

Физика колебаний

И ВОЛН.

Квантовая физика.

Лекция № 3

Дифракция волн.

- 1. Принцип Гюйгенса-Френеля.*
- 2. Зоны Френеля .*
- 3. Метод векторных диаграмм.*
- 4. Осесимметричные задачи дифракции.*
- 5. Зонная пластинка*

Дифракция – совокупность явлений, обусловленных волновой природой света и связанных с перераспределением интенсивности излучения, возникающих при распространении волн в средах с резкими неоднородностями (например, при прохождении через отверстия в непрозрачных экранах, вблизи границ непрозрачных тел или прозрачных тел).

Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрич. тени.

Интерференция и дифракция - явления одной физической природы. Оба заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Принято интерференцией называть перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн от конечного числа дискретных когерентных источников. Если же складываются волны от непрерывно распределенных когерентных источников – это дифракция.

Наблюдение дифракции: на пути световой волны помещают непрозрачную преграду, поглощающую часть волны. На экране за преградой при определенных условиях возникает дифракционная картина.

Различают два вида дифракции:

- **дифракция Френеля** – дифракция в сходящихся лучах;

- **дифракция Фраунгофера** (дифракция в параллельных лучах) - источник света и точка наблюдения расположены от препятствия далеко, падающие на препятствие и идущие в точку наблюдения лучи образуют практически параллельные пучки.

Первое объяснение дифракции света принадлежит французскому физiku **Френелю** (1818 г.). Он показал, что количественное описание дифракции возможно на основе построений **Гюйгенса**, если их дополнить принципом интерференции вторичных волн.

Христиан ГЮЙГЕНС
Christiaan Huygens, 1629–1695

Голландский астроном и физик. Родился в Гааге в семье дипломата. Получил хорошее домашнее образование, затем окончил Лейденский университет. В 1666 году переехал в Париж, где принимал участие в организации Академии наук Франции. Самую большую известность Гюйгенсу принесли работы по оптике и астрономии. Он значительно усовершенствовал конструкцию телескопов и открыл кольца Сатурна. Кроме того, Гюйгенс является изобретателем маятниковых часов.



Огюст Жан Френель

(1788 - 1827)

- 1. Заложил основы теории дифракции света.*
- 2. Исследовал поляризацию света («бипризма Френеля», представление о естественном свете, как сумме плоско поляризованных волн, поперечность световых волн).*
- 3. Заложил основы кристаллооптики.*
- 4. Изучил рефракцию света атмосферой.*
- 5. Разработал систему освещения маяков, в которой важнейшей частью была сконструированная Френелем ступенчатая линза.*



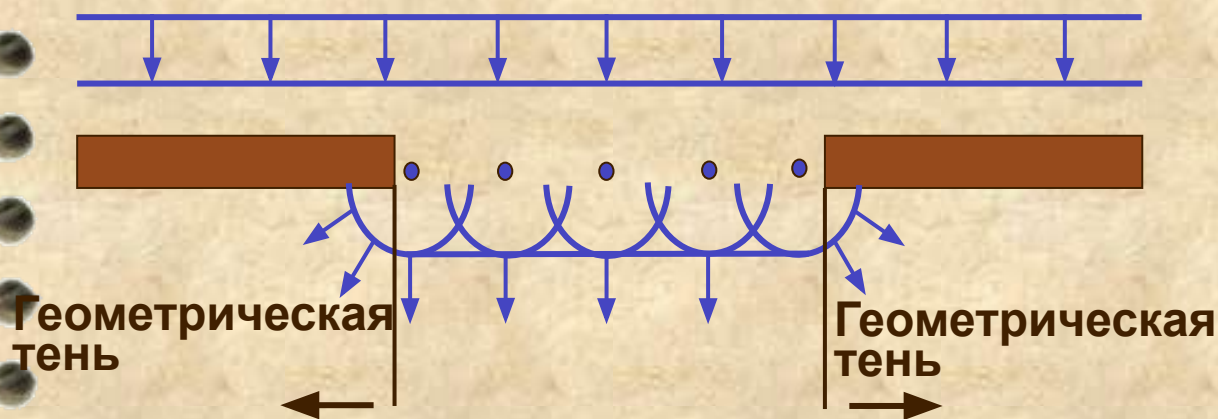
Принцип Гюйгенса-Френеля.

Проникновение световых волн в область геометрической тени объясняется с помощью принципа Гюйгенса.

В соответствии с этим принципом каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром *вторичных* волн; огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент.

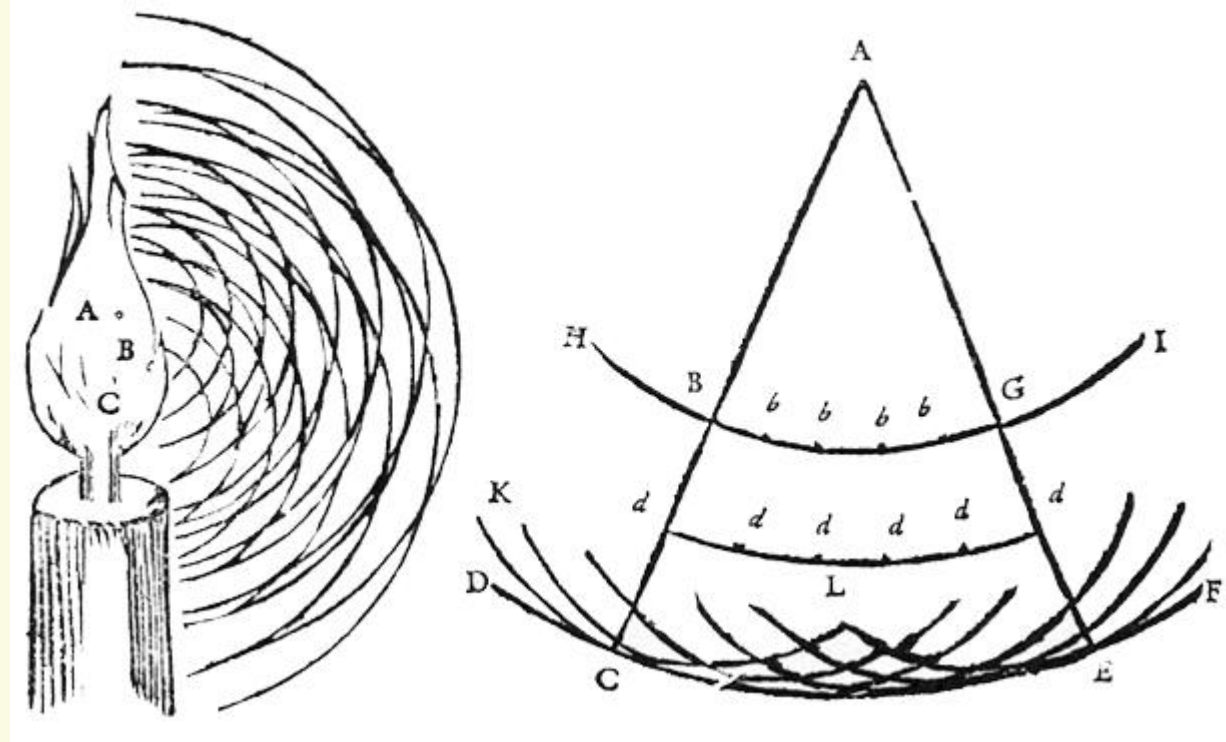
Пусть на плоскую преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны.

По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит центром вторичных волн, которые в однородной изотропной среде будут сферическими.



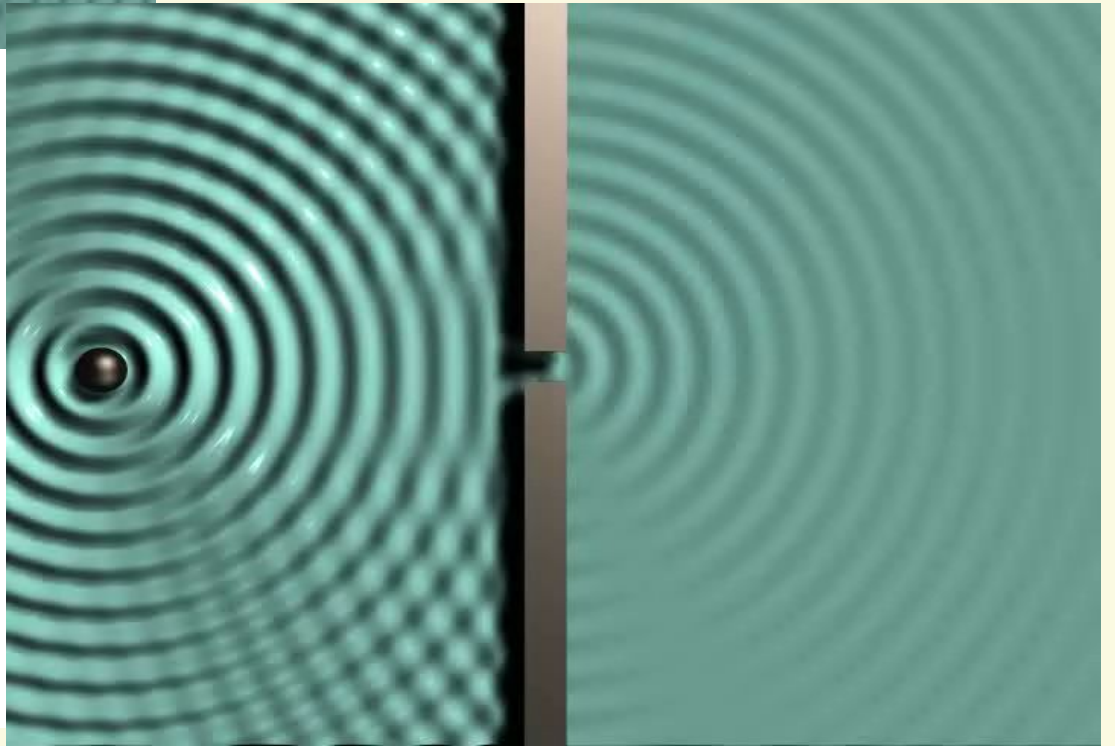
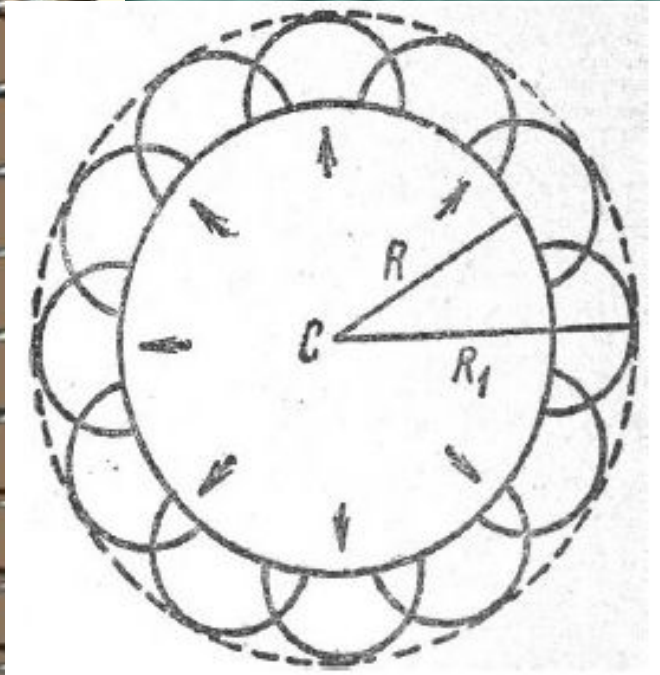
За отверстием волна, огибая края преграды, проникает в область геометрической тени.

Принцип Гюйгенса - Френеля.



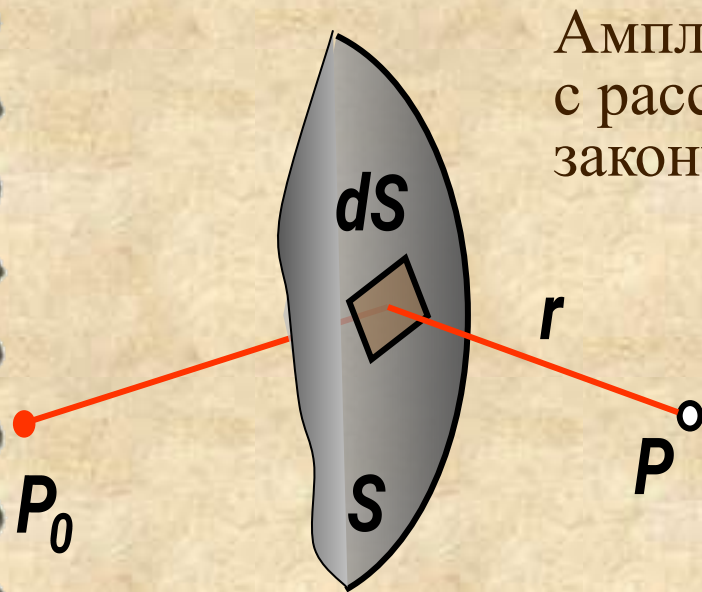
Построение
огibaющей
волны и
пример с
пламенем
свечи.
Рисунки из
«Трактата о
свете»
Х. Гюйгенса
(1690 г.)

Принцип Гюйгенса - Френеля.



Принцип Гюйгенса позволяет решать задачу о направлении распространения волнового фронта. Вопрос об интенсивности световой волны за преградой не затрагивается. Этот недостаток был устранен Френелем.

В соответствии с **принципом Гюйгенса–Френеля** каждый элемент dS волновой поверхности S служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS .



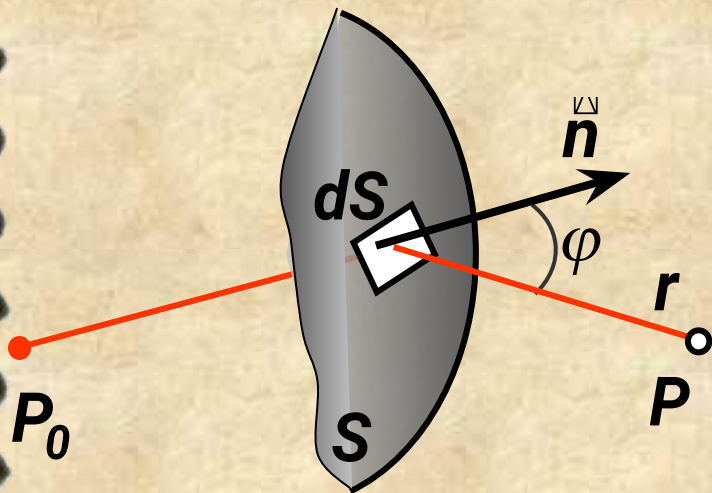
Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$

Следовательно, от каждого участка dS волновой поверхности в точку P , лежащую перед этой поверхностью, приходит колебание с напряжённостью:

$$dE = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$

Принцип Гюйгенса-Френеля

$$dE = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$



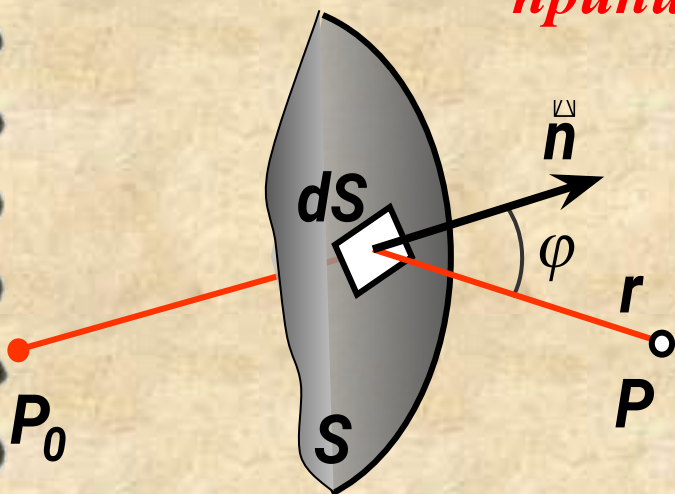
Коэффициент f зависит от угла φ между нормалью \underline{n} к элементу dS и направлением r от dS к точке P . Коэффициент f монотонно убывает с ростом φ . При $\varphi = 0$ этот коэффициент максимален.

Результирующее колебание в точке P определяется суперпозицией колебаний dE от всех элементов dS волновой поверхности S :

$$E = \int_S \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$

$$E = \int_S \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$

Этот интеграл представляет собой **математическую** формулировку **принципа Гюйгенса – Френеля**.



Для определения колебания в точке **P**, лежащей перед некоторой поверхностью **S**, надо найти колебания, приходящие в эту точку **dS** от всех элементов поверхности **S** и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз.

Источниками (фиктивными) вторичных волн служат бесконечно малые элементы одной волновой поверхности, следовательно, все фиктивные источники действуют синфазно.

Тогда возбуждаемая световая волна может быть представлена как результат суперпозиции **когерентных** вторичных волн, излучаемых фиктивными источниками.

Зоны Френеля

Определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника P_0 .

Волновые поверхности такой волны симметричны относительно прямой P_0P .

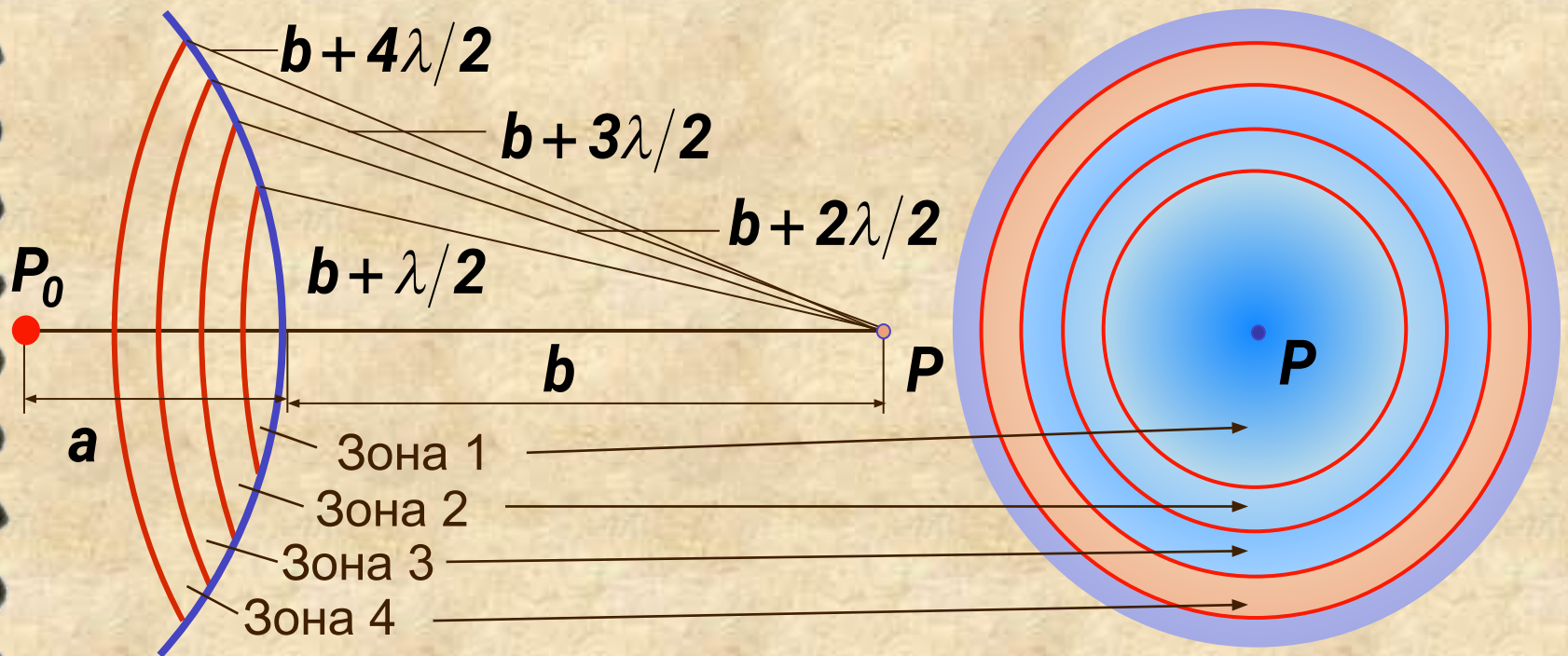


Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краев каждой зоны до P точки отличались друг от друга на половину длины волны $\lambda/2$.

Обладающие таким свойством зоны называются **зонами Френеля**.

b - расстояние от вершины волновой поверхности до точки P .

Зоны Френеля



a - расстояние от источника P_0 до вершины рассматриваемой волновой поверхности;

b - расстояние от вершины волновой поверхности до точки P .

Зоны Френеля

Вычислим площади зон.

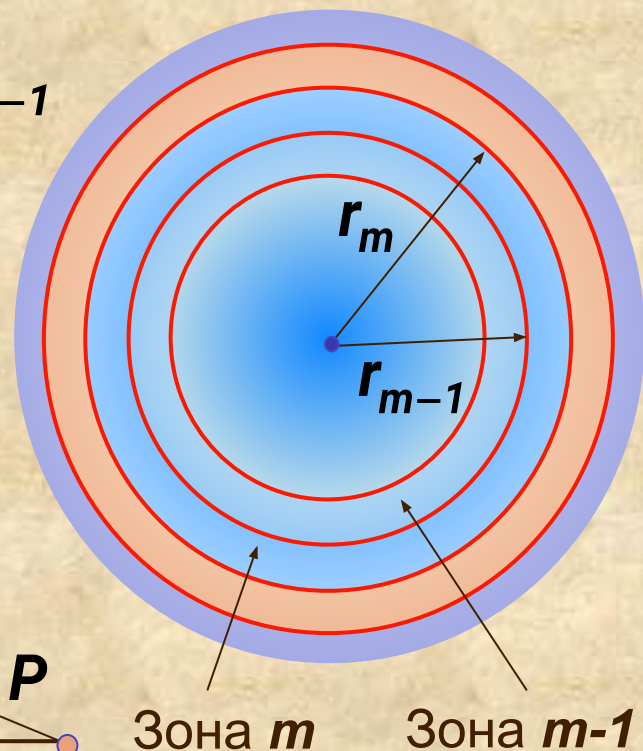
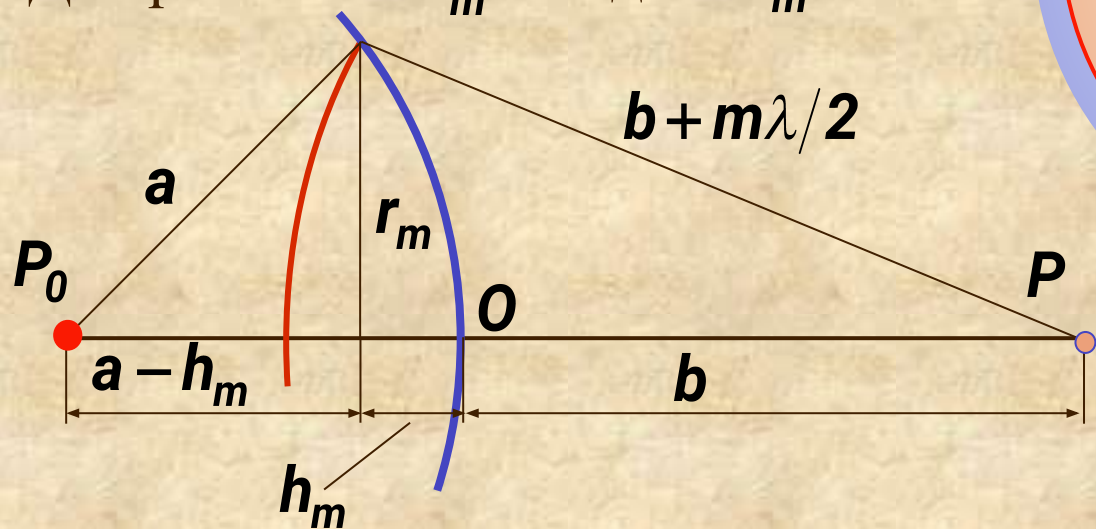
При достаточно малых m площадь ΔS_m m -ой зоны можно вычислить как

$$\Delta S_m = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2$$

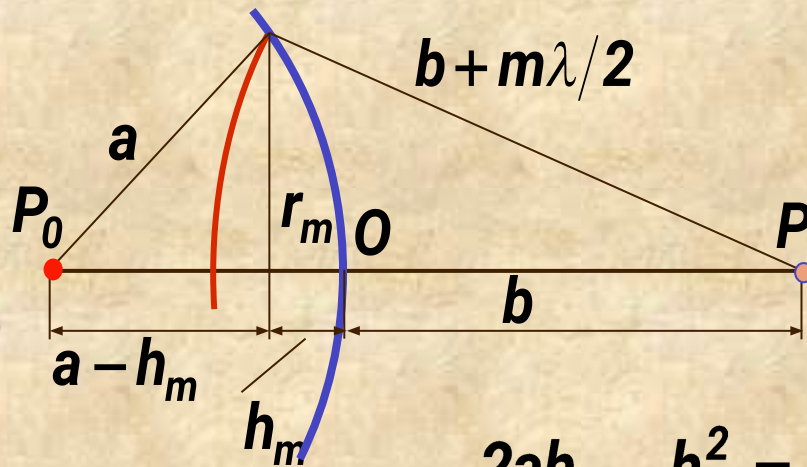
r_m - внешний радиус m -ой зоны

r_{m-1} - внешний радиус $m-1$ -ой зоны Френеля.

Для расчета ΔS_m найдем r_m



Зоны Френеля



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2, \quad \text{или}$$

$$r_m^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2$$

a - радиус волновой поверхности.

Объединим два выражения и возведем скобки в квадрат:

$$2ah_m - h_m^2 = 2bm\lambda/2 + m^2(\lambda/2)^2 - 2bh_m - h_m^2$$

Из этого выражения получим:

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a + b)}$$

Поскольку мы ограничились рассмотрением малых m , то можно пренебречь слагаемым с m^2 и упростить полученное выражение:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a + b)}$$

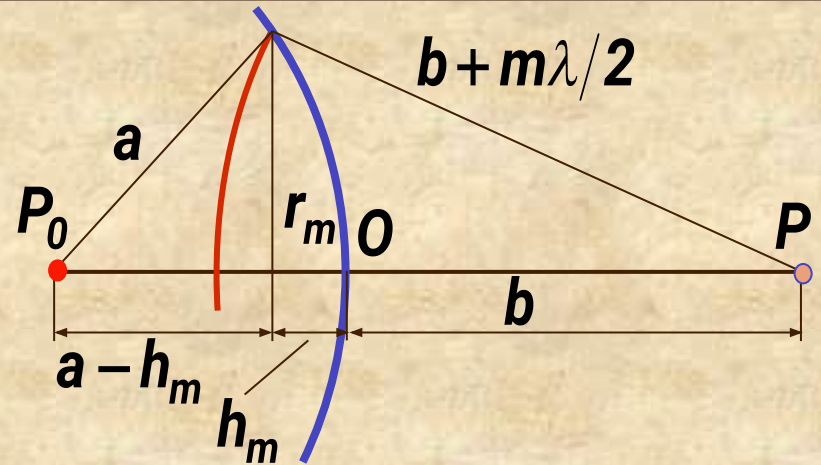
Теперь можно определить r_m :

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = 2ah_m - h_m^2$$

Зоны Френеля

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$$

При малых m высота сегмента $h_m \ll a$, тогда, или $r_m^2 = 2ah_m$



$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)} m \lambda}$$

Площадь m -ой зоны равна:

$$\Delta S_m = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2 = \pi \left[\frac{ab}{(a+b)} m \lambda - \frac{ab}{(a+b)} (m-1) \lambda \right] = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda$$

Полученное выражение не зависит от m . Это значит, что при малых m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Расстояние b_m от внешнего края m -ой зоны до точки P равно $b_m = b + m\lambda/2$ и медленно растет с номером зоны.

Поскольку волна сферическая, то ее амплитуда зависит от b_m .

Зоны Френеля

Следовательно, амплитуда A_m колебания, возбуждаемого m -ой зоной в точке P , монотонно убывает с ростом m .

Итак, амплитуды колебаний, возбуждаемых зонами Френеля в точке P , образуют *монотонно убывающую*

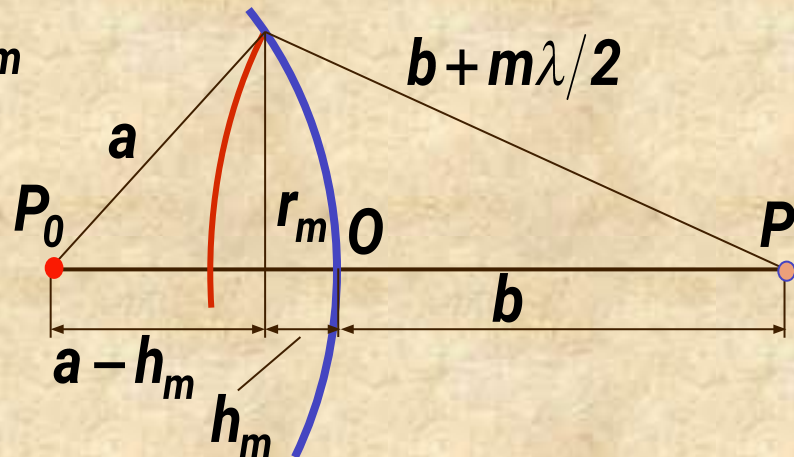
последовательность: $A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, различаются на π .

Следовательно, амплитуда результирующего колебания в точке P может быть представлена в виде:

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Все амплитуды от нечетных зон входят в это выражение с одним знаком, от четных — с другим.



Зоны Френеля

Амплитуда в P :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots =$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) +$$

$$+ \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Зоны Френеля

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико. Например, при $a = b = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм радиус центральной зоны будет около 0,16 мм, а число зон составляет величину порядка 10^5 .

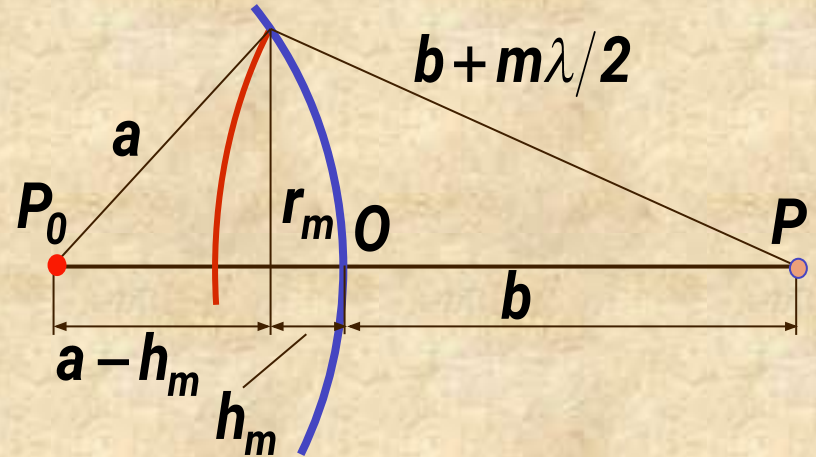
Поэтому допустимо приближение о том, что амплитуда колебания от m -ой зоны Френеля равно среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

С учетом этого допущения амплитуда результирующего колебания в точке P определяется выражением:

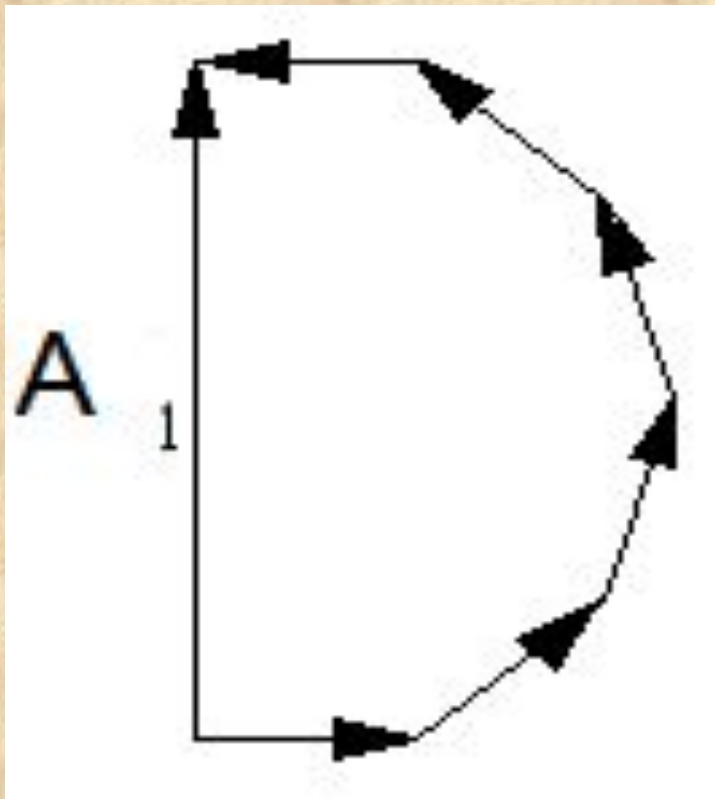
$$A_p = \frac{A_1}{2}$$

Таким образом, действие всей волновой поверхности на точку P сводится к действию ее участка, меньшего центральной зоны.



Метод векторных диаграмм.

Если зону Френеля разбить на большое количество кольцевых подзон с одинаковой площадью, то векторы, описывающие волновое поле этих подзон в точке наблюдения P , образуют ломаную линию из векторов одинаковой длины, лежащую на соответствующей полуокружности (для центральной первой зоны Френеля):

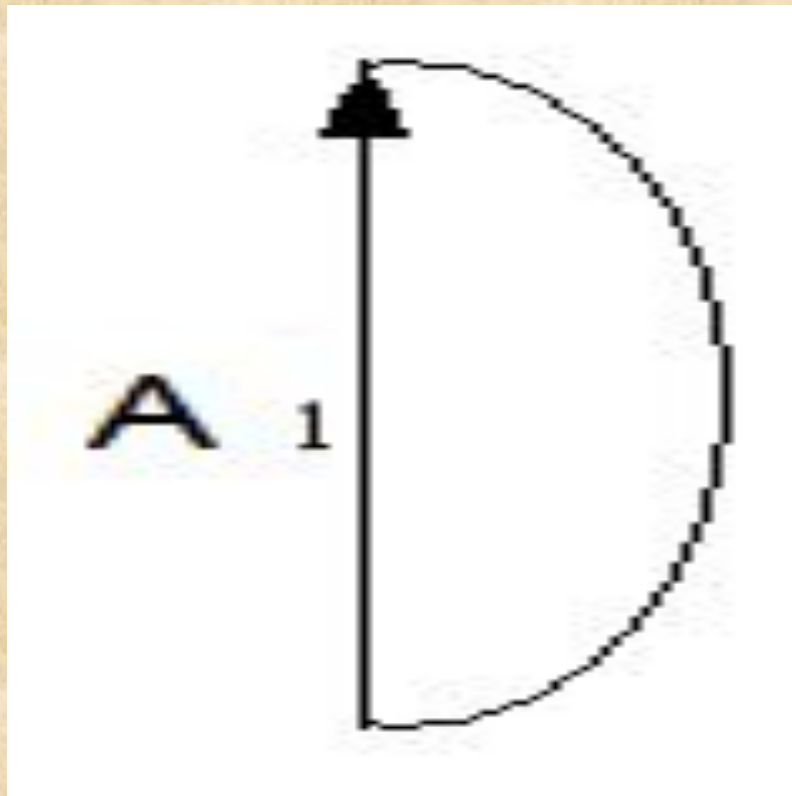


Векторы отдельных подзон, сложенные по правилу треугольника, дают вектор, описывающий волновое поле всей первой зоны Френеля A_1 .

Метод векторных диаграмм.

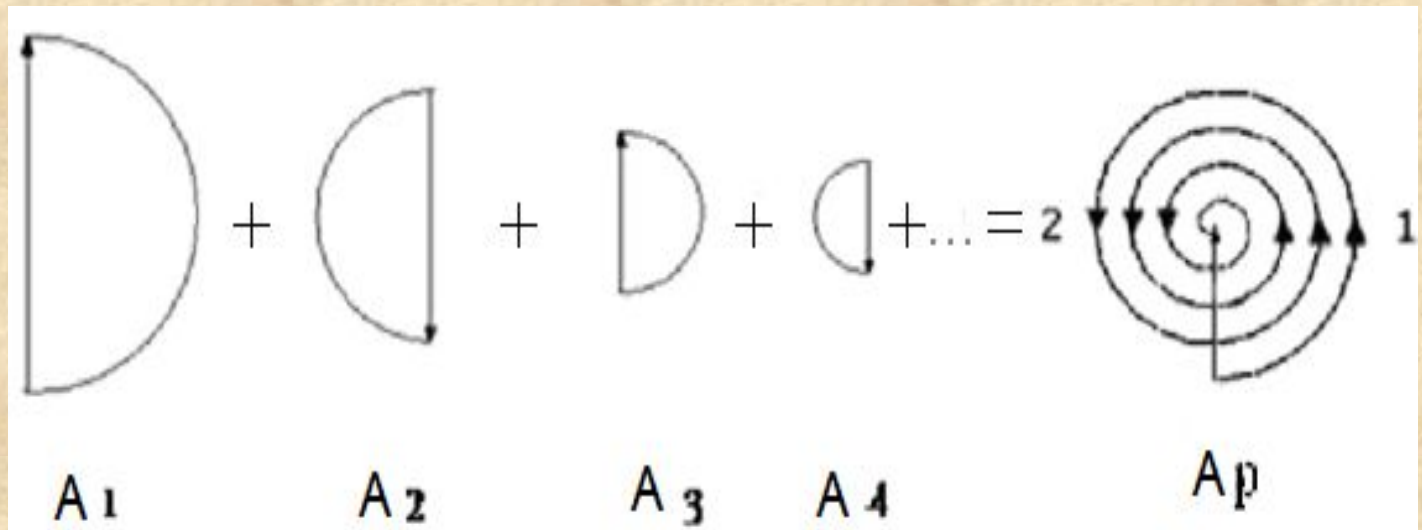
*В пределе, при стремлении ширины малых
кольцевых зон к нулю (число их будет при этом
неограниченно
возрастать)*

*ломанная линия
превратится в дугу
окружности с
диаметром A_1 .*



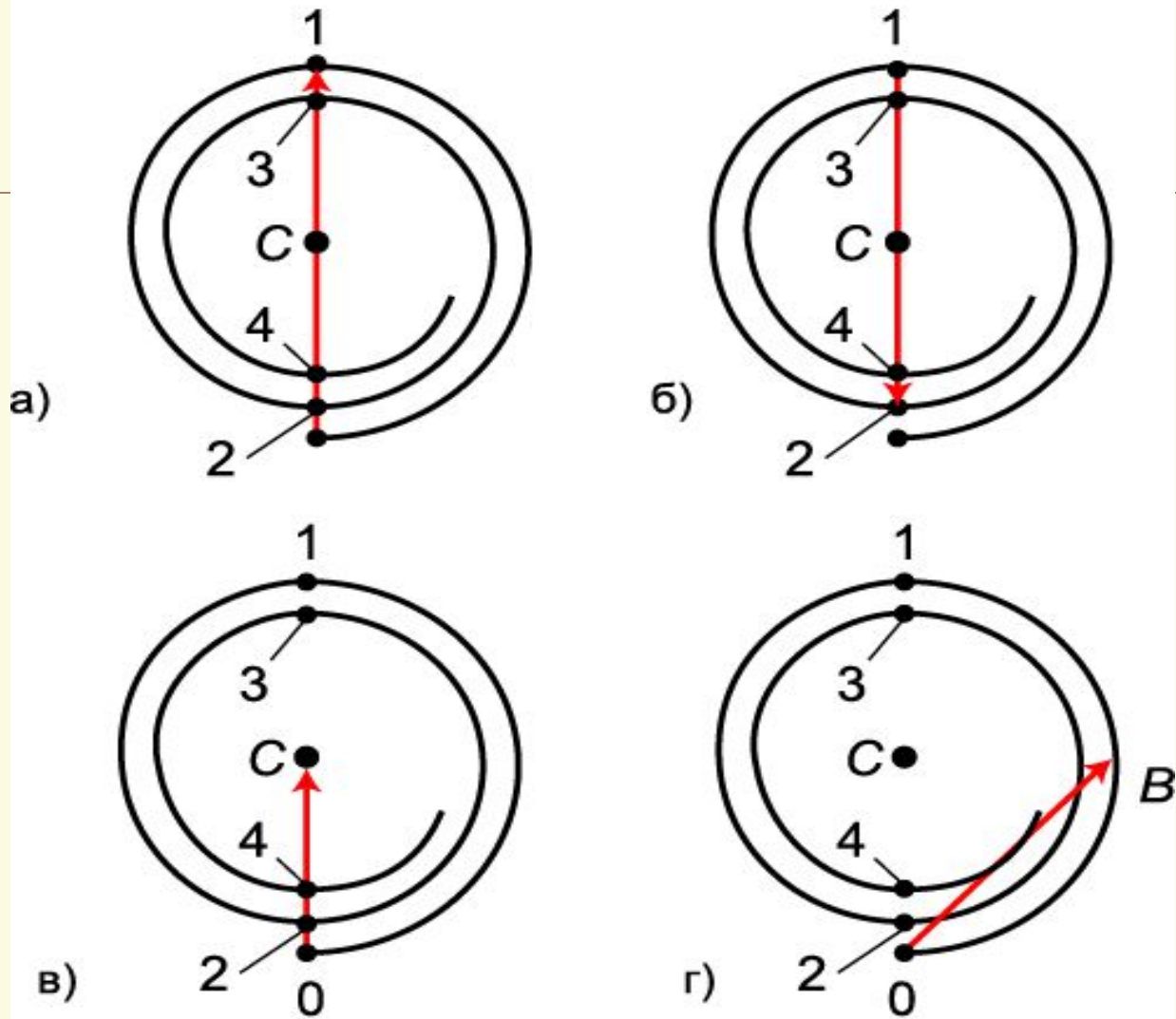
Метод векторных диаграмм.

Количественные результаты для осесимметричных задач дифракции получаются с помощью векторных диаграмм на основе специально построенной спирали, которая более детально описывает волновые поля отдельных зон Френеля. С целью получения этой спирали каждый вектор нечетной зоны Френеля дополняется полуокружностью, расположенной справа от него, а каждый вектор четной зоны Френеля – полуокружностью, расположенной слева от него



Образуется непрерывная спираль (спираль Френеля), которая наматывается на конец результирующего вектора A_p , описывающего суммарное волновое поле в точке наблюдения P . Напомним, что длина вектора A_p в два раза меньше длины вектора A_1 .

Спираль Френеля



а) 1-я зона; б) 2-я зона;
в) полностью открытый волновой фронт;
г) внутренняя половина первой зоны.

Зоны Френеля

Оценки показывают, что радиус первой зоны Френеля очень мал.

Это означает, что световой поток распространяется от P_0 к P как будто внутри очень узкого канала, т.е. прямолинейно.

Таким образом, принцип Гюйгенса – Френеля объясняет прямолинейное распространение света в однородной среде.

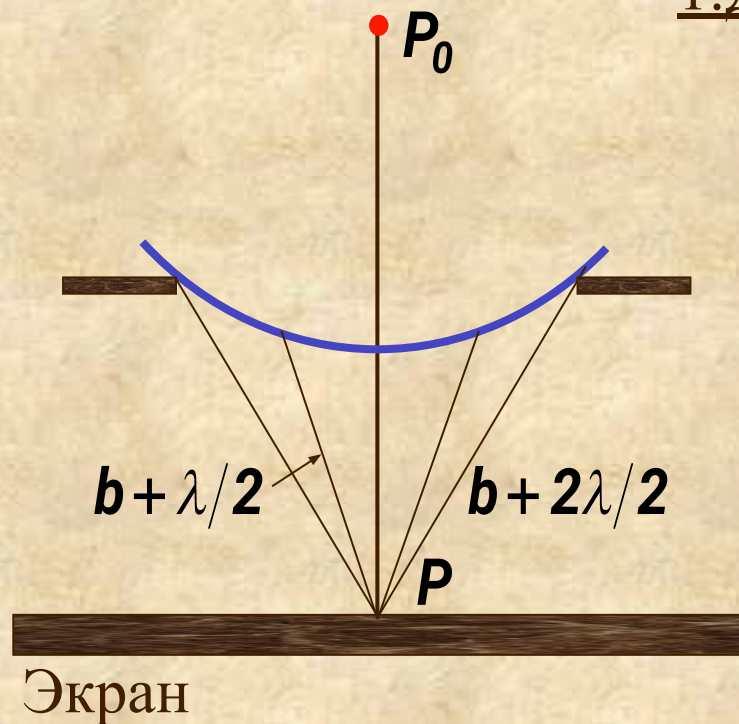
Некоторые дополнительные выводы из принципа Гюйгенса – Френеля:

1. Если закрыть все зоны, кроме первой, то амплитуда в точке P увеличится по сравнению с полностью открытым волновым фронтом в два раза ($A_p = A_1$), а интенсивность в четыре раза ($I \sim A_p^2$)

2. Если отверстие в преграде открывает для точки P две зоны Френеля, интенсивность в этой точке падает практически до нуля ($A_p = A_1 - A_2$), хотя световой поток оказывается в два раза больше.

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Дифракция Френеля наблюдается в том случае, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находится на конечном расстоянии от препятствия.



1. Дифракция на круглом отверстии.

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием.

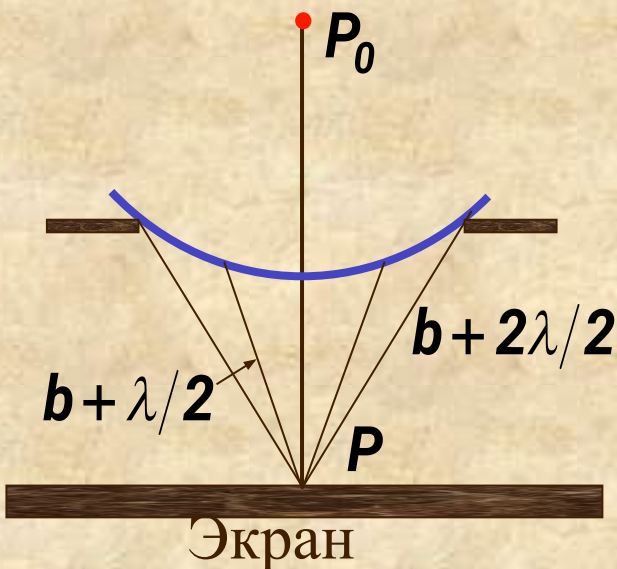
Вид картины зависит от числа зон Френеля, которые укладываются на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия.

Это число может быть четным или нечетным в зависимости от размера отверстия и длины волны.

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке P всеми зонами, равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m$$



С учетом принятого ранее допущения это

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

выражение примет вид:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

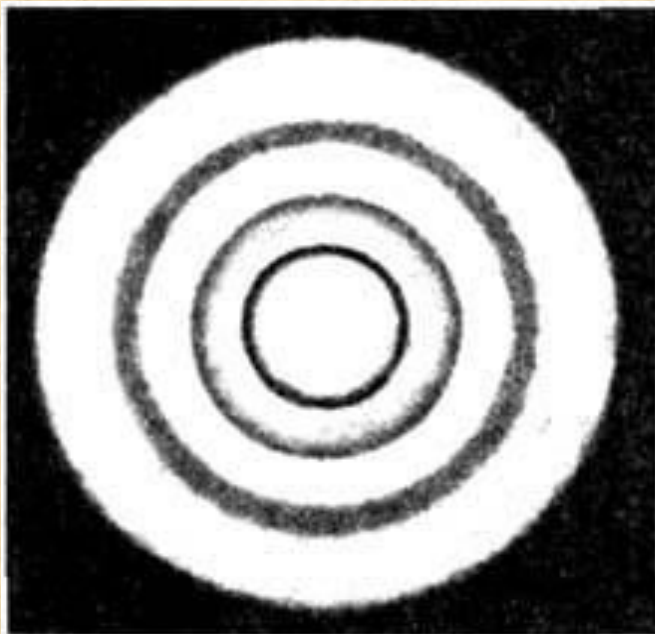
Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным, «-» - четным m .

Если отверстие открывает только одну зону Френеля, то в точке P будет максимальная интенсивность.

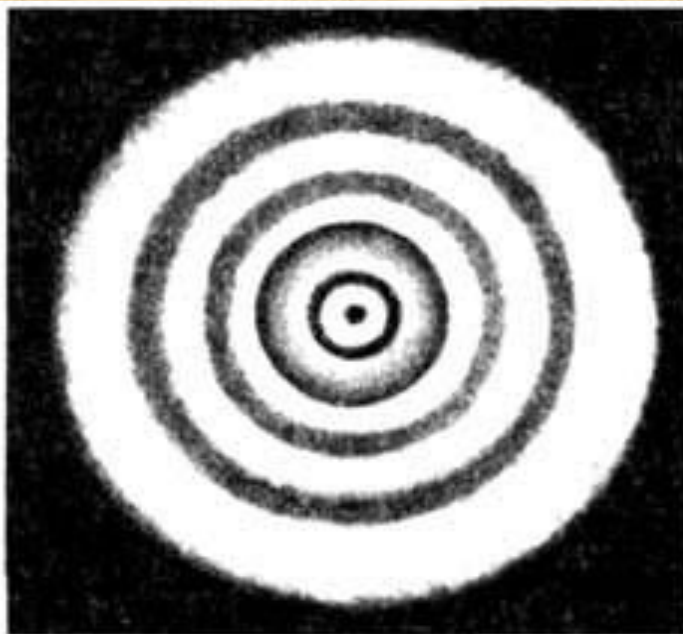
Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдается максимум, если четное – то минимум.

Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля.

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).



a

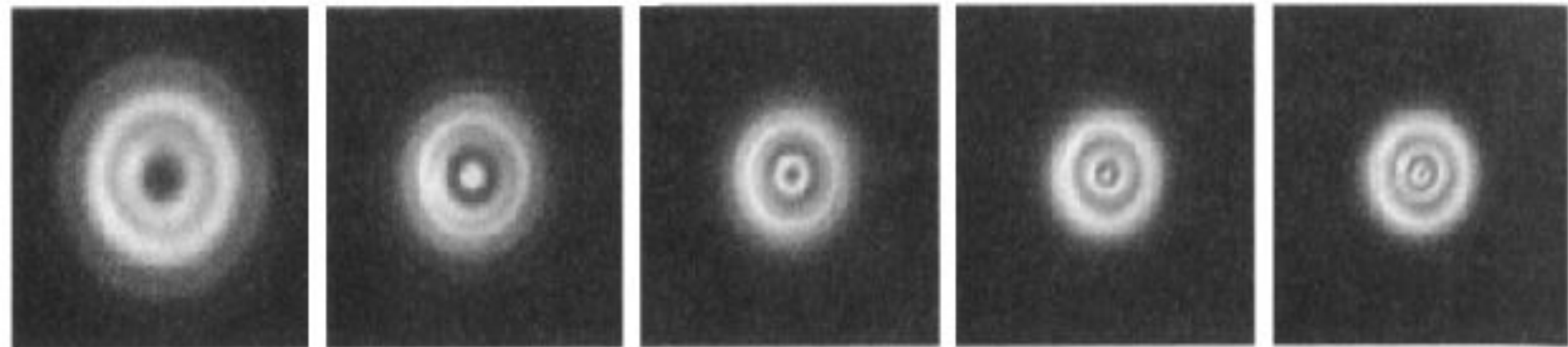


б

$$A_p = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$
 Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным открытым зонам Френеля, «-» - четным m .

Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке P (в центре экрана) наблюдается максимум (*a*), если четное – то минимум (*б*).

Дифракционные картины от круглого отверстия



$n = 2$

$n = 3$

$n = 4$

$n = 5$

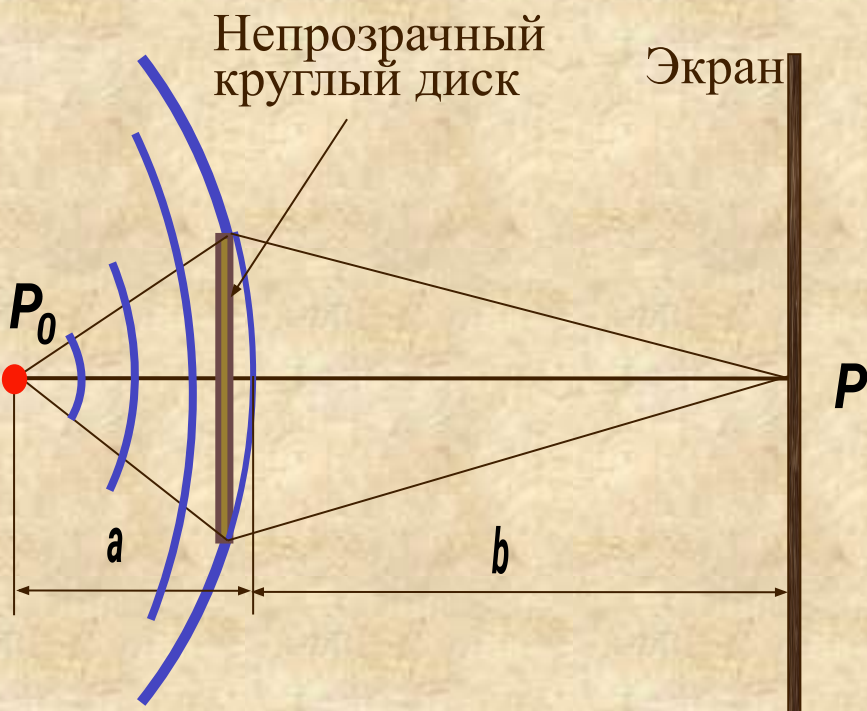
$n = 6$

n — число открытых зон Френеля

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

2. Дифракция на диске или круглом экране.

Поставим на пути сферической световой волны от источника P_0 непрозрачный круглый диск.



Если диск закроет m первых зон Френеля, A_p амплитуда в точке P будет равна

$$A_p = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$$

Преобразовав это выражение, получим:

$$A_p = \frac{A_{m+1}}{2}$$

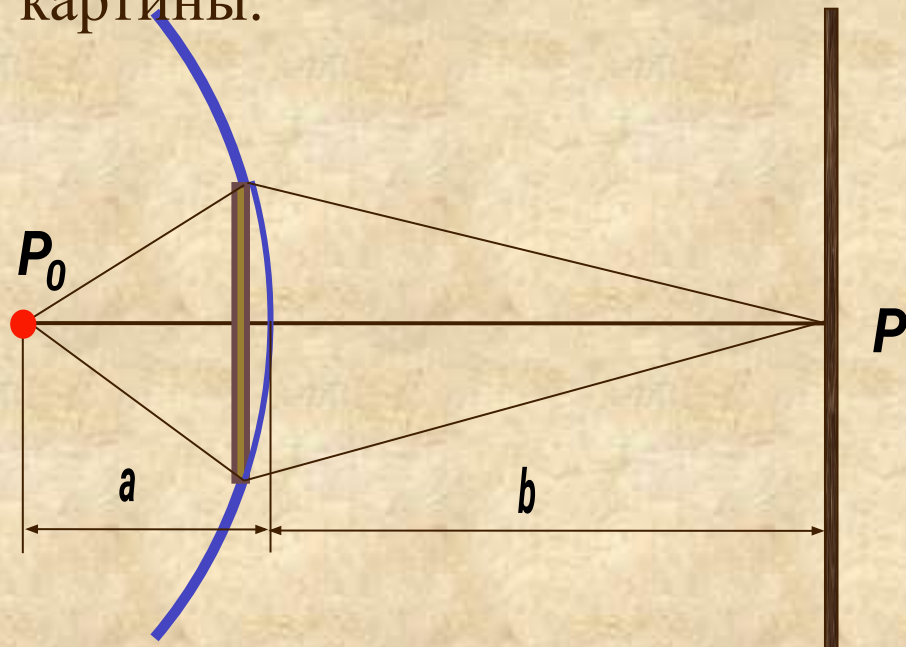
Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

2. Дифракция на диске (на круглом экране).

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

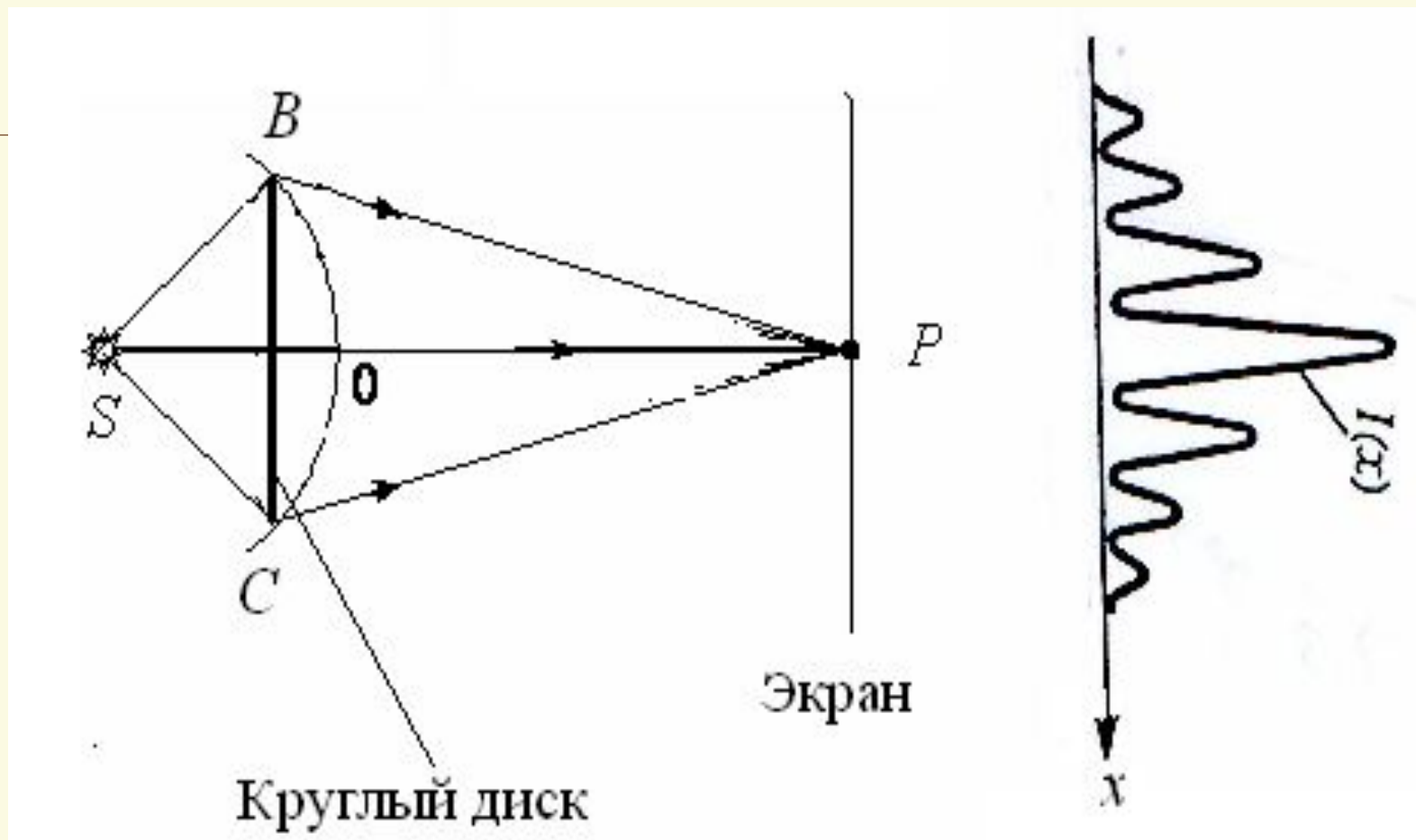
Следовательно, в точке P всегда наблюдается максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия $m + 1$ открытой зоны Френеля.

Центральный максимум окружен концентричными с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с ростом расстояния от центра картины.



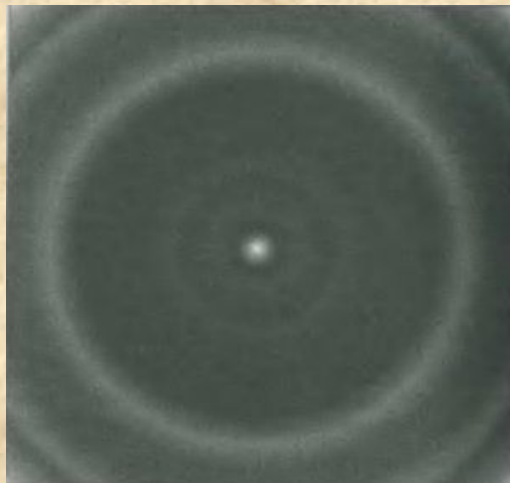
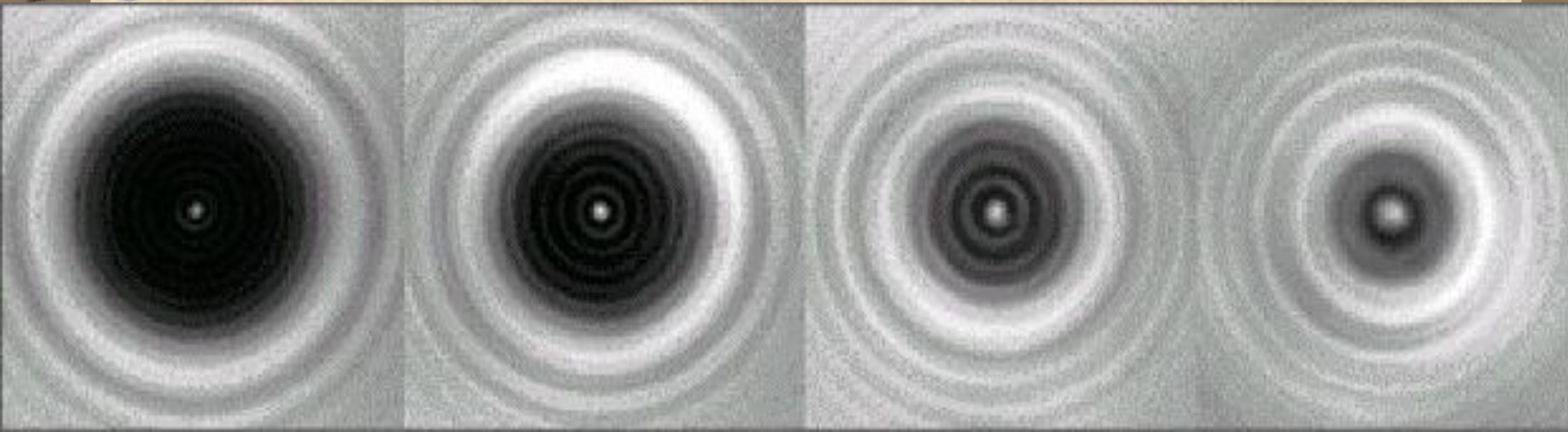
В результате интенсивность центрального максимума уменьшается с увеличением размеров диска.

2. Дифракция на диске (на круглом экране).



В т. P всегда наблюдается светлое пятно, то есть интерференционный максимум (пятно Пуассона).

*Картина дифракции на круглом экране.
Светлое пятно в центре дифракционной
картины - **пятно Пуассона***



Зонная пластинка.

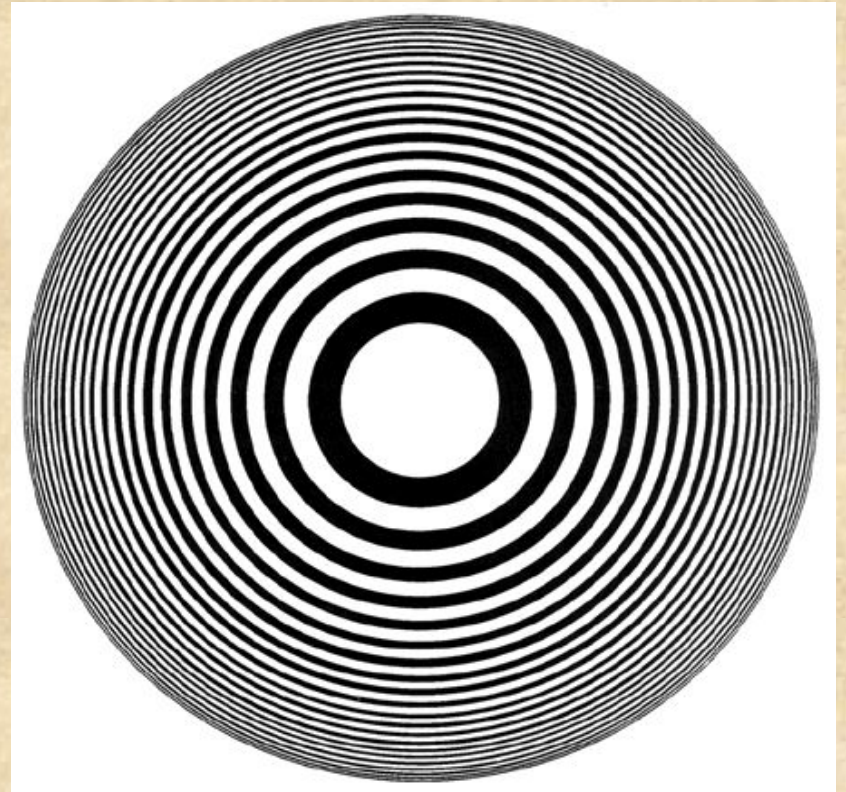
Интенсивность света в точке наблюдения можно увеличить с помощью *зонной пластинки*.

В простейшем случае это стеклянная пластинка, на поверхность которой нанесены по принципу расположения зон Френеля чередующиеся прозрачные и непрозрачные кольца.

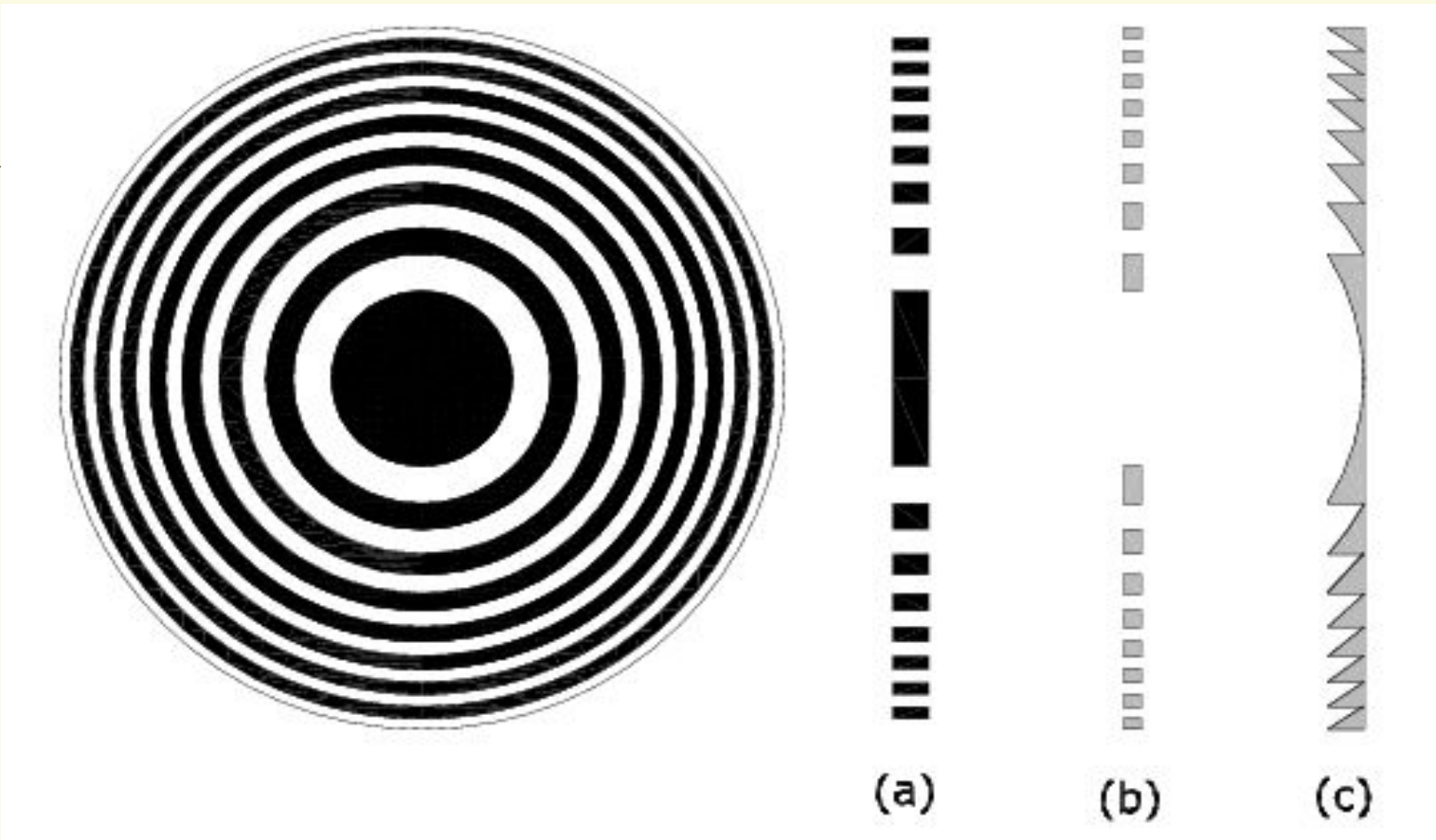
Если установить пластинку в строго определенном месте, то она перекроет все четные или нечетные зоны.

В результате этого интенсивность света в точке наблюдения будет значительно больше, чем при полностью открытом волновом фронте.

Таким образом, зонная пластинка действует подобно собирающей линзе.

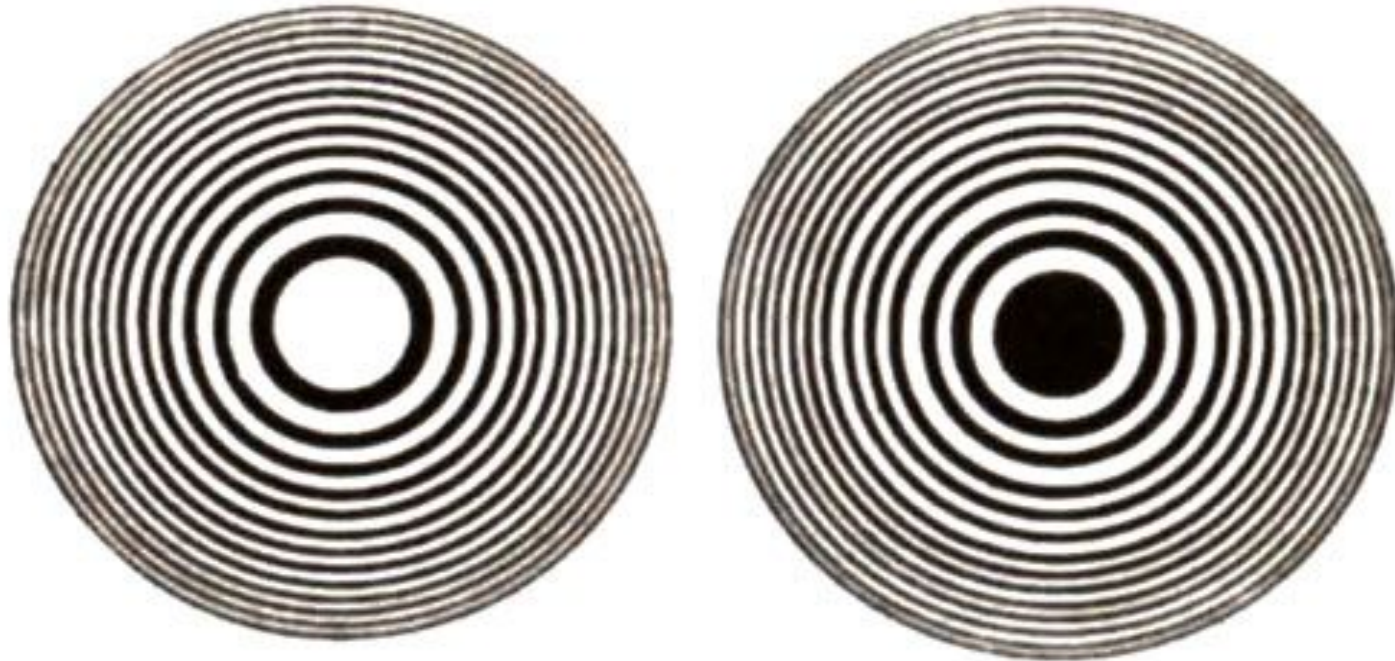


Зонная пластинка.



Волны, приходящие от зон только с четными номерами 2, 4, 6, ... (a): $A_P = A_2 + A_4 + A_6 + \dots$ (или от зон с только нечетными номерами 1, 3, 5, ... (b): $A_P = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$) будут находиться «в фазе» и, соответственно, усиливать друг друга.

Зонная пластинка.



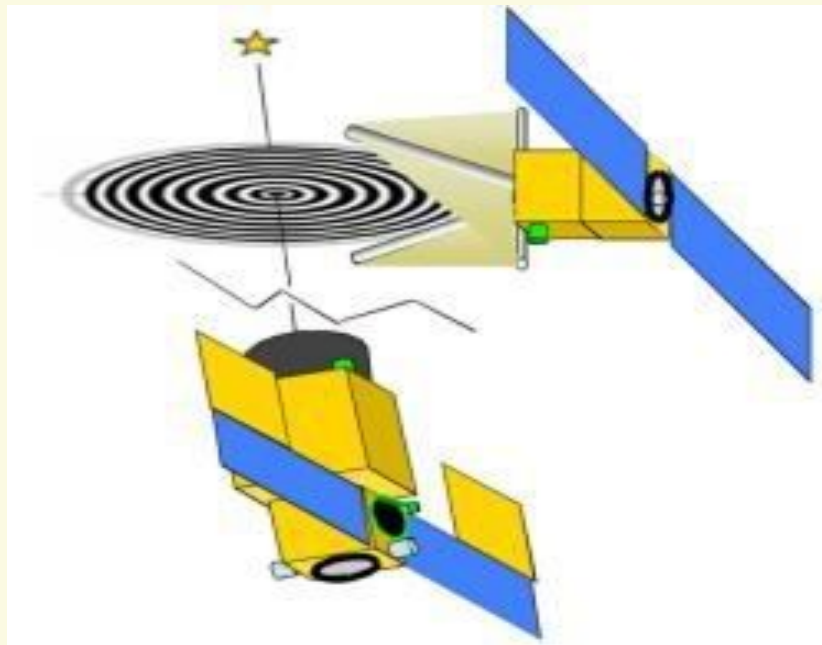
Зонные пластинки Френеля. Слева - открыты нечетные зоны, справа – чётные.

Хорошим примером, иллюстрирующим метод Френеля, служит опыт с его зонной пластинкой, которая работает как собирающая линза.



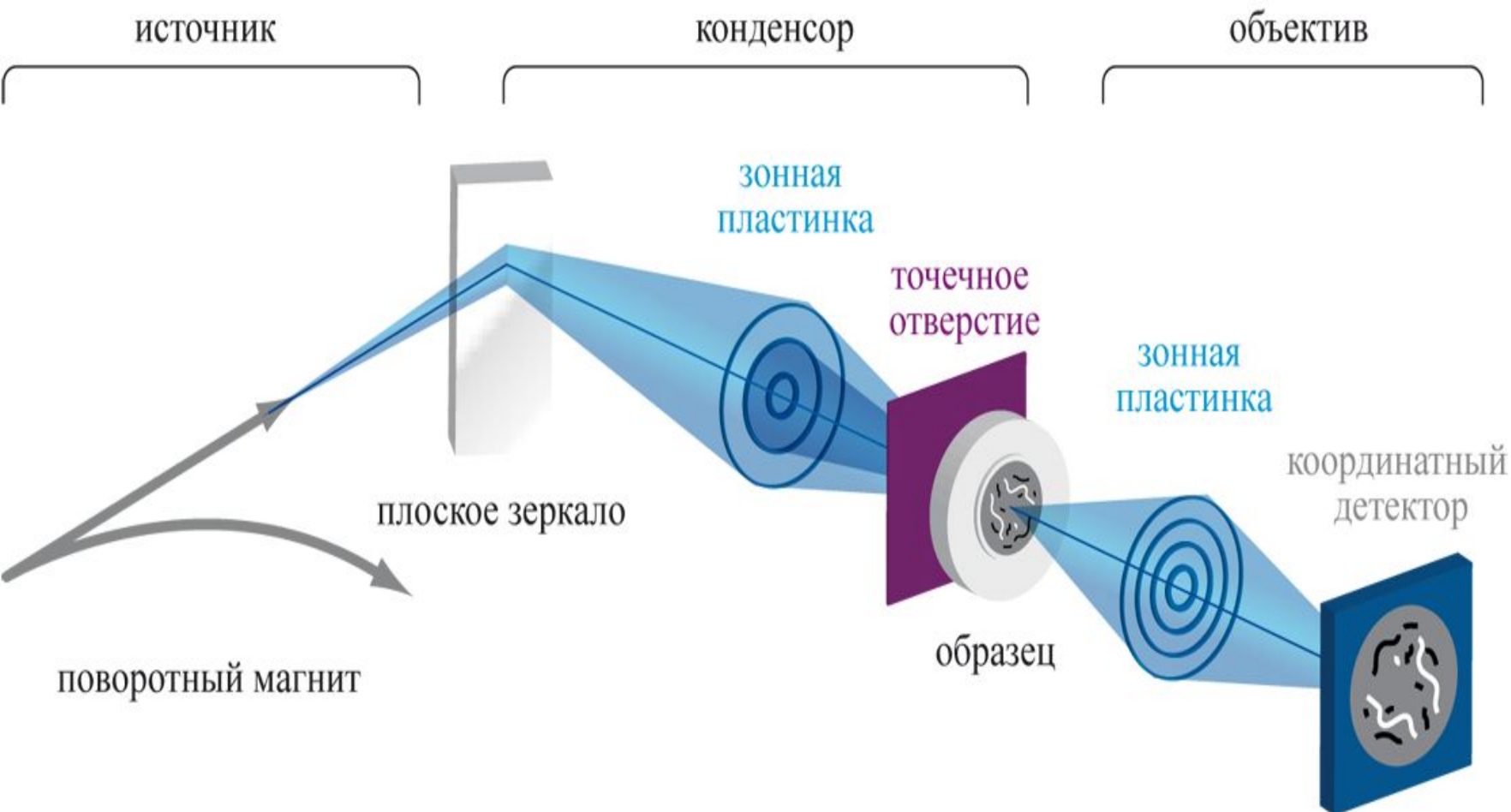
Зонная пластинка Френеля–Соре с успехом применяется в оптике с конца XIX, но пластинка, которой должен быть оснащен телескоп Кёклена имеет свои особенности: чередующиеся прозрачные и непрозрачные отверстия в ней имеют не кольцевую, а строго прямоугольную форму.

Орбитальный телескоп на основе 30-метровой зонной пластинки обладал бы достаточными возможностями для поиска планет «земного размера», находящихся на расстоянии 30 световых лет от нашей планеты. С его помощью можно было бы также исследовать спектр отражаемого планетами света для поиска признаков жизни на этих планетах — к примеру, атмосферного кислорода. В то же время развернуть на околоземной орбите 30-метровый лист фольги будет весьма непросто.



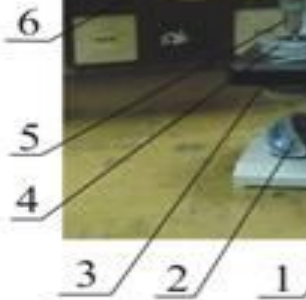
Главная сложность на пути создания орбитального телескопа-дифрактора носит сугубо технический характер. Зонная пластина должна располагаться на одном спутнике, а изображение будет формироваться на другом — в нескольких километрах от первого.

Принципиальная схема рентгеновского микроскопа, построенного на зонных пластинках Френеля

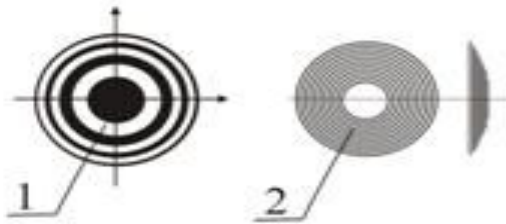




- 1 - винт перемещения тубуса микроскопа,
- 2 - зеркало,
- 3 - предметный столик,
- 4 - зонная пластинка (в оправке),
- 5 - объектив,
- 6 - окуляр

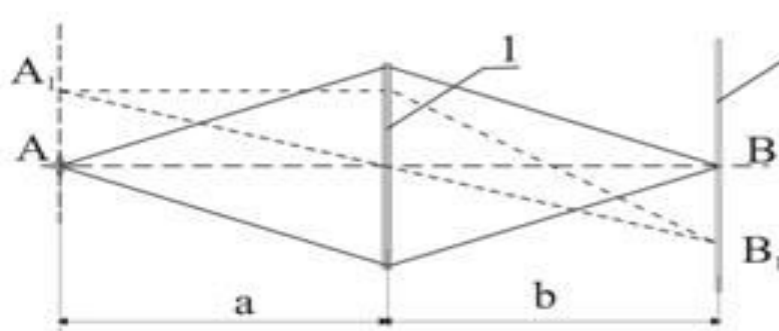


а)



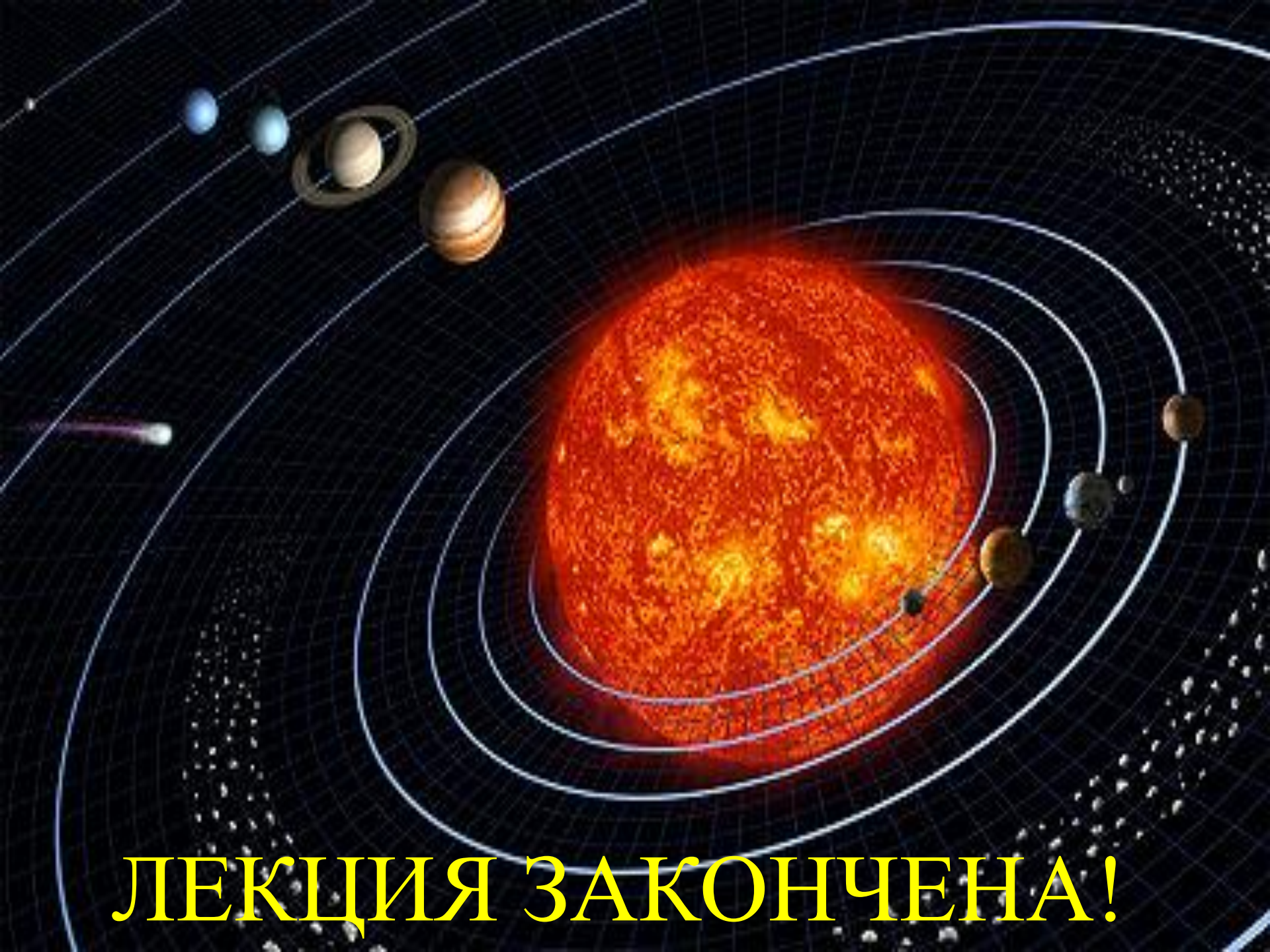
- Типы зонных пластинок
- 1 - амплитудная пластинка
 - 2 - фазовая (пластинка Вуда)

б)



- 1-зонная пластинка,
- 2 - экран,
- 3 - предмет - источник света,
- 4 - изображение предмета

в)




ЛЕКЦІЯ ЗАКОНЧЕНА!

<http://rutube.ru/tracks/3223274.html>

http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=HtVdgY3GZak#t=64s

http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=Te8uTReQa9U



<http://rutube.ru/tracks/3223274.html?v=d2e9b72ff871d89795bb7d918e50b9b4&&bmstart=980323>