

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



stocps.nnn.ru

Якимчук Любовь Григорьевна
Преподаватель Технического
колледжа

"Случай играет в мире столь большую роль, что обыкновенно я стараюсь отвести ему как можно меньше места в уверенности, что и без моей помощи он позаботится о себе."

А. Дюма





Блез Паскаль (1623-1662)




Пьер Ферма (1601-1665),

- Вероятностные представления достаточно широко использовались уже древнегреческими философами Демокритом, Эпикуром, Лукрецием Каром и др., но считается, что теория вероятностей возникла в середине XVII столетия, причем ее появление связывают с именами Ферма, Паскаля и Гюйгенса.
- В работах этих ученых в зачаточном виде фигурировали понятия вероятности случайного события и математического ожидания случайной величины. Отправным пунктом исследований являлись задачи, связанные с азартными играми, особенно играми в кости, поскольку при их изучении можно ограничиваться простыми и понятными математическими моделями.



345 лет назад, в 1657 году, было опубликовано сочинение выдающегося голландского ученого **Христиана Гюйгенса** "О расчетах при игре в кости", которое является одним из первых исследований в области теории вероятностей.



Одной из задач, давших начало теории вероятностей, является знаменитый парадокс игры в кости, разрешенный еще в *"Книге об игре в кости"* Д. Кардано (1501-1576), которая вышла лишь в 1663г.

Пример: Двое играют в эту игру. Они бросают два кубика. Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?



- Событие А: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»
- Событие В: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков»

При бросании двух кубиков могут получиться следующие равновозможные результаты:

| I | II | I | II | I | II | I | II | I | II | I | II |
|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|
| 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 6 | 2 |
| 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 3 | 6 | 3 |
| 1 | 4 | 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 6 | 4 |
| 1 | 5 | 2 | 5 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 5 |
| 1 | 6 | 2 | 6 | 3 | 6 | 4 | 6 | 5 | 6 | 6 | 6 |

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

Случайностями не так уж редко управляют объективные закономерности.

Вот простейший опыт – подбрасывают монету.



Выпадение орла или решки, конечно, чисто случайное явление. Но при многократном подбрасывании обычной монеты можно заметить, что появление решки происходит примерно в половине случаев.

- В 18 веке французский естествоиспытатель Жорж Луи де Бюффон и в начале 20 века английский математик Карл Пирсон проводили эксперименты с монетой.



Карл Пирсон



Жорж де Бюффон

- Французский естествоиспытатель Ж.Л.Л.Бюффон (1707 – 1788) в 18 столетии 4040 раз подбрасывал монету – решка выпала 2048 раз.
- Математик К.Пирсон в начале двадцатого столетия подбрасывал ее 24 000 раз – решка выпала 12 012 раз.
- Лет 40 назад американские экспериментаторы повторили опыт. При 10 000 подбрасываний решка выпала 4 979 раз. Значит, результаты бросаний монеты, хотя каждое из них и является случайным событием, при неоднократном повторении подвластны объективному закону.



- Для решения задач, возникающих при изучении массы случайных явлений, потребовалось создание специальных методов, позволяющих глубже анализировать явления с учетом присущих им элементов случайности.
- Возникла и развилась "математика случайного" - наука, которую затем назвали теорией вероятности.



- **Теория вероятностей** – это раздел математики, в котором изучаются случайные явления и выявляются закономерности при массовом их повторении.

Теория вероятностей неразрывно связана с нашей повседневной жизнью. Этот раздел изучения великой математики подготовит нас к:

- ◆ выбору наилучшего из возможных вариантов;
- ◆ оценке степени риска;
- ◆ шансу на успех;
- ◆ и т.д.



Основные понятия

- **Испытание** – это всякое действие, явление, наблюдение с несколькими равновозможными исходами.

Например:

Выбор карты из колоды
Стрельба по мишеням



Основные понятия

- **Случайное событие** – такое, которое может произойти, а может и не произойти в данном испытании.

Например:

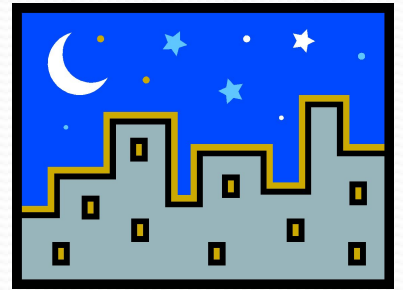
«Найти клад»



Основные понятия

- **Достоверное событие** – такое, которое обязательно произойдет в данном испытании.

Например:



«День сменяет ночь»



Основные понятия

- **Невозможное событие** – такое, которое никогда не произойдет в данном испытании.

Например:

«Человек рождается старым и становится с каждым днем моложе».



Основные понятия

- **Равновозможные события** – это такие, которые имеют одинаковые шансы произойти в данном испытании.

Например:

Выпадение любой из шести граней игрального кубика.



Основные понятия

- **Несовместимые события** – это такие ,
которые не могут одновременно произойти в
данном испытании.

Например:



«Выпадение герба» и «выпадение
решки» при одном
подбрасывании монеты.

Основные понятия

- **Совместимые события** – это такие, которые могут одновременно произойти в данном испытании.

Например:

«Выпадение 6 очков» и
«выпадение четного числа
очков» при одном
подбрасывании кубика.



В корзине лежало 3 красных и 3 жёлтых яблока.

Из сумки наугад вынимают яблоко.

Среди следующих событий укажите случайные, достоверные, невозможные события.



A: Вынуто красное яблоко

B: Вынуто жёлтое яблоко

C: Вынуто зелёное яблоко

D: Вынуто яблоко



СЛУЧАНЫЕ

**НЕВОЗМОЖНО
Е**

**ДОСТОВЕРНО
Е**



Три господина, придя в ресторан , сдали в гардероб свои шляпы.

Расходились они по домам последними, и притом в полной темноте,

поэтому разобрали свои шляпы наугад . Какие из следующих событий

случайные, невозможные, достоверные?

A: «каждый надел свою шляпу».

B: «все надели чужие шляпы».

C: « двое надели чужие шляпы , а один - свою».

D: « двое надели свои шляпы , а один - чужую».

ОТВЕТ: события A, B, C – случайные, событие D - невозможное



- **Полной системой событий** называется совокупность всех несовместимых событий, наступление хотя бы одного из них обязательно в данном испытании.

Например:



- При бросании игрального кубика выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5 и 6 образуют полную систему событий.

- Два несовместимых события называются **противоположными**, если они образуют полную систему событий.
- Обозначаются: A и \bar{A}

Например:

По мишени стреляют 2 раза.
Бросают игральный кубик.

A = ни одного попадания в мишень.
 C = выпадет четное число.

\bar{A} = хотя бы одно попадания в мишень.
 \bar{C} = выпадет нечетное число.



Сравните возможность наступления следующих событий, используя при этом выражения : « более вероятно», « менее вероятно » , «равновероятно»

| событие | Число ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ | Общее число ИСХОДОВ | Доля ВОЗМОЖНЫ Х ИСХОДОВ |
|----------------------------------|-------------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| <i>A: « выпало число 4»</i> | 1 | 6 | $\frac{1}{6}$ |
| <i>B: « выпало число 3»</i> | 1 | 6 | $\frac{1}{6}$ |
| <i>C: « выпало число 7»</i> | 0 | 6 | 0 |
| <i>D: выпало число кратное 3</i> | 2 | 6 | $\frac{1}{3}$ |
| <i>E: «выпало чётное число»</i> | 3 | 6 | $\frac{1}{2}$ |

События А и В

равновероятные
событие D более вероятно, чем

событие В



- **Вероятностью события** называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу несовместных равновозможных исходов.

Обозначим вероятность: $P(A)$, где A - это какое-то событие.

Тогда

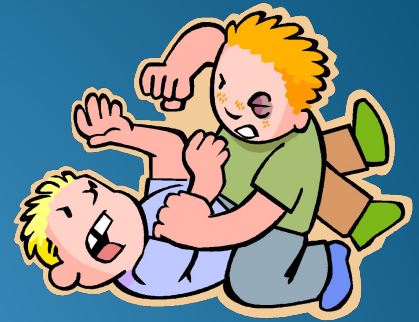
$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число благоприятных исходов, а n - число всех возможных исходов.

Свойства вероятности:

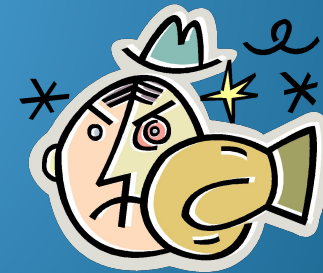
1. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее 1.
2. Вероятность достоверного события равна 1.
3. Вероятность невозможного события равна 0.

Задача 1



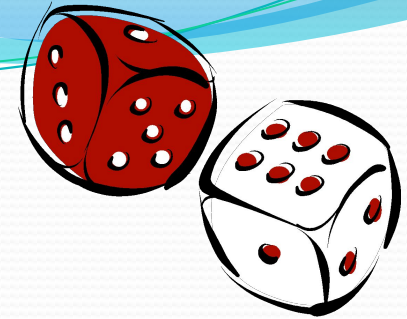
В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы. Какова вероятность того, что один из них попадётся директору на глаза?

Решение:



Вероятность: $P(A) = 5/1000 = 1/200$.

Задача 2.



- При игре в нарды бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадут одинаковые числа?

Решение

Составим следующую таблицу

Вероятность:
 $P(A) = 6/36 = 1/6.$



Задача 3.

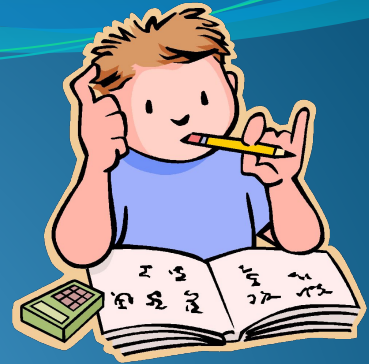
Из карточек составили слово «**СТАТИСТИКА**».

Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить?

Какие события равновероятные?



Решение



Всего 10 букв.

Буква «с» встречается 2 раза – $P(c) = 2/10 = 1/5$;

буква «т» встречается 3 раза – $P(t) = 3/10$;

буква «а» встречается 2 раза – $P(a) = 2/10 = 1/5$;

буква «и» встречается 2 раза – $P(i) = 2/10 = 1/5$;

буква «к» встречается 1 раз – $P(k) = 1/10$.

- Вероятнее всего вытащить карточку с буквой «т».

Вероятность одинакова у букв «с», «а», «и».

Задача 4.

Колоду из 36 карт перетасовали и вытянули из нее одну карту. Найдите вероятности событий:

A = вытянули красную масть;

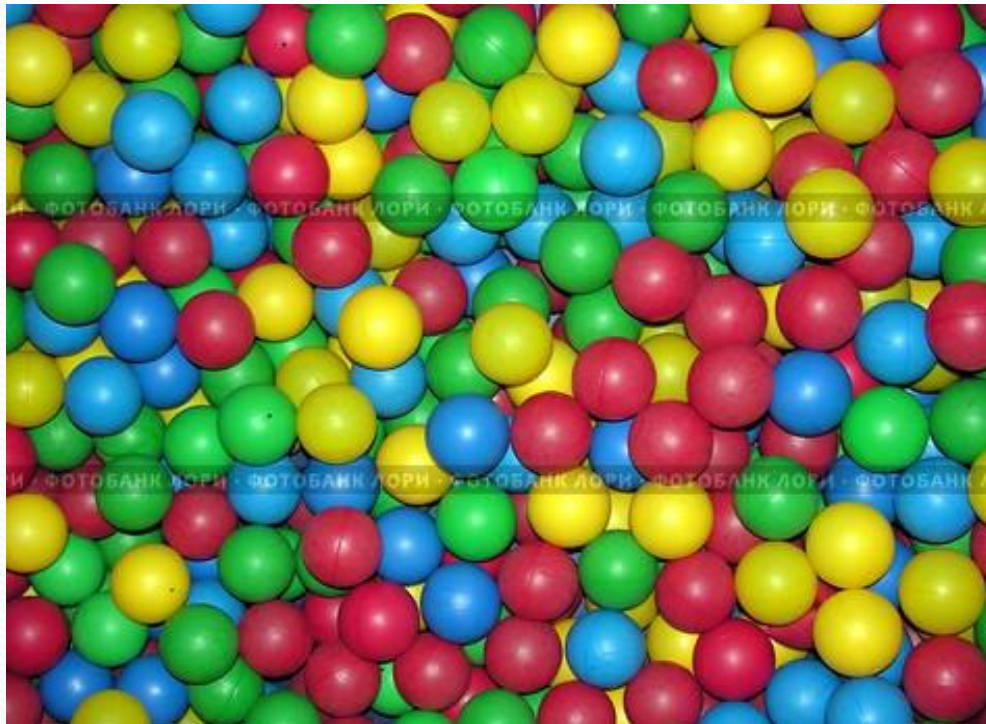
B = вытянули карту пик;

C = вытянули даму;

D = вытянули даму пик.



Задача 5
В урне 13 желтых, 7 красных, 4 зеленых и 5 голубых шаров. Наугад вынули один шар. Какова вероятность того, что шар окажется красным?



Задача 6
Абонент забыл последнюю цифру телефонного номера и набрал наудачу, помня только, что эта цифра нечетная. Найдите вероятность того, что номер набран правильно.

909-54-86-3?



Задача 7.

- В классе **10 мальчиков** и **20 девочек**. На класс дали один билет в цирк. Какова вероятность того, что в цирк пойдет девочка и вероятность того, что пойдет мальчик?

