

# РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

С применением теоремы Виета

Г.Серпухов, школа№7

1)  $x^2+6x+8=0$

$x=-2; x=-4$

2)  $x^2-10x+9=0$

$x=9; x=1$

3)  $x^2-8x+7=0$

$x=7; x=1$

4)  $x^2-x-2=0$

$x=2; x=-1$



Франсуа Виет

5)  $x^2-3x+2=0$

$x=2; x=1$

6)  $x^2+x-2=0$

$x=-2; x=1$

7)  $x^2+14x+48=0$

$x=-6; x=-8$

8)  $x^2-2x+1=0$

$x=1$

9) Разложите на множители: а)  $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

б)  $x^2+14x+48=(x+6)(x+8)$

## ТЕСТ

1в.

1.  $x^2 + 2x - 8 = 0$

2.  $x^2 + 3x + 2 = 0$

3.  $x^2 + 6x - 7 = 0$

4.  $x^2 + 2x - 3 = 0$

2в.

1.  $x^2 - x - 2 = 0$

2.  $x^2 - 4x + 3 = 0$

3.  $x^2 + 2x - 24 = 0$

4.  $x^2 - 3x + 2 = 0$

5. Разложите многочлены на множители

а)  $x^2 - 32x + 31$

а)  $x^2 - 14x + 48$

б)  $x^3 - 3x^2 + 2x$

б)  $x^3 - 8x^2 + 7x$

6\*.

Решите уравнение

$$|x^2 + 5x - 3| = 3;$$

1в.

7. Сократите дробь:

2в.

$$\frac{x^2 - 10x + 9}{2x - 18} ;$$

$$\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 4x} .$$

8. Найти второй корень уравнения и значение  $a$ , если один корень равен 2

$$x^2 + ax - 12 = 0$$

8. Найти второй корень уравнения и значение  $q$ , если один корень равен -3

$$x^2 - 7x + q = 0$$

9\*. Не решая уравнения  $2x^2 + 2x - 3 = 0$ , найдите:

а)  $x_1 + x_2$ ;

б)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .

а)  $x_1 \cdot x_2$ ;

б)  $x_2^2 + x_1^2$ .

# ОТВЕТЫ

1В.

1. 2,4;

2. -2,-1;

3. 7,1;

4. -3,1;

5. а)  $(x-31)(x-1)$

б)  $x(x-2)(x-1)$

6. -6,-5,0,1.

7. 
$$\frac{(x-9)(x-1)}{2(x-9)} = \frac{x-1}{2}$$

8.  $x_2 = -6, a = 4;$

9\*. а) -1      б)  $\frac{2}{3}$

2В.

1. 2,-1;

2. 3,1;

3. -6,4;

4. 2,1;

5.а)  $(x-6)(x-8)$

б)  $x(x-7)(x-1)$

6. -6,-5,0,1.

7. 
$$\frac{(x+2)(x+4)}{x(x+4)} = \frac{x+2}{x}$$

8.  $x_2 = 10, q = -30.$

9\*. а) -1,5      б) 1,5

# Решение квадратных и дробных рациональных уравнений.

1в.

$$1) X^2=4; \quad 2) X^2-9=0;$$

$$3) 0,5X^2=0; \quad 4) X^2-5=0;$$

$$5) X^2+4=0; \quad 6) (x-2)(x+3)=0;$$

$$7) X^2+3x=0;$$

$$8) x^2-5x+6=0;$$

$$9) (X^2+4)(X^2-5)=0;$$

$$10) X^3-5x^2+6x=0;$$

$$11) (X^2-5)(x^2-4x+3)=0;$$

$$12) X^2(x^2-5x+6)=9(x^2-5x+6);$$

$$13) \frac{x+3}{(x-2)(x+3)} = 0;$$

$$14) \frac{(x+3)(x-2)}{x-2} = 0;$$

$$15) \frac{x^2+3x}{x^2-9} = 0;$$

$$16) \frac{x^2-5x+6}{x^2-4x+3} = 0;$$

$$17) \frac{(x^2-5)(x^2-4x+3)}{(x+\sqrt{5})(x-1)} = 0$$

# ОТВЕТЫ

1в.

1) 2; -2;

2) 3; -3;

3)  $\sqrt{5}$ ;  $-\sqrt{5}$ ;

4) 0;

5) нет корней

6) 2; -3;

7) 0; -3;

8) 2; 3;

9)  $\sqrt{5}$ ;  $-\sqrt{5}$ ;

10) 0; 2; 3;

11)  $\sqrt{5}$ ;  $-\sqrt{5}$ ; 1; 3

12) -3; 2; 3;

13) нет корней

14) -3;

15) 0;

16) 2;

17)  $\sqrt{5}$ ; 3

Самостоятельная работа

1в.

1)  $x^2=4$ , 2)  $x^2-9=0$ , 3)  $x^2-5=0$ ,

4)  $0,5x^2=0$ , 5)  $x^2+4=0$ ,

6)  $(x-2)(x+3)=0$ , 7)  $x^2+3x=0$ ,

8)  $x^2-5x+6=0$ ,

9)  $(x^2+4)(x^2-5)=0$ ,

10)  $x^3-5x^2+6x=0$ ,

11)  $(x^2-5)(x^2-4x+3)=0$

12)  $x^2(x^2-5x+6)=9(x^2-5x+6)$ ,

13)  $\frac{x+3}{(x-2)(x+3)} = 0$ ,

14)  $\frac{(x+3)(x-2)}{x-2} = 0$ ,

15)  $\frac{x^2+3x}{x^2-9} = 0$ ,

16)  $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4x+3} = 0$ ,

17)  $\frac{(x^2-5)(x^2-4x+3)}{(x+\sqrt{5})(x-1)} = 0$ .

2в.

1)  $x^2=9$ , 2)  $x^2-25=0$ , 3)  $x^2-3=0$ ,

4)  $-0,2x^2=0$ , 5)  $x^2+9=0$ ,

6)  $(x+5)(x-3)=0$ , 7)  $x^2+5x=0$ ,

8)  $x^2-8x+7=0$ ,

9)  $(x^2+9)(x^2-3)=0$ ,

10)  $x^3-8x^2+7x=0$ ,

11)  $(x^2-3)(x^2-3x+2)=0$ ,

12)  $x^2(x^2-8x+7)=25(x^2-8x+7)$ ,

13)  $\frac{x+5}{(x-3)(x+5)} = 0$

14)  $\frac{(x+5)(x-3)}{x+5} = 0$

15)  $\frac{x^2+5x}{x^2-25} = 0$ ,

16)  $\frac{x^2-8x+7}{x^2-3x+2} = 0$

17)  $\frac{(x^2-3)(x^2-3x+2)}{(x-\sqrt{3})(x-2)} = 0$ .



# ЗАДАЧИ НА ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ВЬЕТА

Найти второй корень уравнения и значение  $a$ , если один корень равен 2:

$$x^2 + ax - 12 = 0$$

Решение.

По теореме Виета  $x_1 \cdot x_2 = -12$

т.к.  $x_1 = 2$ , то  $2 \cdot x_2 = -12$ ;

$$x_2 = -6.$$

$$x_1 + x_2 = -a,$$

$$2 - 6 = -a,$$

$$-4 = -a,$$

$$a = 4$$

Ответ:  $x_2 = -6$ ,  $a = 4$ .

Один из корней уравнения  $2x^2+10x+q=0$  на 3 меньше другого. Найдите корни уравнения и свободный член  $q$ .

*Решение.*

$$x^2+5x+0,5q=0$$

$x_1 - 1$  корень

$x_2 = x_1 + 3$  - 2 корень

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = -5,$$

$$x_1 + x_1 + 3 = -5,$$

$$2x_1 = -8,$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = -4 + 3 = -1$$

$$x^1 = -4, \quad x^2 = -4 + 3 = -1$$

$$2x^1 = -8,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 0,5q$$

$$-4 \cdot (-1) = 0,5q$$

$$4 = 0,5q$$

$$q = 4 : 0,5$$

$$q = 8$$

Ответ:  $x_1 = -4, x_2 = -1, q = 8$ .

## ◎ Обучающая самостоятельная работа

Решив каждое задание, выберите букву,  
соответствующую вашему ответу.

1. Решить уравнение

$$\frac{(x+1)^2}{12} - \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{2x-1}{4};$$

Ответ : (а) 0; -2;

(б) 3; -4; (в) 0;  $1\frac{1}{3}$ ;

2. При каких значениях  $b$  уравнение

$bx^2 - x + b = 0$  имеет один корень?

Ответ : (и) 0;  $\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{1}{2}$ ; (к) 0;  $\frac{1}{4}$ ; (л) 0;  $\frac{1}{4}$ ;  $-\frac{1}{4}$ .

3. Решите уравнение

$$|x^2 + 5x - 3| = 3$$

Ответ : (з) -1; 0; 5; 6;

(д) -5; -1; 0; 6; (е) -6; -5; 0; 1.

4. Разложите квадратный

трёхчлен  $5x^2 + 7x - 24$

на множители

Ответ : (с)  $(x-1,6)(x-3)$ ;

(т)  $(5x-8)(x+3)$ ;

(у)  $(5x+8)(x-3)$ .

### Решение №1

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{12} - \frac{x^2 - 2x + 1}{3} - \frac{2x - 1}{4} = 0;$$

$$x^2 + 2x + 1 - 4x^2 + 8x - 4 - 6x + 3 = 0;$$

$$-3x^2 + 4x = 0;$$

$$-x(3x - 4) = 0;$$

$$x = 0 \text{ или } x = 1\frac{1}{3}.$$

Ответ:  $0; 1\frac{1}{3}$ . (B)

### Решение №3

$$|x^2 + 5x - 3| = 3;$$

$$x^2 + 5x - 3 = 3 \text{ или } x^2 + 5x - 3 = -3,$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0; \quad x^2 + 5x = 0;$$

$$x_1 = -6, x_2 = 1; \quad x(x + 5) = 0$$

$$x_3 = 0, x_4 = -5$$

Ответ:  $-6, -5, 0, 1$ . (e)

### Решение №2.

$$bx^2 - x + b = 0$$

1) если  $b = 0$ , то  $-x = 0$ ;

$$x = 0;$$

2) если  $b \neq 0$ , то  $D = 1 - 4b^2$

$$D = 0, 1 - 4b^2 = 0;$$

$$4b^2 = 1;$$

$$b^2 = \frac{1}{4}$$

$$b = \frac{1}{2} \text{ или } b = -\frac{1}{2}$$

Ответ: при  $b = -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$ . (u)

### Решение №4

$$5x^2 + 7x - 24;$$

$$D = 49 - 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 529, \sqrt{D} = 23;$$

$$x_1 = \frac{-7 + 23}{10} = 1,6, \quad x_2 = \frac{-7 - 23}{10} = -3;$$

$$5x^2 + 7x - 24 = 5(x - 1,6)(x + 3) = \\ = (5x - 8)(x + 3).$$

Ответ:  $(5x - 8)(x + 3)$ . (m)