

Электротехника и электроника

1. Основные определения

Электротехника - это область науки и техники, изучающая электрические и магнитные явления и их использование в практических целях.

Электрическая цепь - это совокупность устройств, предназначенных для производства, передачи, преобразования и использования электрического тока.

Электрический ток, направление и величина которого неизменны, называют постоянным током и обозначают прописной буквой *I*.

Различают активные и пассивные цепи, участки и элементы цепей.

Активными называют электрические цепи, содержащие источники энергии.

Пассивными - электрические цепи, не содержащие источников энергии.

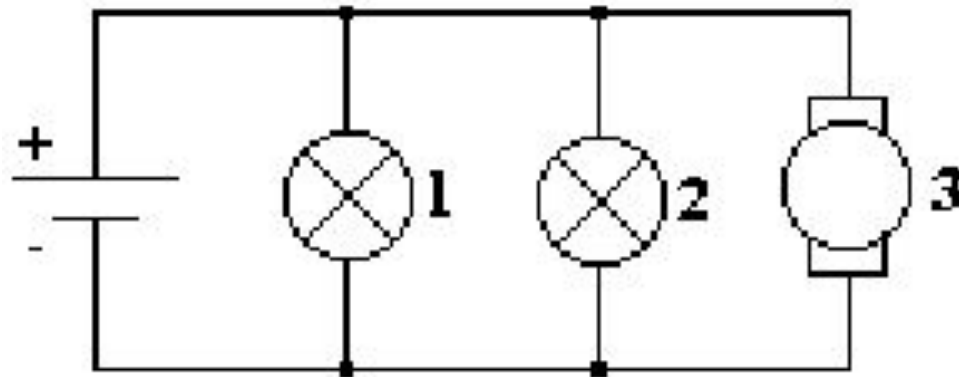
Электрическую цепь называют линейной, если ни один параметр цепи не зависит от величины или направления тока, или напряжения.

Электрическая цепь является нелинейной, если она содержит хотя бы один нелинейный элемент.

Параметры нелинейных элементов зависят от величины или направления тока, или напряжения.

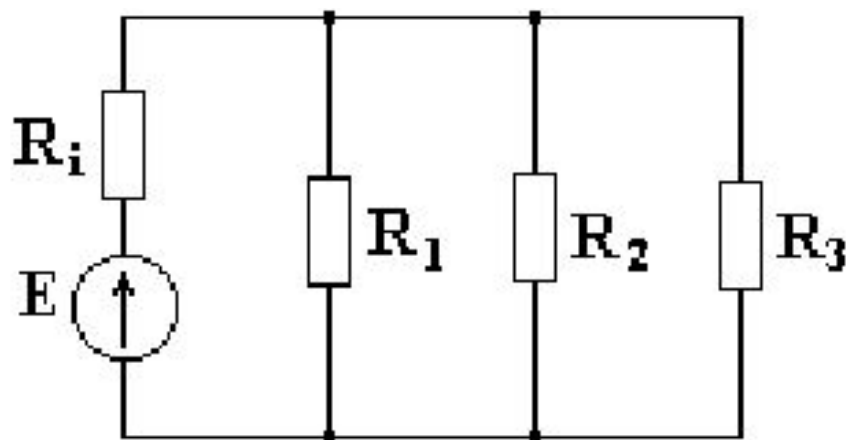
Электрическая схема - это графическое изображение электрической цепи, включающее в себя условные обозначения устройств и показывающее соединение этих устройств.

На рис. 1 изображена электрическая схема цепи, состоящей из источника энергии, электроламп 1 и 2, электродвигателя 3.



Для облегчения анализа электрическую цепь заменяют схемой замещения.

Схема замещения - это графическое изображение электрической цепи с помощью идеальных элементов, параметрами которых являются параметры замещаемых элементов.



Простейшими пассивными элементами схемы замещения являются сопротивление, индуктивность и емкость.

Сопротивление проводника определяется по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l - длина проводника;

S - сечение;

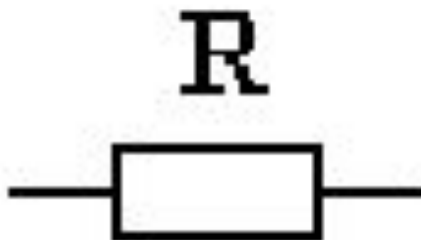
ρ - удельное сопротивление

Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью.

$$g = \frac{1}{R} .$$

Сопротивление измеряется в омах (Ом),
проводимость - в сименсах (См).

Сопротивление в схеме замещения изображается следующим образом:



Индуктивностью называется идеальный элемент схемы замещения, характеризующий способность цепи накапливать магнитное поле.

Индуктивность катушки измеряется в генри [Гн] и определяется по формуле

$$L = \frac{W \cdot \Phi}{i},$$

где W - число витков катушки;

Φ - магнитный поток катушки, возбуждаемый током i .

На рисунке показано изображение индуктивности в схеме замещения



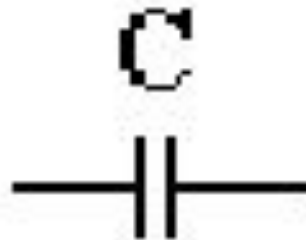
Емкостью называется идеальный элемент схемы замещения, характеризующий способность участка электрической цепи накапливать электрическое поле.

Емкость конденсатора измеряется в фарадах (Ф) и определяется по формуле:

$$C = \frac{q}{U_c},$$

где q - заряд на обкладках конденсатора;
 U_c - напряжение на конденсаторе

На рисунке показано изображение емкости в схеме замещения

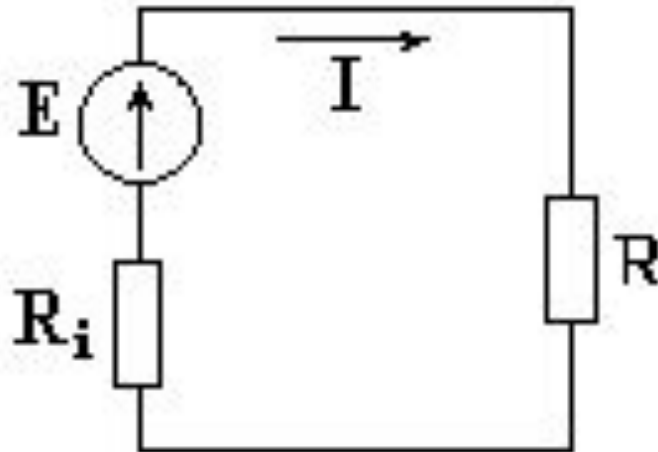


Любой источник энергии можно представить в виде источника ЭДС или источника тока.

Источник ЭДС - это источник, характеризующийся электродвижущей силой и внутренним сопротивлением.

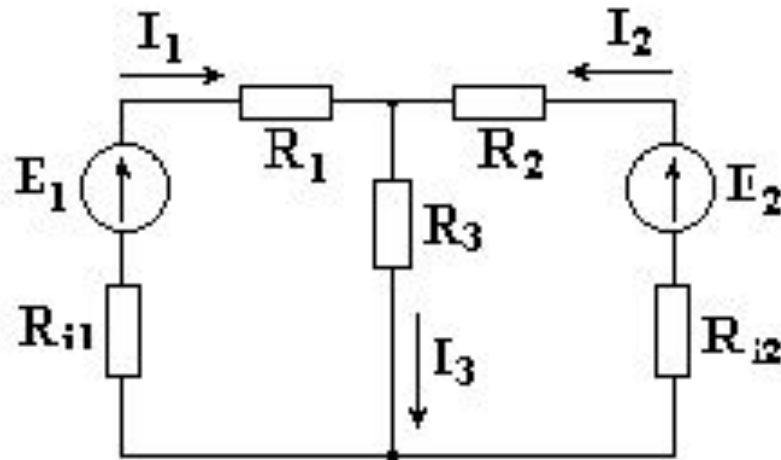
Источником тока называется источник энергии, характеризующийся величиной тока и внутренней проводимостью.

Различают разветвленные и неразветвленные схемы.
На рис. 2 изображена неразветвленная схема.



Разветвленная схема - это сложная комбинация соединений пассивных и активных элементов.

На рис. 3 показана разветвленная схема, содержащая два источника ЭДС и 5 сопротивлений. Сопротивления соединительных проводов принимают равными нулю.



Участок электрической цепи, по которому проходит один и тот же ток, называется ветвью.

Место соединения двух и более ветвей электрической цепи называется узлом.

Узел, в котором сходятся две ветви, называется устранимым.

Узел является неустрашимым, если в нем соединены три и большее число ветвей.

Узел в схеме обозначается точкой.

Последовательным называют такое соединение участков цепи, при котором через все участки проходит одинаковый ток.

При параллельном соединении все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, находятся под одним и тем же напряжением.

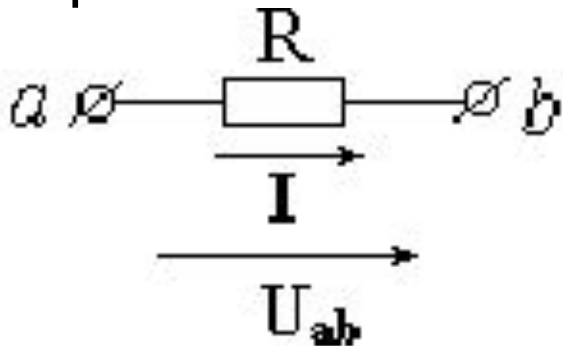
Любой замкнутый путь, включающий в себя несколько ветвей, называется контуром.

В зависимости от нагрузки различают следующие режимы работы:
номинальный,
режим холостого хода,
режим короткого замыкания,
согласованный режим.

2. Основные законы электрических цепей

Закон Ома.

На рис. 4 изображен участок цепи с сопротивлением R . Ток, протекающий через сопротивление R , пропорционален падению напряжения на сопротивлении и обратно пропорционален величине этого сопротивления.



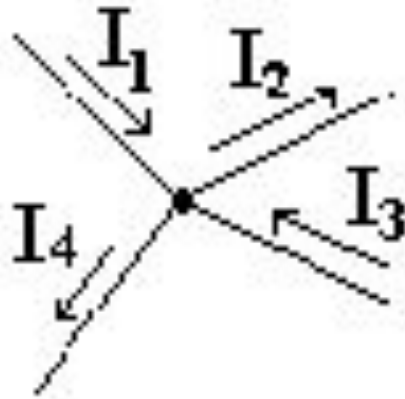
$$I = \frac{U_{ab}}{R}.$$

Падением напряжения на сопротивлении называется произведение тока, протекающего через сопротивление, на величину этого сопротивления.

Первый закон Кирхгофа.

В соответствии с первым законом Кирхгофа, алгебраическая сумма токов в любом узле цепи равна нулю:

$$\sum I = 0.$$



Возьмем схему и запишем для нее уравнение по первому закону Кирхгофа.

Токам, направленным к узлу, присвоим знак "минус", а токам, направленным от узла - знак "плюс".

Получим следующее уравнение:

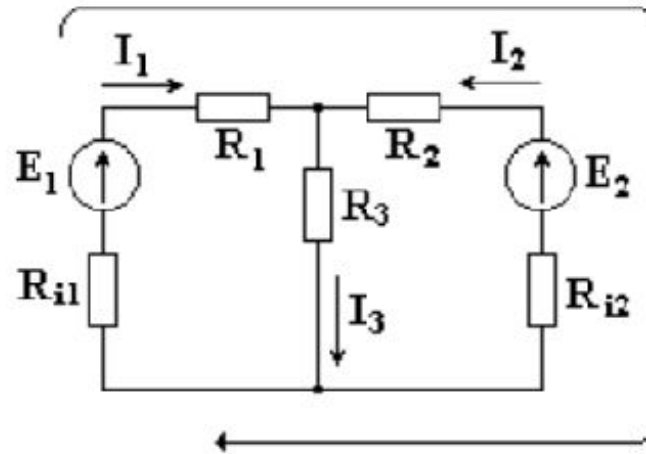
$$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

Второй закон Кирхгофа.

Алгебраическая сумма ЭДС вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре:

$$\sum E = \sum U$$

Возьмем схему и запишем для внешнего контура этой схемы уравнение по второму закону Кирхгофа.



Для этого выберем произвольно направление обхода контура, например, по часовой стрелке. ЭДС и падения напряжений записываются в левую и правую части уравнения со знаком "плюс", если направления их совпадают с направлением обхода контура, и со знаком "минус", если не совпадают.

При определении тока в ветви, содержащей источник ЭДС, используют закон Ома для активной ветви.

3. Линейные цепи синусоидального тока.

Переменным называется электрический ток, величина и направление которого изменяются во времени.

Значение переменного тока в рассматриваемый момент времени называют мгновенным значением и обозначают строчной буквой i .

Мгновенный ток называется периодическим, если значения его повторяются через одинаковые промежутки времени

$$i(t) = i(t + T)$$

Наименьший промежуток времени, через который значения переменного тока повторяются, называется периодом.

Период T измеряется в секундах. Периодические токи, изменяющиеся по синусоидальному закону, называются *синусоидальными*.

Мгновенное значение синусоидального тока определяется по формуле

$$i(t) = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i\right) = I_m \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_i) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$$

I_m - максимальное, или *амплитудное*, значение тока

Аргумент синусоидальной функции называют фазой

$$\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i$$

Величину φ , равную фазе в момент времени $t = 0$, называют начальной фазой. Фаза измеряется в радианах или градусах.

Величину, обратную периоду, называют частотой. Частота f измеряется в герцах.

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Гц)}.$$

Круговая, или угловая частота измеряется в рад/с и находится по формуле

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

Если у синусоидальных токов начальные фазы при одинаковых частотах одинаковы, говорят, что эти токи совпадают по фазе. Если неодинаковы по фазе, говорят, что токи сдвинуты по фазе.

Сдвиг фаз двух синусоидальных токов измеряется разностью начальных фаз

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

Действующим значением переменного тока называется среднеквадратичное значение тока за период.

Действующие значения тока, напряжения и ЭДС определяются по формулам

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Действующие значения переменного тока, напряжения, ЭДС меньше максимальных в $\sqrt{2}$ раз.

Законы Ома и Кирхгофа справедливы для мгновенных значений токов и напряжений.

Закон Ома для мгновенных значений:

$$i = \frac{u}{R}$$

Законы Кирхгофа для мгновенных значений:

$$\sum i = 0$$

$$\sum e = \sum u$$

Векторная диаграмма - это совокупность векторов, изображающих синусоидальные напряжения, токи и ЭДС одинаковой частоты.

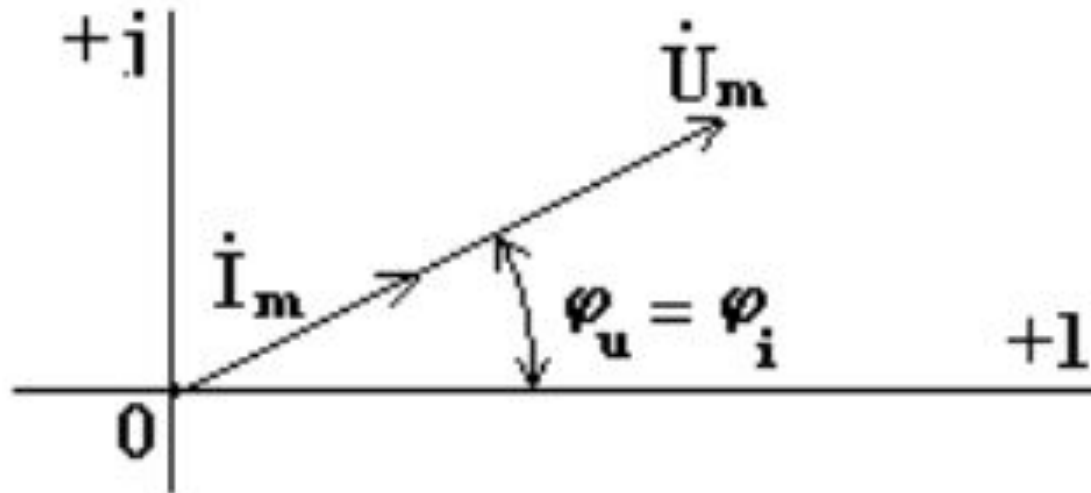
Положительным считается направление вращения векторов против часовой стрелки.

Векторные диаграммы используются для качественного анализа электрических цепей, а также при решении некоторых электротехнических задач.

Сопротивление в цепи синусоидального тока

Сопротивление участка цепи постоянному току называется омическим, а сопротивление того же участка переменному току - активным сопротивлением.

Напряжение на сопротивлении и ток, протекающий через него, совпадают по фазе.



Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

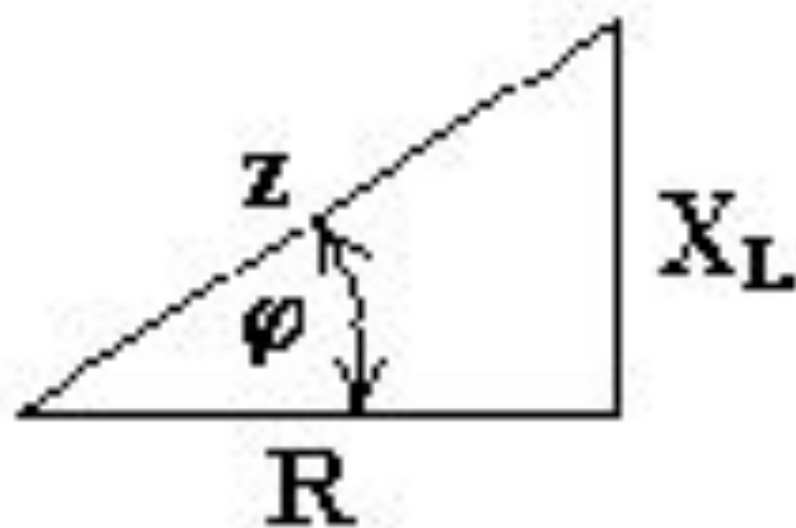
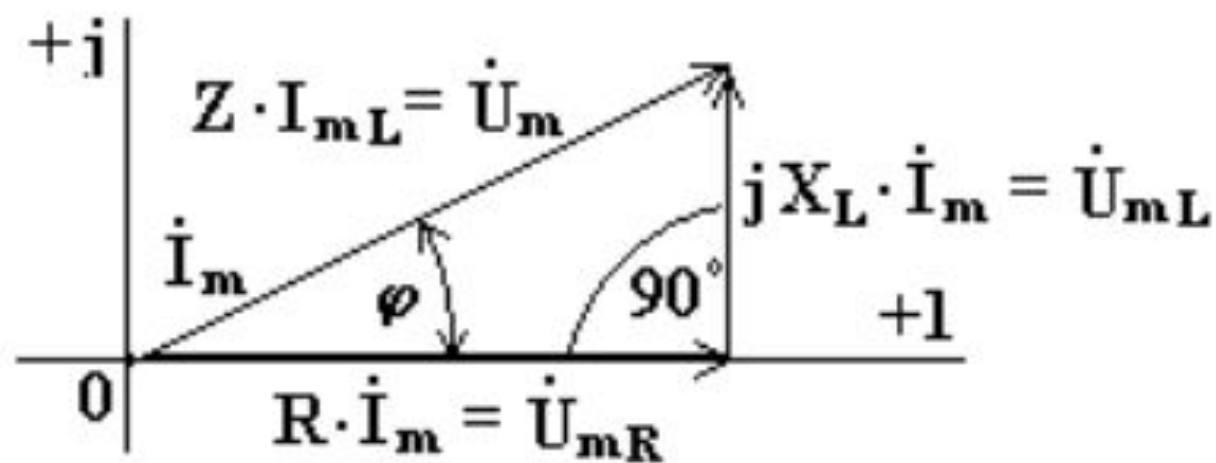
Ток в индуктивности отстает по фазе от напряжения на 90 градусов из-за явления самоиндукции

Полное сопротивление катушки индуктивности

$$Z_L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$X_L = \omega \cdot L$$

индуктивное сопротивление - величина, характеризующая реакцию электрической цепи на переменное магнитное поле.



Из треугольника сопротивлений получим несколько формул:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi$$

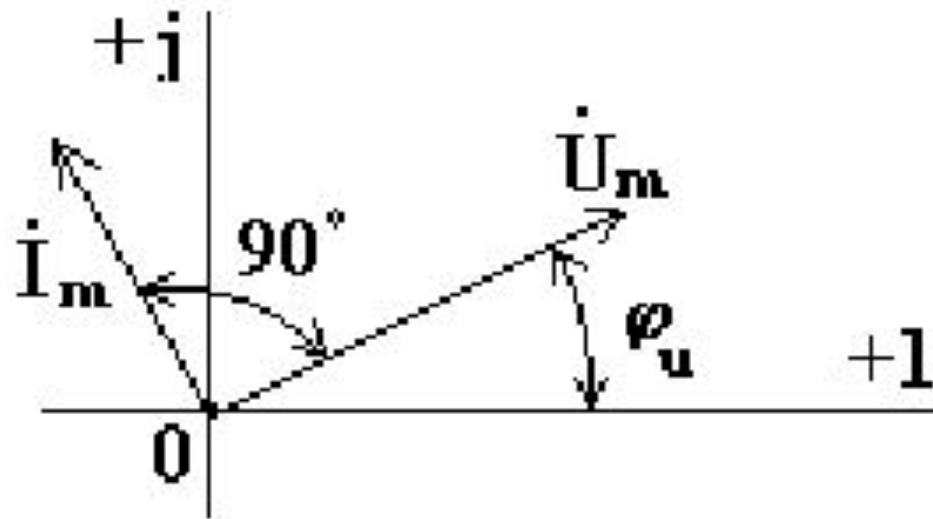
Емкость в цепи синусоидального тока

Ток опережает напряжение по фазе на 90 градусов

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

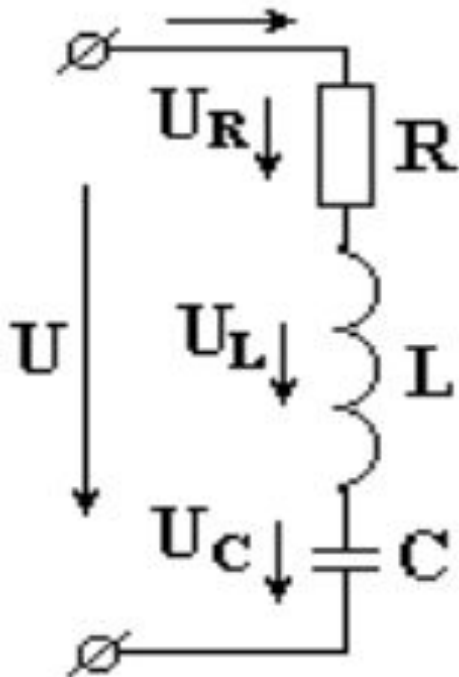
Емкостное сопротивление - расчетная величина, имеющая размерность сопротивления

Векторная диаграмма цепи с емкостью



Последовательно соединенные катушка индуктивности и конденсатор в цепи синусоидального тока

В схеме протекает синусоидальный ток



$$i = I_m \cdot \sin \omega t$$

Определим напряжение на входе схемы.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$u_R = i \cdot R, \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt}, \quad u_C = \frac{1}{c} \int i \cdot dt.$$

Подставим эти формулы в уравнение. Получим:

$$u_R = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{c} \int i \cdot dt = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t + \\ + L \cdot \omega \cdot I_m \cdot \cos \omega t - \frac{1}{\omega c} \cdot I_m \cdot \cos \omega t = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t + \\ + X_L \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + X_C \cdot I_m \cdot \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Видно, что напряжение в активном сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности опережает по фазе ток на 90 градусов, напряжение по емкости отстает по фазе от тока на 90 градусов.

$$Z = R + j(X_L - X_c)$$

комплексное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}$$

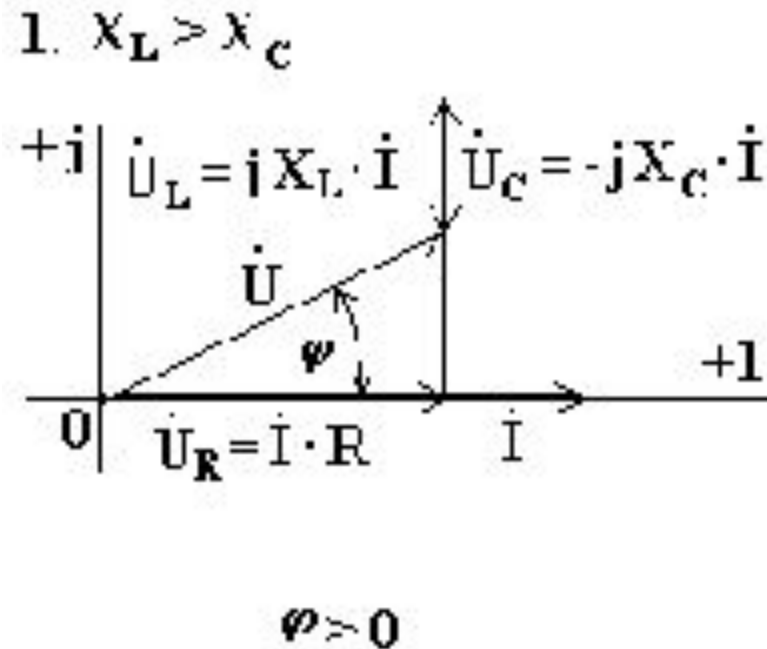
модуль комплексного сопротивления, или полное сопротивление цепи

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_c}{R}$$

начальная фаза комплексного сопротивления

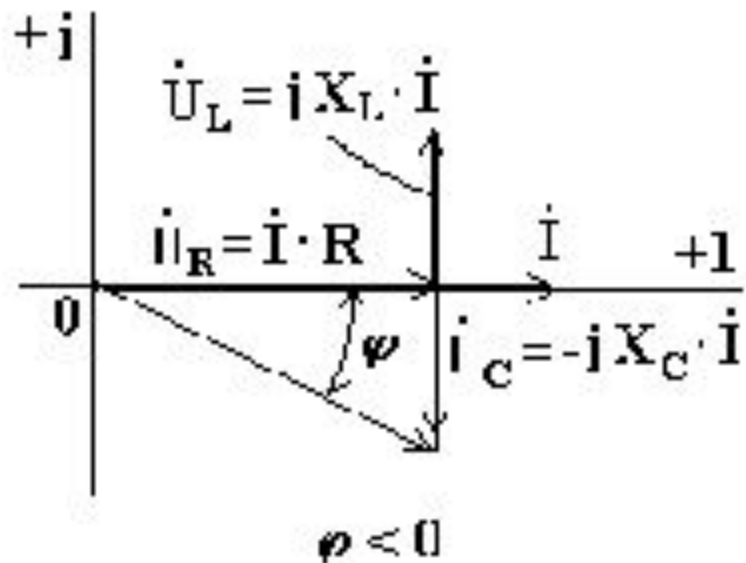
При построении векторных диаграмм цепи рассмотрим три случая.

1. $X_L > X_C$, цепь носит индуктивный характер. Векторы напряжений на индуктивности и емкости направлены в противоположные стороны, частично компенсируют друг друга. Вектор напряжения на входе схемы опережает вектор тока



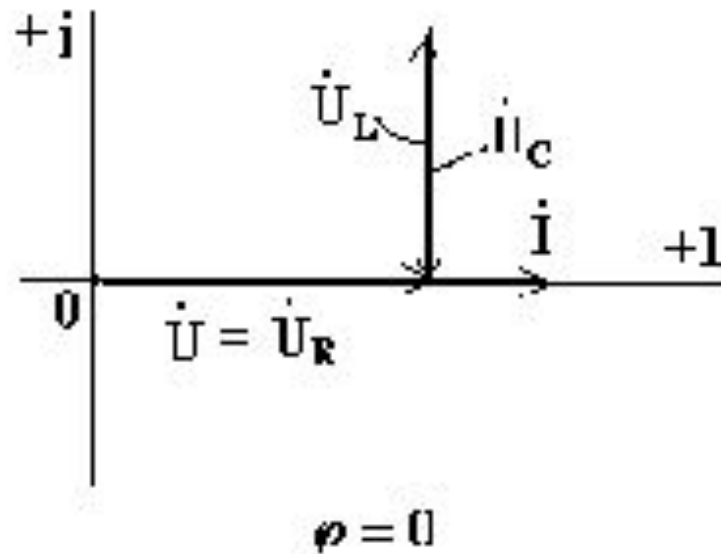
2. Индуктивное сопротивление меньше емкостного. Вектор напряжения на входе схемы отстает от вектора тока. Цепь носит емкостный характер

$$2. X_L < X_C$$



3. Индуктивное и емкостное сопротивления одинаковы. Напряжения на индуктивности и емкости полностью компенсируют друг друга. Ток в цепи совпадает по фазе с входным напряжением. В электрической цепи наступает режим резонансного напряжения

$$3. X_L = X_C$$



Ток в резонансном режиме достигает максимума, так как полное сопротивление (z) цепи имеет минимальное значение.

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}} = \frac{U}{R}$$

Условие возникновения резонанса:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

отсюда резонансная частота равна

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Из формулы следует, что режима резонанса можно добиться следующими способами:

1. изменением частоты;
2. изменением индуктивности;
3. изменением емкости.

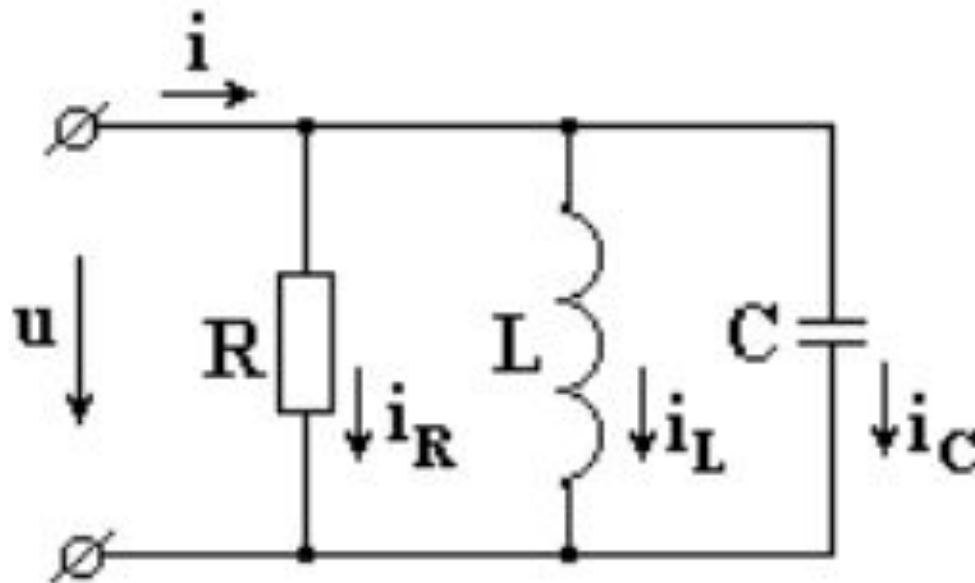
В резонансном режиме входное напряжение равно падению напряжения в активном сопротивлении. На индуктивности и емкости схемы могут возникнуть напряжения, во много раз превышающие напряжение на входе цепи. Это объясняется тем, что каждое напряжение равно произведению тока I_0 (а он наибольший), на соответствующее индуктивное или емкостное сопротивление (а они могут быть большими).

$$U = R \cdot I_0 \ll X_L \cdot I_0 = X_c \cdot I_0$$

Параллельно соединенные индуктивность, емкость и активное сопротивление в цепи синусоидального тока

К схеме на подключено синусоидальное напряжение

$$u = U_m \cdot \sin \omega t$$



Определим ток на входе схемы.

В соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$i = i_R + i_L + i_C$$

где $i_R = \frac{U}{R} = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t,$

$g = \frac{1}{R}$ активная проводимость

$$i_L = \frac{1}{L} \int u \cdot dt,$$

$$i_C = c \cdot \frac{du}{dt}.$$

Подставим эти формулы в уравнение. Получим:

$$i = g \cdot u + \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt + c \cdot \frac{du}{dt} = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t - \\ - \frac{1}{\omega \cdot L} \cdot U_m \cdot \cos \omega t + c \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos \omega t = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t + \\ + b_L \cdot U_m \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) + b_c \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ),$$

$$b_L = \frac{1}{\omega \cdot L} \quad \text{индуктивная проводимость}$$

$$b_c = \omega \cdot c \quad \text{емкостная проводимость}$$

Из уравнения видно, что ток в ветви с индуктивностью отстает по фазе от напряжения на 90° , ток в ветви с активным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением, ток в ветви с емкостью опережает по фазе напряжение на 90°

$$Y = g + j(b_c - b_L)$$

комплексная проводимость

$$y = \sqrt{g^2 + (b_c - b_L)^2}$$

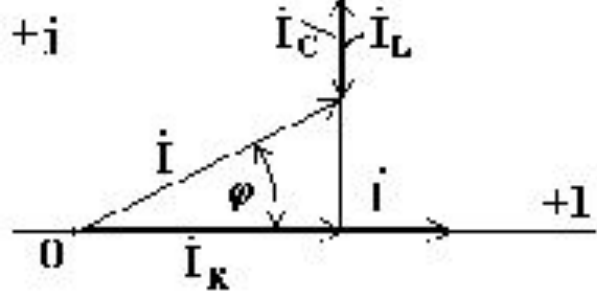
полная проводимость

$$\varphi = \arctg \frac{b_c - b_L}{g}$$

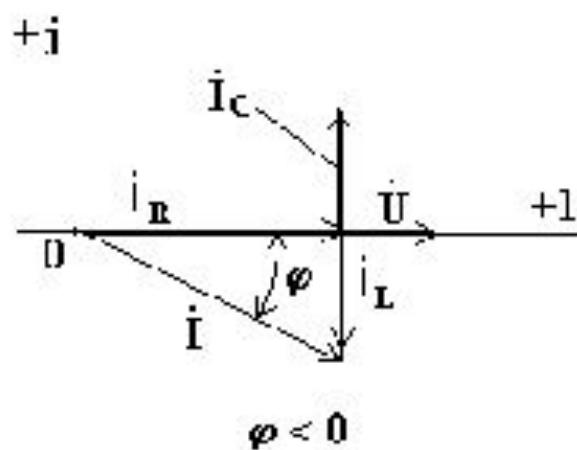
начальная фаза комплексной проводимости

Построим векторные диаграммы

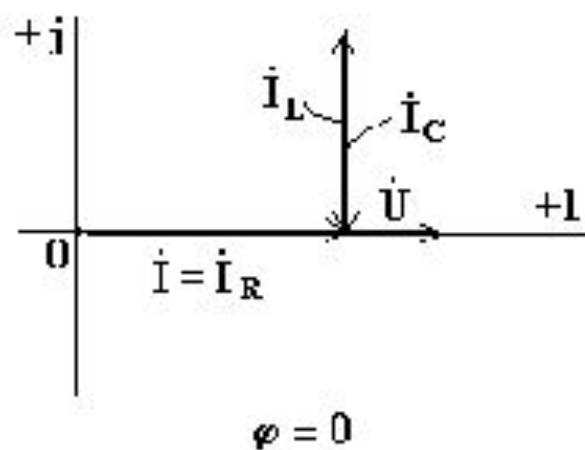
1. $b_L > b_C$



2. $b_L < b_C$



3. $b_L = b_C$



В электрической цепи может возникнуть режим резонанса токов. Резонанс токов возникает тогда, когда индуктивная и емкостная проводимости одинаковы. При этом индуктивный и емкостный токи, направленные в противоположные стороны, полностью компенсируют друг друга. Ток в неразветвленной части схемы совпадает по фазе с напряжением.

Из условия возникновения резонанса тока

$$\omega_0 \cdot C = \frac{1}{\omega_0 \cdot L}$$

получим формулу для резонансной частоты тока

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}$$

В режиме резонанса тока полная проводимость цепи минимальна

$$y = \sqrt{g^2 + (b_c - b_L)^2} = g$$

а полное сопротивление максимально

$$z = \frac{1}{y}$$

Ток в неразветвленной части схемы
в резонансном режиме имеет минимальное значение.

$$I = \frac{U}{Z}$$

В идеализированном случае

$$R = 0$$

$$y = b_c - b_L = 0$$

$$z = \frac{1}{y} = \infty$$

Ток в неразветвленной части цепи $I = 0$. Такая схема называется фильтр-пробкой.

Мощность в цепи синусоидального тока

Мгновенной мощностью называют произведение мгновенного напряжения на входе цепи на мгновенный ток

Среднее арифметическое значение мощности за период называют активной мощностью и обозначают буквой P .

Эта мощность измеряется в ваттах и характеризует необратимое преобразование электрической энергии в другой вид энергии, например, в тепловую, световую и механическую энергию.

$$P_{\text{ср}} = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \frac{R}{Z} = I^2 \cdot R = P \text{ (Вт)}$$

Возьмем реактивный элемент (индуктивность или емкость).

Активная мощность в этом элементе

$$P = U \cdot I \cdot \cos 90^\circ = 0$$

так как напряжение и ток в индуктивности или емкости различаются по фазе на 90 градусов.

В реактивных элементах отсутствуют необратимые потери электрической энергии, не происходит нагрева элементов.

Происходит обратимый процесс в виде обмена электрической энергией между источником и приемником.

Для качественной оценки интенсивности обмена энергией вводится понятие реактивной мощности Q .

Преобразуем выражение (6.23)

$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I (\cos 2\omega t \cdot \cos \varphi - \sin 2\omega t \cdot \sin \varphi) = \\ = U \cdot I \cdot \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) + U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t = p_1 + p_2,$$

$$p_1 = U \cdot I \cdot \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t)$$

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ В АКТИВНОМ
СОПРОТИВЛЕНИИ

$$p_2 = U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t$$

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ В РЕАКТИВНОМ ЭЛЕМЕНТЕ (В
ИНДУКТИВНОСТИ ИЛИ В ЕМКОСТИ)

Максимальное или амплитудное значение мощности p_2 называется реактивной мощностью

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \frac{x}{z} I^2 \cdot x \text{ (ВАр)}$$

$$\sin \varphi = \frac{x}{z}$$

где x - реактивное сопротивление (индуктивное или емкостное).

Реактивная мощность, измеряемая в вольтамперах реактивных, расходуется на создание магнитного поля в индуктивности или электрического поля в емкости. Энергия, накопленная в емкости или в индуктивности, периодически возвращается источнику питания.

Амплитудное значение суммарной мощности $p = p_1 + p_2$ называется полной мощностью.

Полная мощность, измеряемая в вольтамперах, равна произведению действующих значений напряжения и тока:

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot z \quad (\text{ВА})$$

$$U = I \cdot z$$

где z - полное сопротивление цепи.

Полная мощность характеризует предельные возможности источника энергии. В электрической цепи можно использовать часть полной мощности

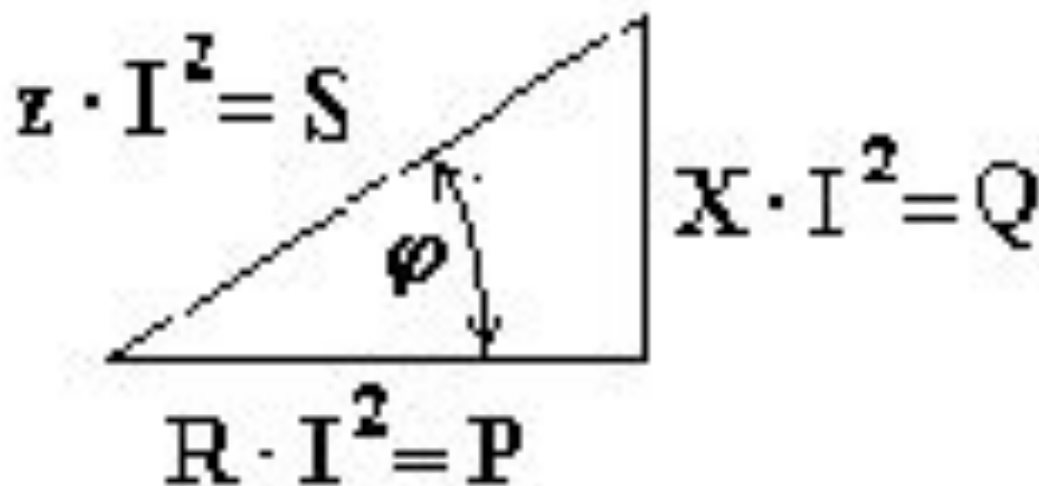
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{S}$$

коэффициент мощности или "косинус "фи".

Коэффициент мощности является одной из важнейших характеристик электротехнических устройств. Принимают специальные меры к увеличению коэффициента мощности.

Возьмем треугольник сопротивлений и умножим его стороны на квадрат тока в цепи. Получим подобный треугольник мощностей



Из треугольника мощностей получим ряд формул:

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Активная мощность всегда положительна.

Реактивная мощность в цепи, имеющей индуктивный характер, - положительна, а в цепи с емкостным характером - отрицательна