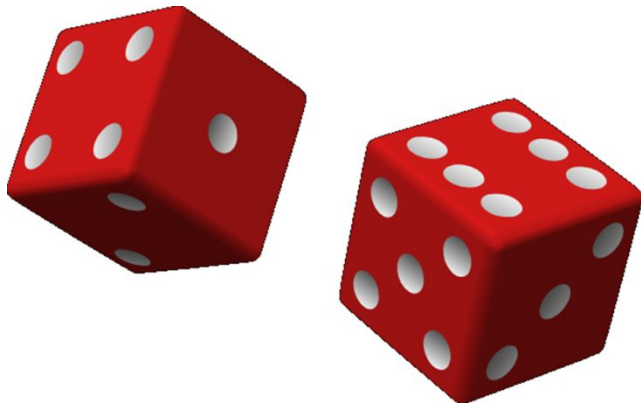


Решение заданий ЕГЭ



Элементы комбинаторики,
статистики и теории
вероятностей

Айшаев Мухадин Муратович

Айшаев Мухадин Муратович
учитель математики

МКОУ «Средняя общеобразовательная школа с.п.
Кара-Суу» и преподаватель «Лицея для одаренных
детей» г.Нальчик Айшаев Кязим Мухадинович

«Решение заданий ЕГЭ по теме «Элементы
комбинаторики,
статистики и теории
вероятностей»

Введение

- ▣ Задания открытого банка заданий ЕГЭ. В презентацию включен необходимый теоретический материал и образцы решений заданий (практика), а также задачи для самостоятельного решения (домашнее задание) и ответы к ним. Может быть полезна учащимся для самостоятельной подготовки к ЕГЭ.

Для успешного решения задач этого типа необходимо:

- Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

Повторить материал по темам:

- Элементы комбинаторики
- Поочередный и одновременный выбор
- Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
- Элементы статистики
- Табличное и графическое представление данных
- Числовые характеристики рядов данных
- Элементы теории вероятностей
- Вероятности событий
- Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Классическое определение вероятности

- Вероятностью P наступления случайного события A называется отношение m к n , где n – это число всех возможных исходов эксперимента, а m – это число всех благоприятных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

- Формула представляет собой так называемое классическое определение вероятности по Лапласу, пришедшее из области азартных игр, где теория вероятностей применялась для определения перспективы выигрыша.

Формула классической теории вероятностей

Вероятность события = $\frac{\text{Число благоприятных исходов}}{\text{Число всех равновозможных исходов}}$

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Вероятность события - это десятичная дробь, а не целое число!

Перестановки

▣ *Перестановкой* множества из n элементов называется расположение элементов в определенном порядке.

Число перестановок можно вычислить по формуле $P_n = n!$



Размещения

- ▣ *Размещениями* множества из n различных элементов по m ($m \leq n$) элементов называются комбинации, которые составлены из данных n элементов по m элементов и отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания

- Сочетаниями из n различных элементов по k элементов называются комбинации, которые составлены из данных n элементов по k элементов и отличаются хотя бы одним элементом (иначе говоря, k -элементные подмножества данного множества из n элементов).

$$C_n^k = \frac{n!}{k! * (n - k)!}$$

Задача 1: В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить: 2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

▶ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$$\frac{5}{36} = 0,13888\dots \text{ Округлим до сотых.}$$

Ответ: 0, 14.

Задача 3: Игральный кубик подбрасывают дважды. Определите вероятность того, что при двух бросках выпадет разное количество очков. Результат округлите до сотых.

□ Решение: Всего возможных комбинаций: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:

1-й кубик 2-й кубик

1 очко 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.

2 очка 1, 3, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.

3 очка 1, 2, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.

4 очка 1, 2, 3, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.

5 очков 1, 2, 3, 4 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.

6 очков 1, 2, 3, 4 или 5 очков. Благоприятных исходов 5.

Хотя проще было бы посчитать число неблагоприятных для нас исходов. Когда выпадет одинаковое число очков 1 и 1, 2 и 2, 3 и 3, 4 и 4, 5 и 5, 6 и 6. Таких исходов 6. Всего исходов 36. Тогда благоприятных исходов $36 - 6 = 30$. Итак, всего благоприятных исходов 30. Найдем отношение $30/36 = 0,83333\dots$

Для самостоятельного решения



- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых. (*ответ: 0,11*)
- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых. (*ответ: 0,14*)
- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых. (*ответ: 0,17*)
- В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых. (*ответ: 0,01*)
- В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых. (*ответ: 0,07*)



Задача 4: Вова точно помнит, что в формуле азотной кислоты подряд идут буквы H, N, O и что есть один нижний индекс – то ли двойка, то ли тройка. Сколько имеется вариантов, в которых индекс стоит не на втором месте?

□ *Решение:* По условию индекс может стоять либо на первом, либо на втором месте:



□ $2 + 2 = 4$

□ *Ответ:* 4

Задача 5: Сколько разных типов гамет может дать гибрид, гетерозиготный по 3 независимым признакам?

- ▣ *a, b, c* – признаки
- ▣ 1 случай – гамета не обладает ни одним из этих признаков – только 1 тип
- ▣ 2 случай – одним из этих признаков: *a; b; c* – 3 типа
- ▣ 3 случай - двумя из трех признаков: *ab, ac, bc* – 3 типа
- ▣ 4 случай – всеми тремя признаками: *abc* – 1 тип
- ▣ $1+3+3+1=8$ типов гамет
- ▣ *Ответ: 8*

Задача 6: Перечислить все трехзначные числа, в записи которых встречаются только цифры 1 и 2.

■ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

Задача 7: Три друга – Антон (А), Борис (Б) и Виктор (В) – приобрели два билета на футбольный матч. Сколько различных вариантов посещения футбольного матча для троих друзей?

■ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

Задача 8: Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека – Антонов (А), Григорьев (Г), Сергеев (С) и Федоров (Ф), тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?

■ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} \approx 0,13888\dots$ Округлим до сотых.



Задача 9: Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из 5 языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского, на любой другой из этих 5 языков?

▶ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.
Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$$\frac{5}{36} = 0,13888\dots \text{ Округлим до сотых.}$$

Ответ: 0, 14.

Задача 10: Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько у друзей есть вариантов занять эти два места на стадионе?

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

Задача 11: Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, при условии, что цифра в числе не может повторяться?

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$$\frac{5}{36} = 0,13888\dots \text{ Округлим до сотых.}$$

Ответ: 0, 14.

Задача 13: В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

- ▶ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.
Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.
- ▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.
- $\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.
- Ответ: 0, 14.

Для самостоятельного

решения

1. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Финляндии. $(0,2)$
2. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 7 спортсменов из Хорватии и 5 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Македонии. $(0,16)$
3. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Великобритании, 19 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии. $(0,18)$
4. В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 12 из Аргентины, 9 из Бразилии, остальные — из Парагвая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Парагвая. $(0,475)$
5. В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 20 из Японии, 28 из Китая, остальные — из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи. $(0,25)$.

■ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.
Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$$\frac{5}{36} = 0,13888\dots \text{ Округлим до сотых.}$$

Ответ: 0, 14.

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.

Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$\frac{5}{36} = 0,13888\dots$ Округлим до сотых.

Ответ: 0, 14.

Задача 16: В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу 7 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

▣ **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: $6 * 6 = 36$.
Из них благоприятные исходы можно перечислить:
 $2+6; 6+2; 3+5; 5+3; 4+4$.

▶ Таким образом, всего благоприятных исходов 5.
Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.

$$\frac{5}{36} = 0,13888\dots \text{ Округлим до сотых.}$$

Ответ: 0, 14.

Для самостоятельного решения

- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых. (Ответ: 0,96)
- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 170 качественных сумок приходится шесть сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых. (Ответ: 0,96)
- В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. (0,995)
- В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. (0,992)
- Люба включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по шести каналам из сорока восьми показывают документальные фильмы. Найдите вероятность того, что Люба попадет на канал, где документальные фильмы не идут. (0,875)
- В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси. (0,4)

Произведение вероятностей

- ▣ Произведением событий A и B называется событие AB , которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события: A и B одновременно.
- ▣ **Теорема об умножении вероятностей.**
Вероятность произведения независимых событий A и B вычисляется по формуле:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Сложение вероятностей

- ▣ **Суммой событий** A и B называется событие $A + B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: A или B .
- ▣ **Теорема о сложении вероятностей.** Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Список использованной литературы

- А.Л. Семенов, И.В. Ященко «Самое полное издание типовых вариантов заданий ЕГЭ 2015. Математика»;
- <http://mathege.ru/> - открытый банк заданий по математике.