# Занимательная математика

## АЛГЕБРА

## 8 КЛАСС.

**УРОК НА ТЕМУ: ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.**

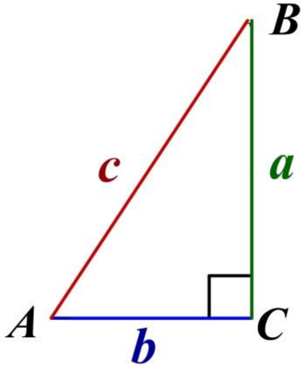
$$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-b}=c$$

# Иррациональные уравнения.

Ребята, не так давно мы с вами изучили новое множество чисел - иррациональные числа. Мы договорились называть любое число содержащее корень квадратный иррациональным. Так вот, уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня квадратного, тоже называются иррациональными уравнениями.

Такие уравнения, возникли не просто так из-за того, что математикам захотелось решать такие уравнения. Существует множество реальных ситуаций, в которых вычисление каких-то характеристик сводится к решению иррациональных уравнений.

Так, например, при вычислении длины гипотенузы прямоугольного треугольника, согласно теореме Пифагора, вполне может получиться иррациональное уравнение. Давайте научимся решать простейшие иррациональные уравнения.



# Иррациональные уравнения.

Рассмотрим уравнение

$$\sqrt{2x-4} = 4$$

согласно определению корню квадратного, выражение выше означает

$$2x - 4 = 16$$

Нам удалось перейти от иррационального уравнения, к обычному линейному уравнению, которое решается очень просто, корнем которого является число x=10.

Мы возвели обе части уравнения в квадрат и получили более простое уравнение, такой способ называется методом возведения в квадрат. Данный метод решения очень прост, но к сожалению иногда могут возникнуть некоторые проблемы при решении таких уравнений.

# Иррациональные уравнения.

Рассмотрим уравнение

$$\sqrt{2x+10} = \sqrt{x-5}$$

Возведем в квадрат обе части уравнения

$$2x + 10 = x - 5$$

$$x = -15$$

Но к сожалению, данное число не является решение исходного иррационального уравнения, давайте подставим -15 в исходное уравнение

$$\sqrt{-20} = \sqrt{-20}$$

Мы с вами умеем вычислять корни квадратные только из положительных чисел, в данном случае выражение не имеет смысл, но тогда какой же это корень уравнения? В таких случаях принято говорить, что получен посторонний корень. Рассмотренное иррациональное уравнение в таком случае не имеет корней.

В случае иррациональных уравнений, всегда проверяйте полученные корни!

# Иррациональные уравнения.

Решим еще одно иррациональное уравнение

$$\sqrt{2x^2+4x-23} = x+1$$

Воспользуемся методом возведения в квадрат

$$2x^2+4x-23 = (x+1)^2$$

$$2x^2+4x-23 = x^2+2x+1$$

$$x^2+2x-24=0$$

Воспользуемся теоремой Виета, получим корни данного уравнения x=4 и x=-6. Выполним проверку

$$\sqrt{2(4)^2+4\cdot 4-23} = 4+1, \text{т. е.} \sqrt{25} = 5 - \text{верно}$$

$$\sqrt{2(-6)^2+4\cdot(-6)-23} = -6+1, \text{т. е.} \sqrt{25} = -5 - \text{не верно.}$$

У нас получилось, что только один корень подходит. Таким образом, опять же убедились в том, что проверку корней необходимо проводить всегда!

# Иррациональные уравнения.

Таким образом, для решения иррационального уравнения методом возведения в квадрат, необходимо возвести обе части уравнения в квадрат, решить полученное рациональное уравнение, проверить корни подстановкой в исходное уравнение.

# Иррациональные уравнения.

**Пример 1.** Решить уравнение

$$\sqrt{7-3x} = x+7$$

**Решение.** Возведем обе части в квадрат

$$7-3x = x^2+14x+49$$

$$x^2+17x+42=0$$

$$(x+14)(x+3)=0$$

Получили два корня x=-14 и x=-3.
Давайте выполним проверку полученных корней.

$$\sqrt{7-3(-14)} = -14+7, \text{т. е.} \sqrt{49} = -7 - \text{не верно.}$$

$$\sqrt{7-3(-3)} = -3+7, \text{т. е.} \sqrt{16} = 4 - \text{верно.}$$

**Ответ:** x=-3.

# Иррациональные уравнения.

**Пример 2.** Решить уравнение

$$\sqrt{x+8}-\sqrt{7x+9}=-1$$

**Решение.** Преобразуем уравнение

$$\sqrt{x+8}=\sqrt{7x+9}-1$$

Возведем обе части уравнения в квадрат

$$x+8=7x+9-2\sqrt{7x+9}+1$$

$$6x+2=2\sqrt{7x+9}$$

Воспользуемся еще раз методом возведения в квадрат

$$(6x+2)^2=(2\sqrt{7x+9})^2$$

$$36x^2+24x+4=4(7x+9)$$

$$36x^2-4x-32=0$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4624}}{72}=\frac{4\pm 68}{72}=1;-\frac{8}{9}$$

# Иррациональные уравнения.

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4624}}{72} = \frac{4 \pm 68}{72} = 1; -\frac{8}{9}$$

Осталось выполнить проверку

$$\sqrt{1+8} - \sqrt{7+9} = \sqrt{9} - \sqrt{16} = -1 - \text{верно}$$

$$\sqrt{-\frac{8}{9} + 8} - \sqrt{7(-\frac{8}{9}) + 9} = \sqrt{\frac{64}{9}} - \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} = 1 \neq -1 - \text{не верно.}$$

**Ответ:** x=1.

# Иррациональные уравнения.

**Пример 3.** Решить уравнение

$$x - 4\sqrt{x} - 21 = 0$$

**Решение.** При решении данного уравнения воспользуемся методом введения новой переменой, представим , $t = \sqrt{x}$ исходное уравнение примет вид

$$t^2 - 4t - 21 = 0$$

$$(t - 7)(t + 3) = 0$$

Введя обратную замену

$$\sqrt{x} = 7 \text{ и } \sqrt{x} = -3$$

Из первого выражения x=49, а второе не имеет смысла.

**Ответ:** x=49.

# Иррациональные уравнения.

**Задачи для самостоятельного решения.**

**1.** Решить уравнение

$$\sqrt{3-x} = 3x + 5$$

**2.** Решить уравнение

$$\sqrt{x-13} - \sqrt{x+8} = -3$$

**3.** Решить уравнение

$$x + 2\sqrt{x} - 24 = 0$$