

**«Логика.
Логические основы
компьютера»»**

Логика – наука, изучающая методы установления истинности или ложности одних высказываний на основе истинности или ложности других высказываний.

Основы логики как науки были заложены в IV в. до н. э. древнегреческим ученым Аристотелем. Правила вывода истинности высказываний, описанные Аристотелем (силлогизмы) оставались основным инструментом логики вплоть до второй половины XIX в., когда в трудах Дж. Буля, О. де Моргана и др. возникла математическая логика.

Математическая логика изучает только рассуждения со строго определенными объектами и суждениями, для которых возможно однозначно решить «истины» они, или «ложны». Большинство устройств ЭВМ состоит из компонентов с двумя устойчивыми состояниями и их удобно описывать на наборе логических функций принимающих значения $\{ 0; 1 \}$.

Основные понятия математической логики

- 1. Высказывание (суждение)** — это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается. По поводу любого высказывания можно сказать, истинно оно или ложно. Например: «Лед — твердое состояние воды» — истинное высказывание, $6 < 5$ — ложное высказывание.
- 2. Логические величины:** понятия, выражаемые словами: **ИСТИНА**, **ЛОЖЬ** (true, false). Следовательно, истинность высказываний выражается через логические величины.
- 3. Логическая константа:** ИСТИНА или ЛОЖЬ.
- 4. Логическая переменная:** символически обозначенная логическая величина. Если известно, что А, В, и пр. - переменные логические величины, то это значит, что они могут принимать значения только ИСТИНА или ЛОЖЬ.
- 5. Логическое выражение** — простое или сложное высказывание, сложное высказывание строится из простых с помощью логических операций (связок).
- 6. Логическая формула (логическое выражение)** — формула, содержащая лишь логические величины и знаки логических операций. Результатом вычисления логической формулы является ИСТИНА или ЛОЖЬ.

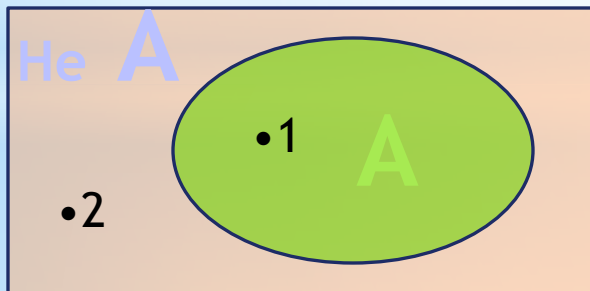
Логические операции. В математической логике определены пять основных логических операций: конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквивалентность.

Логические операции характеризуются таблицами истинности.

Инверсия (логическое отрицание).

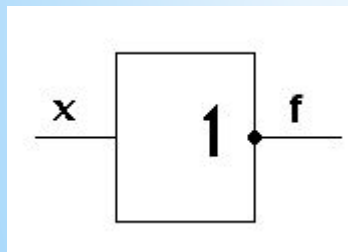
Соответствующие выражения языка: Не «х», неверно, что «х»

$$f(x) = \neg x$$

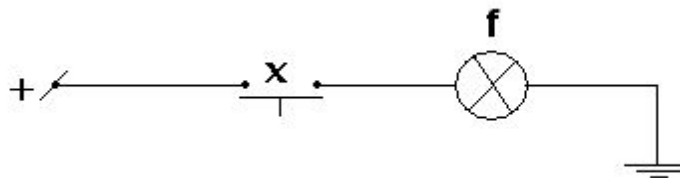


A	не А
ИСТИНА	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ИСТИНА

x	$\neg x$
1	0
0	1



В ЭВМ операция инверсии физически реализуется стандартным логическим элементом «не» - инверторо,

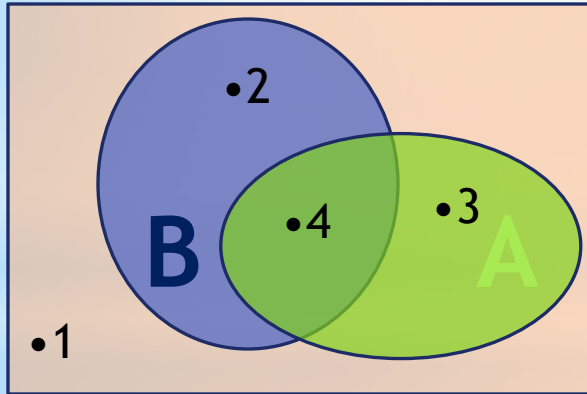


Дизъюнкция (логическое сложение).

Соответствующие выражения языка: X или Y, X или Y или оба

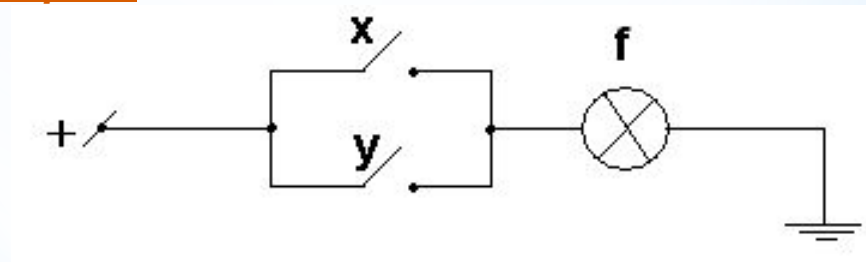
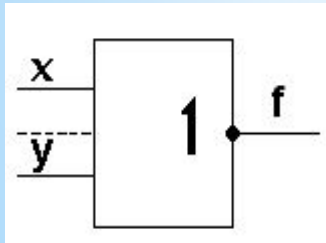
$$f(x, y) = x \vee y$$

«Или» - операция объединения



A	B	A или B	x	y	$x \vee y$
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	0	0	0
ЛОЖЬ	ИСТИН A	ИСТИН A	0	1	1
ИСТИН A	ЛОЖЬ	ИСТИН A	1	0	1
ИСТИН A	ИСТИН A	ИСТИН A	1	1	1

В ЭВМ операция дизъюнкции физически реализуется стандартным логическим элементом «или» - дизъюнктером.



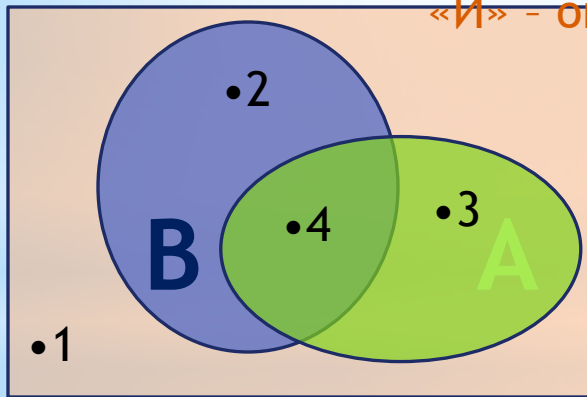
Конъюнкция (логическое умножение).

Соответствующие выражения языка: X и Y, X вместе с Y, X несмотря на Y,

X в то время, как Y, как X так и Y

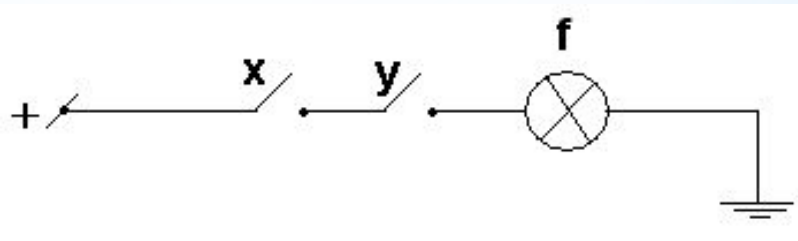
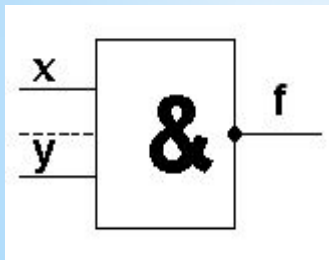
$$f(x, y) = x \wedge y$$

«И» - операция пересечения множеств



A	B	A и B	x	y	$x \wedge y$
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	0	0	0
ЛОЖЬ	ИСТИН А	ЛОЖЬ	0	1	0
ИСТИН А	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	1	0	0
ИСТИН А	ИСТИН А	ИСТИН А	1	1	1

В ЭВМ операция конъюнкции физически реализуется стандартным логическим элементом «И» - конъюнктером



Импликация (логическое следование).

Соответствующие выражения языка: X имплицирует Y, если X, то Y, X достаточно для Y, Y следует из X, Y необходимо для X, Y тогда, когда X.

$$f(x) = x \rightarrow y$$

Построим таблицу истинности, для импликации используя выражение - не может из «истины» следовать «ложь».

A	B	Из A следует B
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА
ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквивалентность (логическая равнозначность).

Соответствующие выражения языка: X эквивалентно Y, X необходимо и достаточно для Y, X тогда и только тогда, когда Y, X если и только Y, X такое же, как и Y.

$$f(x) = x \sim y$$

Построим таблицу истинности, подставляя в значения эквивалентности «Да», если A и B принимают одинаковые значения и «Нет» в случае различных A и B.

A	B	A эквивалентно B
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА
ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ
ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА

x	y	x ~ y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Законы
логики**

математической

Название закона	Формулировка
Переместительный закон	$A \vee B = B \vee A$
	$A \wedge B = B \wedge A$
Сочетательный закон	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Распределительный закон	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
Закон непротиворечия. Этот закон выражает тот факт, что высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.	$A \wedge \neg A = 0$
Закон исключения третьего. Этот закон означает, что либо высказывание, либо его отрицание должно быть истинным.	$A \vee \neg A = 1$
Закон двойного отрицания	$\neg(\neg A) = A$
Законы де Моргана	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
	$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

Законы математической логики

Выражение импликации через отрицание и логическое сложение

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

Свойства логических операций

$$A \vee 0 = A$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$0 \rightarrow A = 1$$

Математическая логика в базах данных. В реляционных БД логическими величинами являются поля логического типа.

Применительно к базам данных, определение логического выражения можно перефразировать так: *логическое выражение – это некоторое высказывание по поводу значений полей базы данных; это высказывание по отношению к разным записям может быть истинным или ложным.*

Математическая логика в электронных таблицах. Ветвления в ЭТ реализуются через *условную функцию*. Здесь «условие» – логическое выражение. Особенность логических выражений для электронных таблиц заключается в том, что логические операции используются как сначала записывается имя логической операции: И, ИЛИ, НЕ, а затем в круглых скобках перечисляются логические операнды.

Математическая логика **В**

программировании. В большинстве языков программирования имеется логический тип данных, реализованы основные логические операции.

Пример. Составить программу на Паскале, по которой выведется значение true, если точка с заданными координатами (x; y) лежит внутри заштрихованной области, и false - противном случае.

