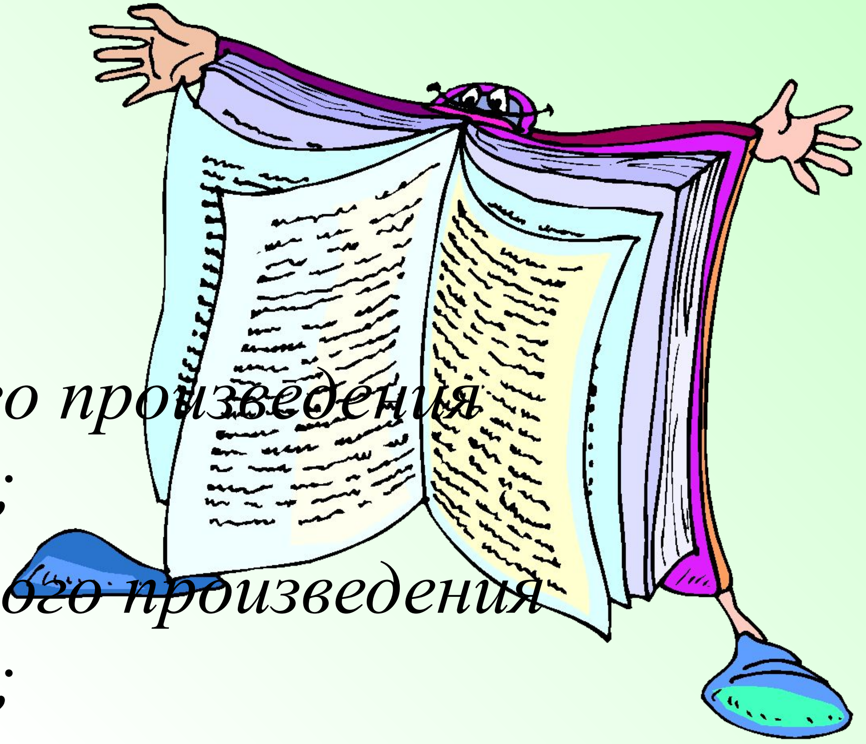
10 класс

Скалярное произведение векторов

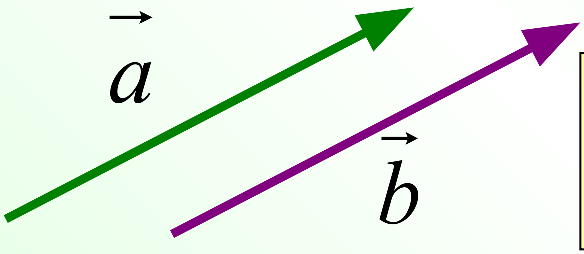
Цели урока:



- *ввести понятие скалярного произведения векторов в пространстве;*
- *изучить свойства скалярного произведения векторов в пространстве;*
- *учить находить скалярное произведение различными способами;*
- *учиться решать задачи на использования скалярного произведения векторов*

Повторение:

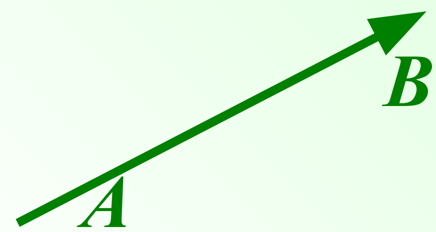
- ***Какие векторы называются равными?***



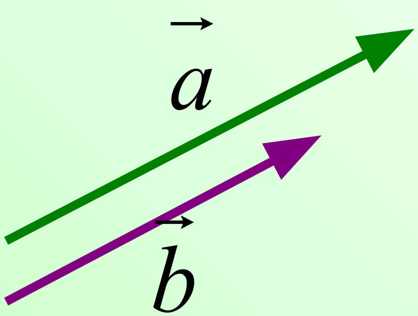
$$\vec{a} = \vec{b},\ если\quad |\vec{a}| = |\vec{b}|;\ \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

- ***Как найти длину вектора по координатам его начала и конца?***

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



- ***Какие векторы называются коллинеарными?***



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \quad \textbf{или} \quad \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

$$\vec{a} = \lambda \cdot \vec{b} \qquad \begin{cases} x_1 = \lambda \cdot x_2 \\ y_1 = \lambda \cdot y_2 \\ z_1 = \lambda \cdot z_2 \end{cases}$$

Повторение. *(Устно)*

Векторы в пространстве.

1) Дано: $A(-3;-2;4)$ $B(-4;3;2)$

Найти: $\left|\overrightarrow{AB}\right|$

$\sqrt{30}$

2) Дано: $A(2;-3;1)$ $B(4;-5;0)$ $C(5;0;-4)$ $D(7;-2;-3)$

Равны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ ***и*** $\overrightarrow{CD}$ **?**

Нет, т.к.равные векторы имеют равные координаты.

$\overrightarrow{AB}\{2;-2;-1\}$ $\overrightarrow{CD}\{2;-2;1\}$

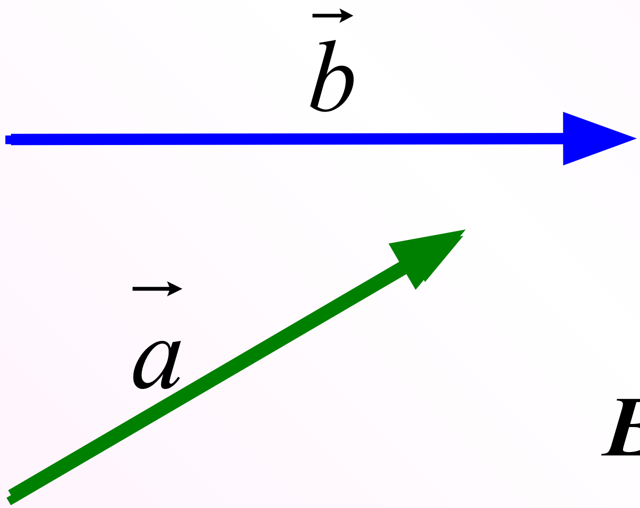
3) Дано: $A(1;-3;4)$ $B(5;1;-2)$ $C(2;0;1)$ $D(4;-2;2)$

? Коллинеарны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ ***и*** $\overrightarrow{CD}$ **?**

$\overrightarrow{AB}\{8;4;-6\}$ $\overrightarrow{CD}\{2;-2;1\}$

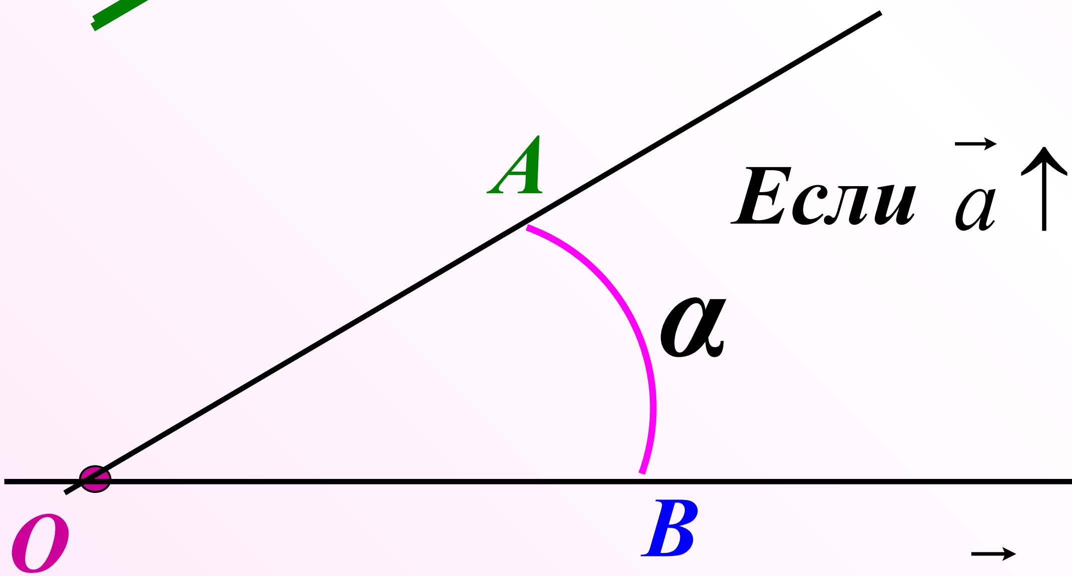
Нет

Угол между векторами.



$$\overrightarrow{OA}=\vec{a} \quad \overrightarrow{OB}=\vec{b}$$

$$\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=\alpha$$



Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$, ***то*** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=0^0$

Если $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$ ***то*** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=180^0$

Если $\vec{a}\perp\vec{b}$ ***то*** $\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=90^0$

Сопоставьте углы между векторами и их градусной мерой.

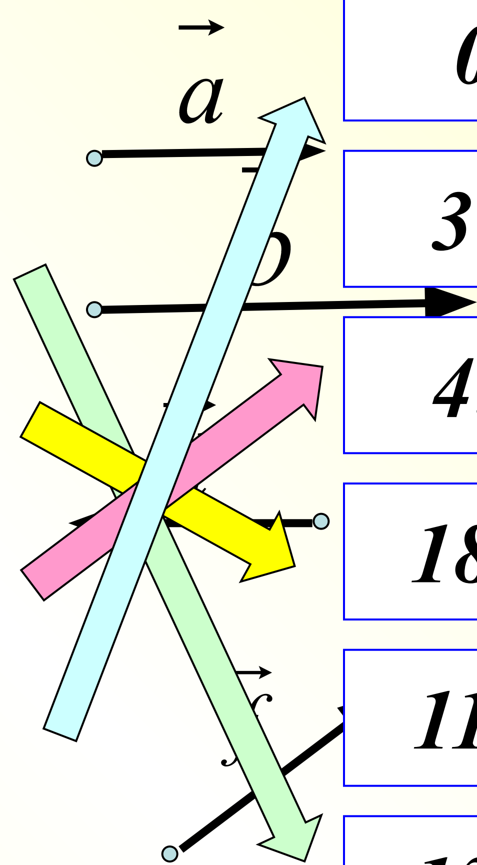
o 45^0

$\vec{c}$ и $\vec{f}$

$\vec{d}$ и $\vec{a}$

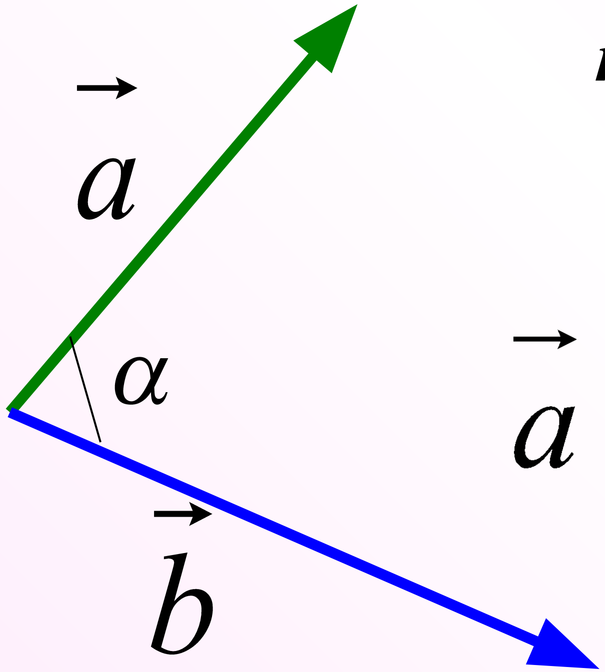
$\vec{a}$ и $\vec{f}$

$\vec{a}$ и $\vec{b}$



0^0
30^0
45^0
180^0
115^0
135^0

Скалярное произведение векторов.



Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$$

Скаляр – лат. scale – шкала.

Ввел в 1845 г.

У. ГАМИЛЬТОН,
английский математик.

Вспомним планиметрию…

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\alpha$$

Если $\vec{a}\perp\vec{b}$***, то*** $\cos 90^0=0 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

Если $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$***, то*** $\cos 180^0=-1 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$

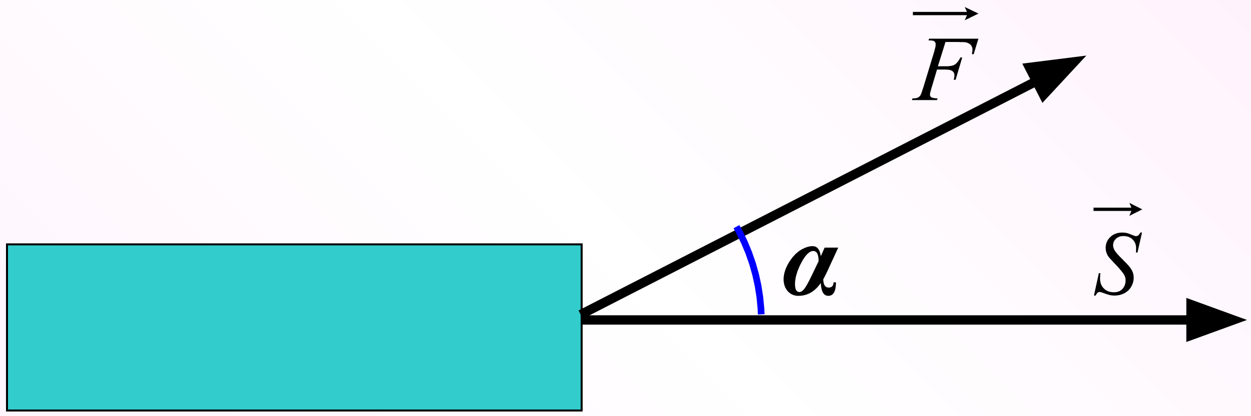
Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$***, то*** $\cos 0^0=1 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$

Если $\vec{a}=\vec{b}$***, то*** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{a}\right|^2=\vec{a}^{\,2}$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ **называется**

скалярным квадратом вектора

Пример применения скалярного произведение векторов в физике.



Если $\left(\widehat{\vec{F}\vec{S}}\right) = \alpha,$ ***то***

$$A = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{S}\right| \cdot \cos\alpha$$

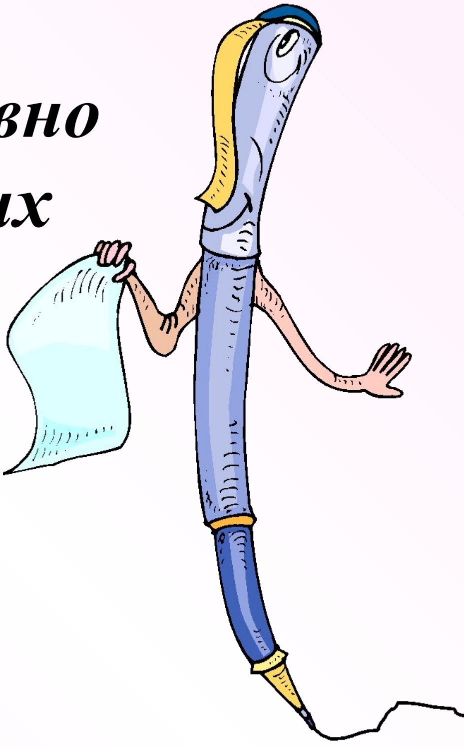
Скалярное произведение векторов.

Формула скалярного произведения векторов в пространстве.

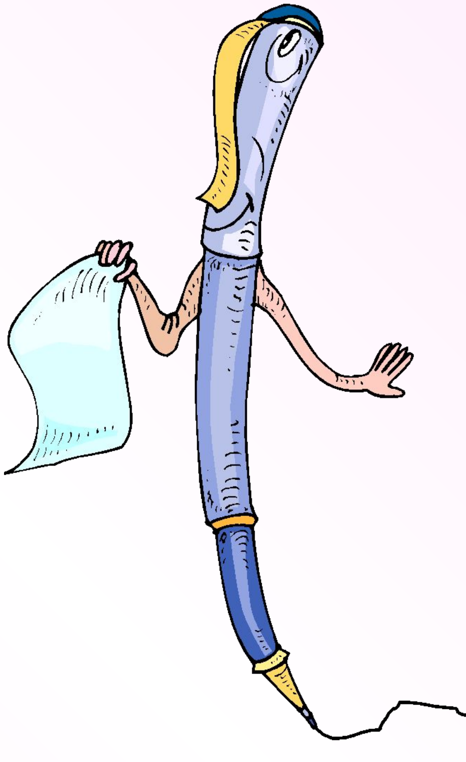
$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \qquad \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$$

Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.



$$\cos\alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



Д/з:

С. 134, № 25.9,

№ 25.14

С. 120, № 22.2