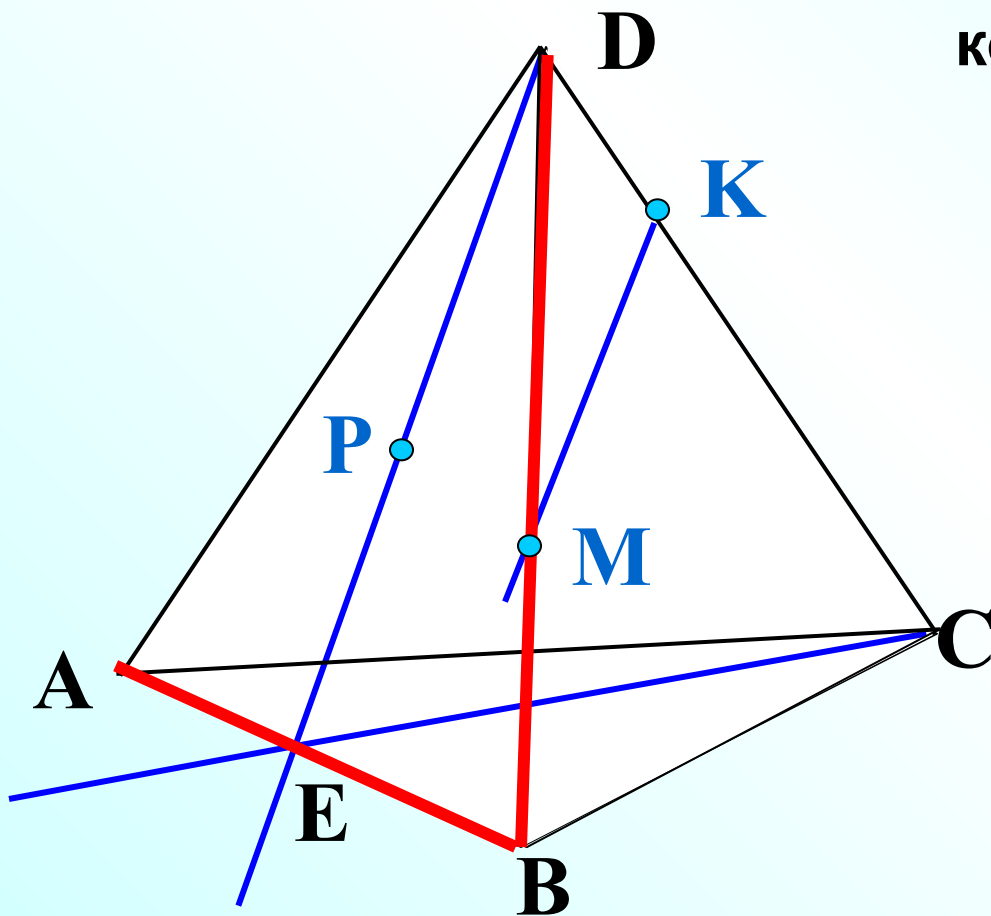
## Некоторые следствия из аксиом.

### Теорема

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна



# Тренировочные упражнения



Назовите плоскости, в которых лежат прямые

PE

MK

DB

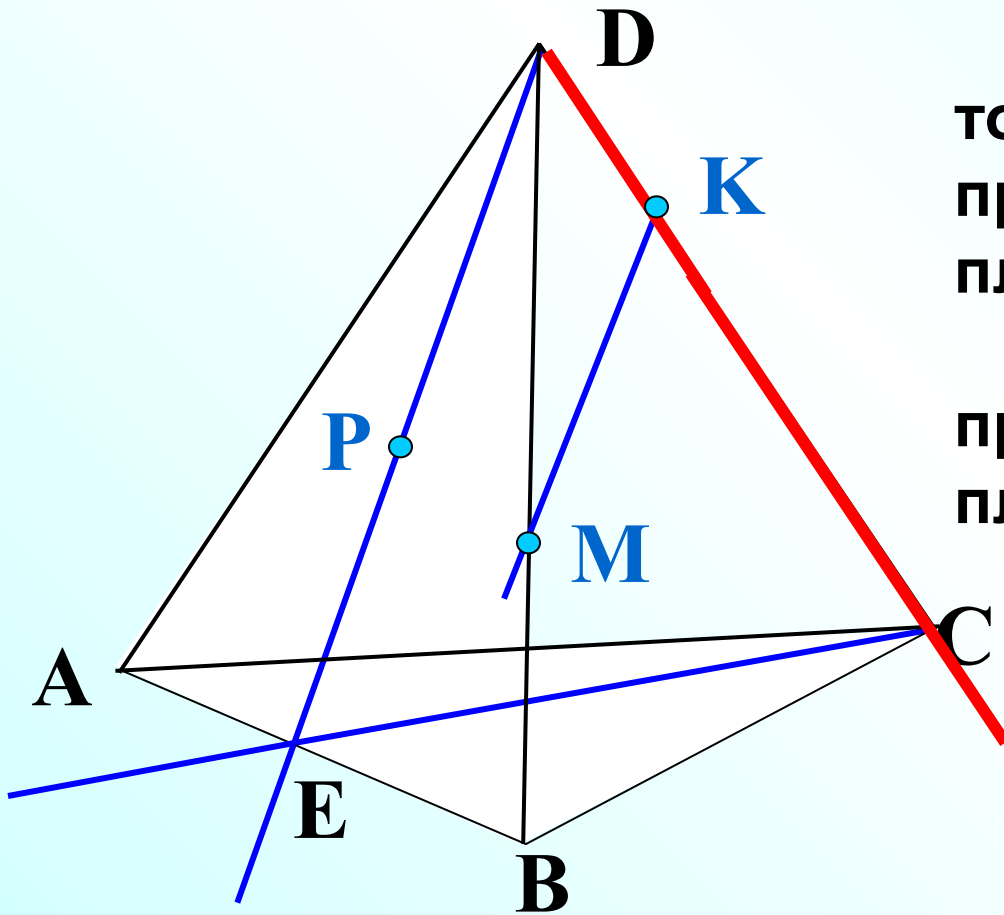
AB

EC





# Тренировочные упражнения



Назовите

точки пересечения  
прямой DK с  
плоскостью ABC,

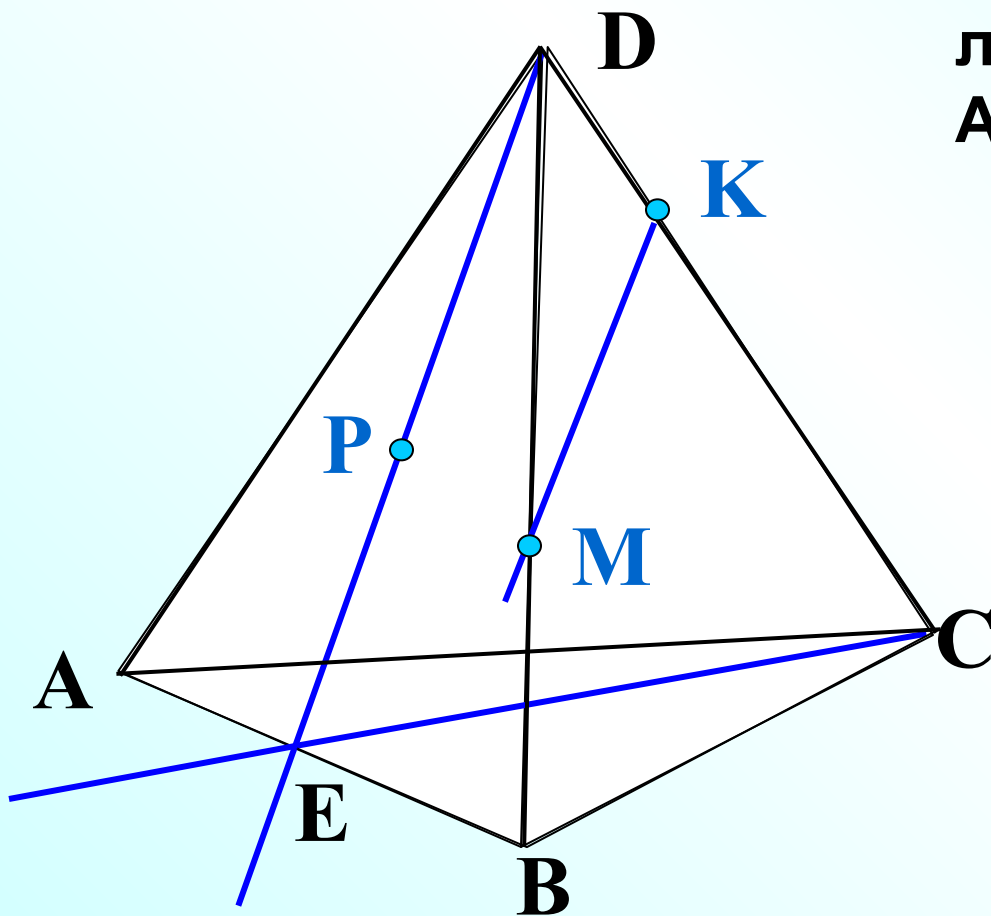
прямой CE с  
плоскостью ADB.



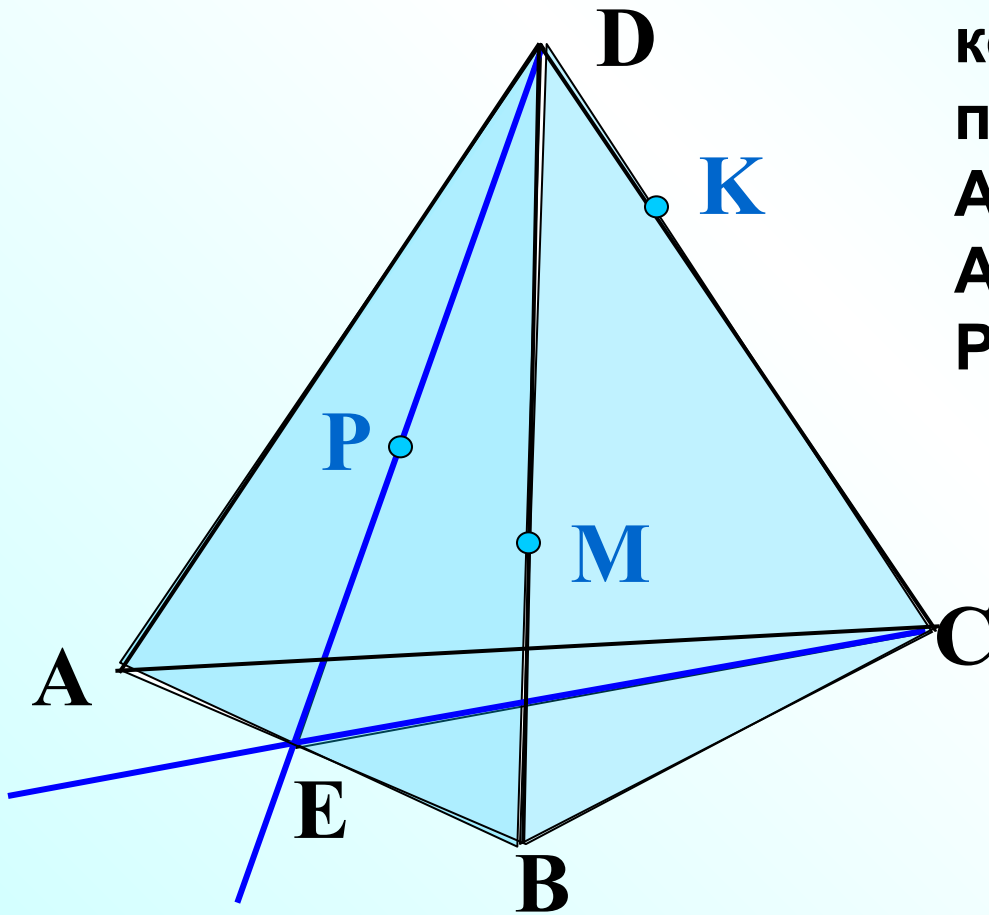
# Тренировочные упражнения



Назовите точки,  
лежащие в плоскостях  
ADB и DBC



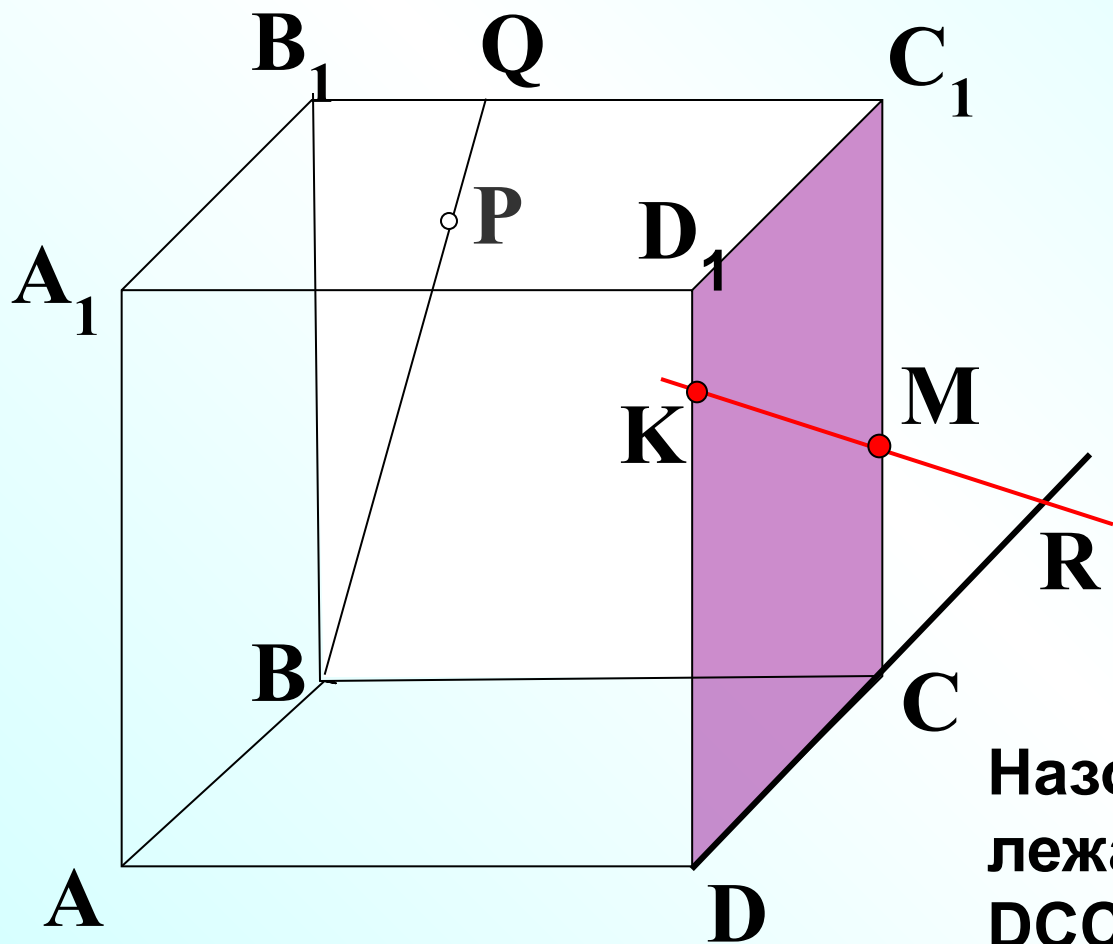
# Тренировочные упражнения



Назовите прямые по которым пересекаются плоскости  
ABC и DCB  
ABD и CDA  
PDC и ABC



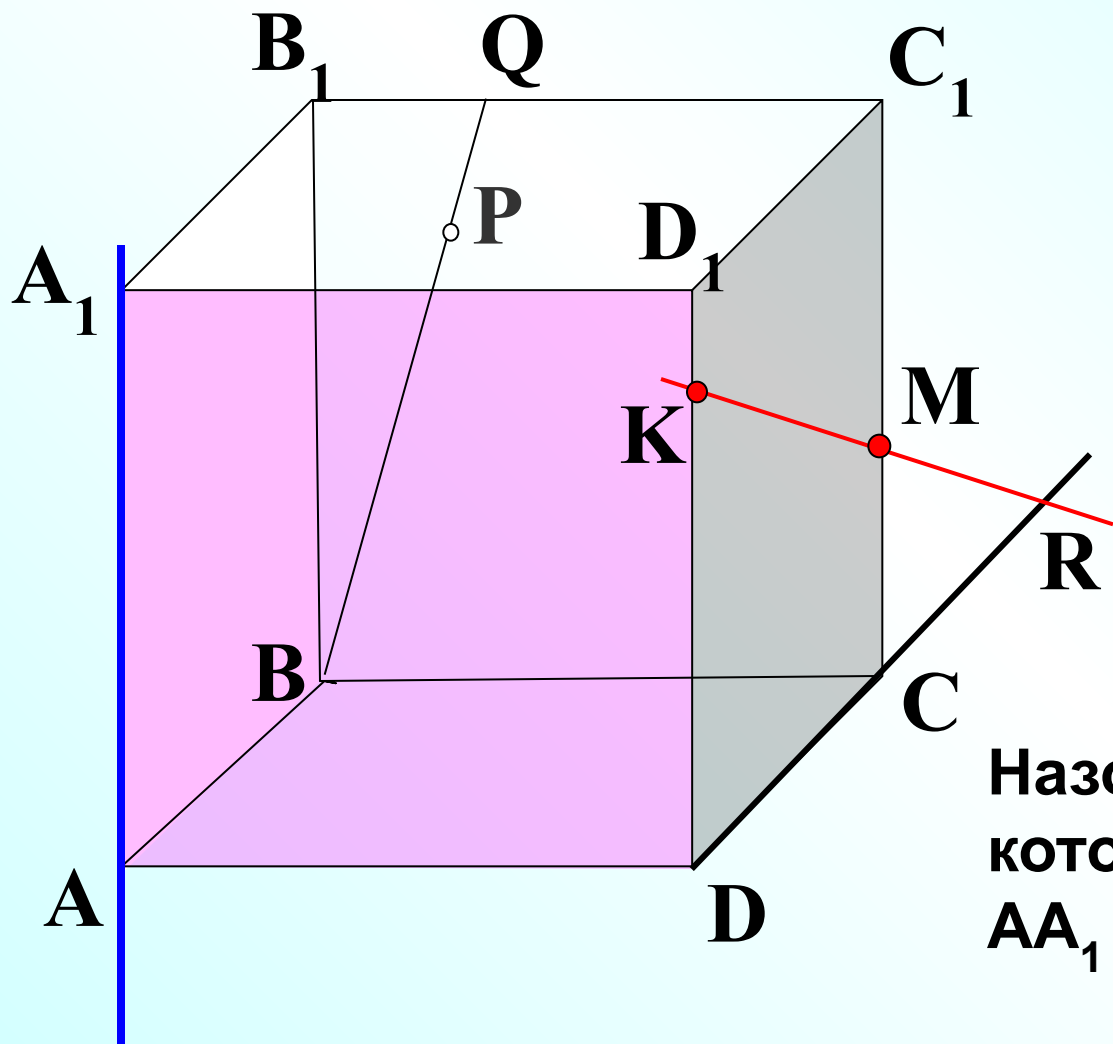
# Тренировочные упражнения



Назовите точки,  
лежащие в плоскостях  
 $DCC_1$  и  $BQC$



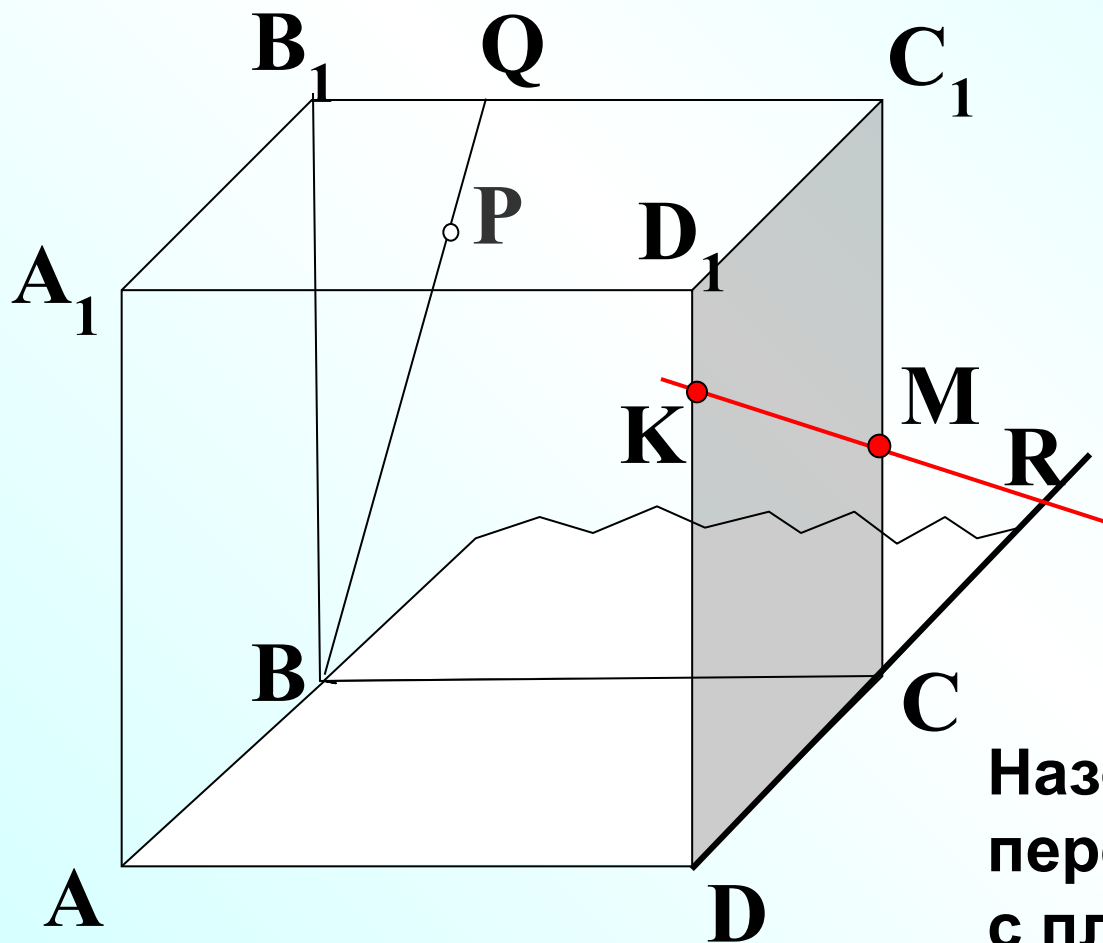
# Тренировочные упражнения



Назовите плоскости, в которых лежит прямая  $AA_1$



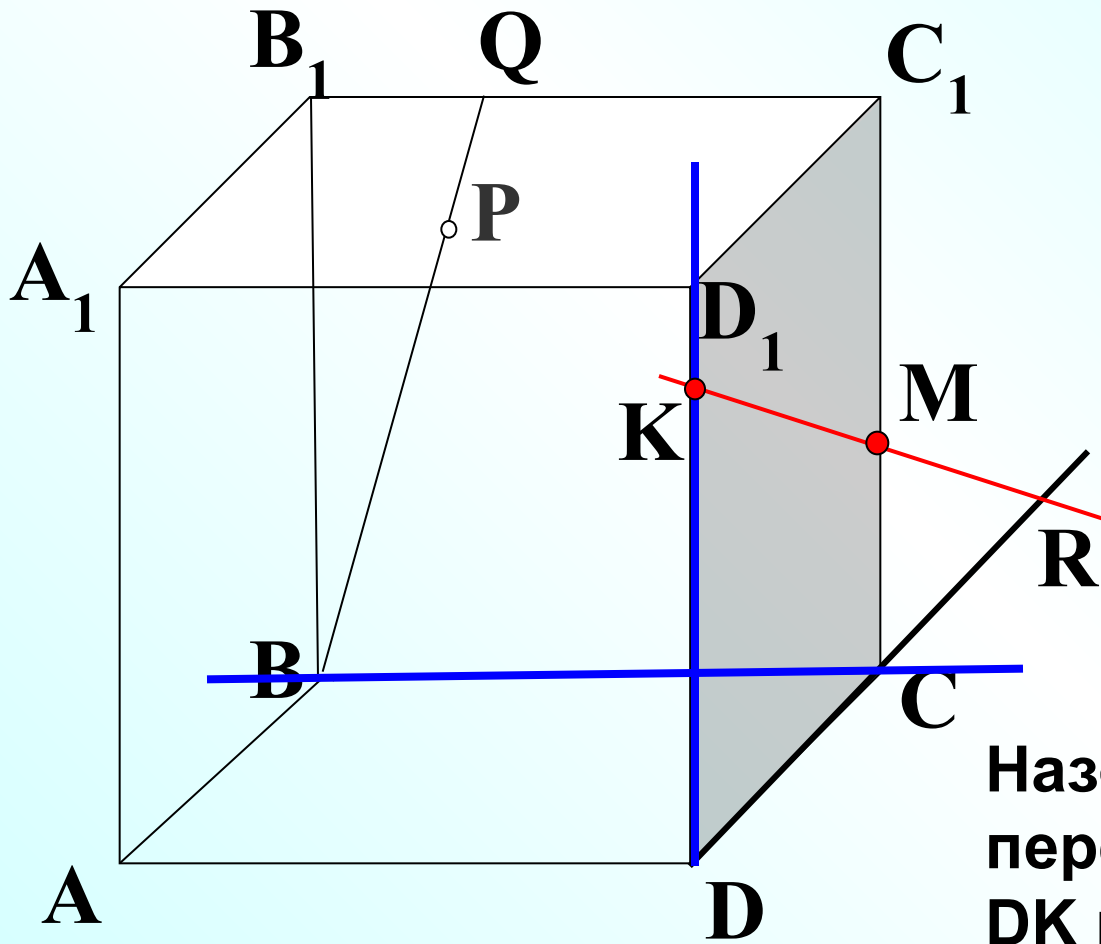
# Тренировочные упражнения



Назовите точки,  
пересечения прямой  $MK$   
с плоскостью  $ABD$



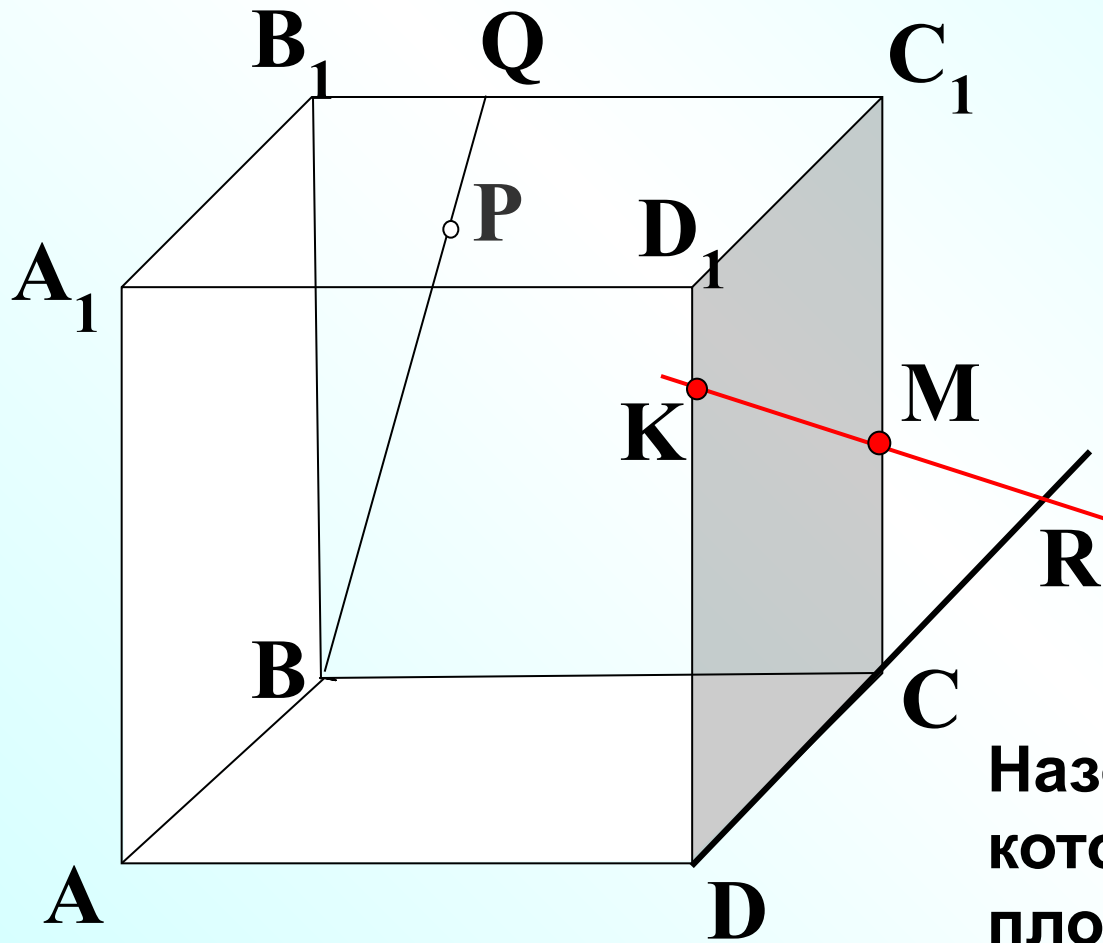
# Тренировочные упражнения



Назовите точки,  
пересечения прямых  
 $DK$  и  $BC$  с плоскостью  
 $A_1B_1C_1$



# Тренировочные упражнения

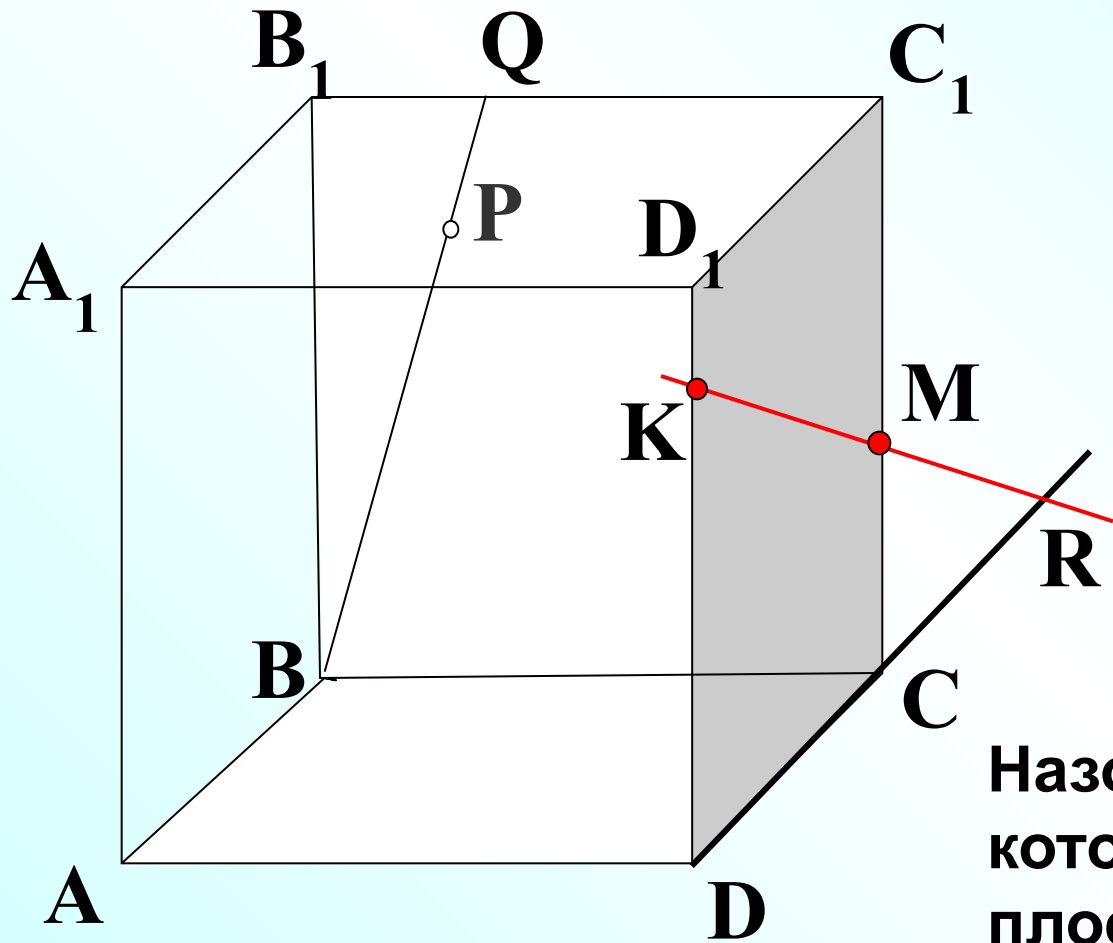


Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости  $AA_1B_1$  и  $ACD$





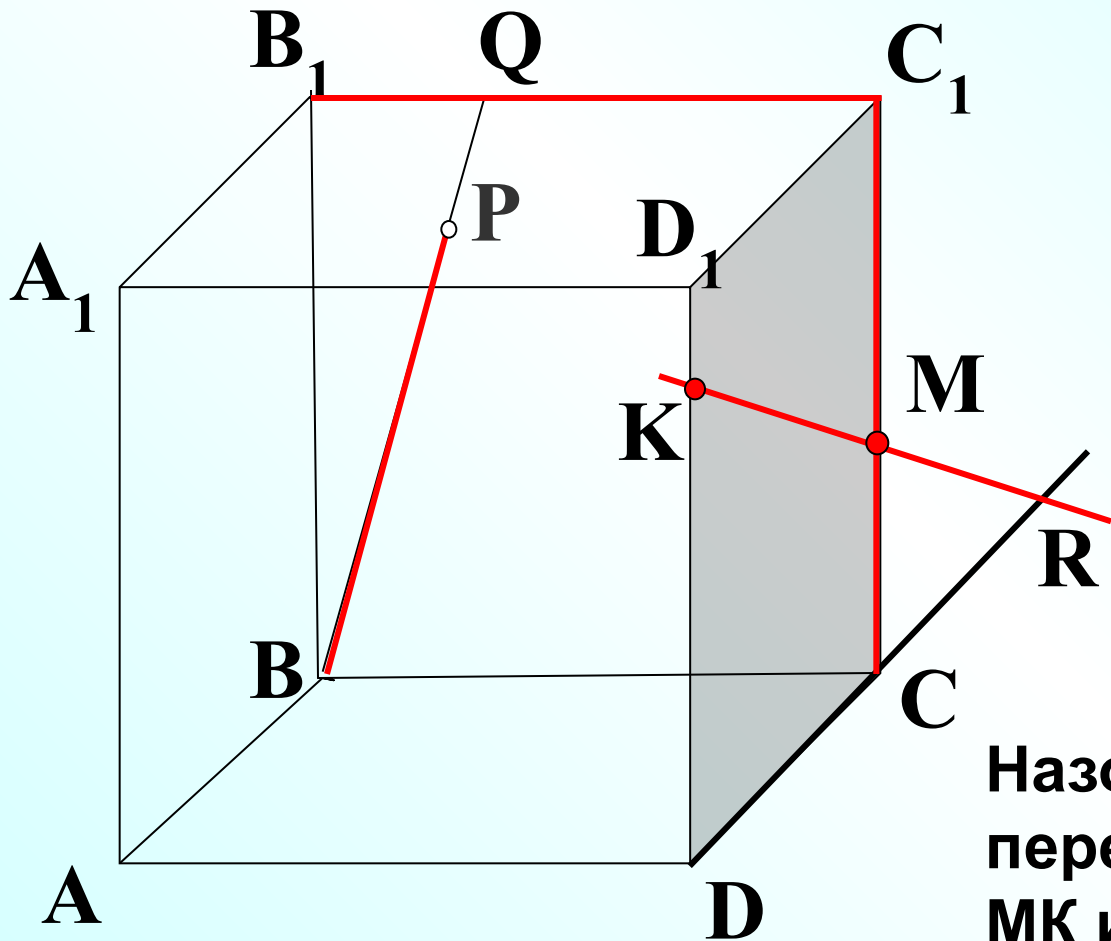
# Тренировочные упражнения



Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости  $PB_1C_1$  и  $ABC$



# Тренировочные упражнения



Назовите точки  
пересечения прямых  
МК и DC,  
 $B_1C_1$  и BP  
 $C_1M$  и DC

