Мультимедийные лекции по физике

Механика

Основная литература: учебники

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Т.1. Механика. Молекулярная физика.– М.: Наука, 2005.– 496 с.

2. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. школа, 2003. – 542 с.: ил.

3. Детлаф Ф.Ф., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. пособ. для втузов. – М.: Наука, 2003. – 608 с.

Раздел 1.
Классическая и релятивистская механика

Темы лекций

1. Кинематика поступательного и вращательного движений.
2. Динамика поступательного движения.
3. Динамика вращательного движения.
4. Работа, энергия.
5. Законы сохранения.
6. Специальная теория относительности.

Тема 1. Классическая механика

План лекции

1.1. Введение. Предмет физики

1.2. Кинематика поступательного движения материальной точки

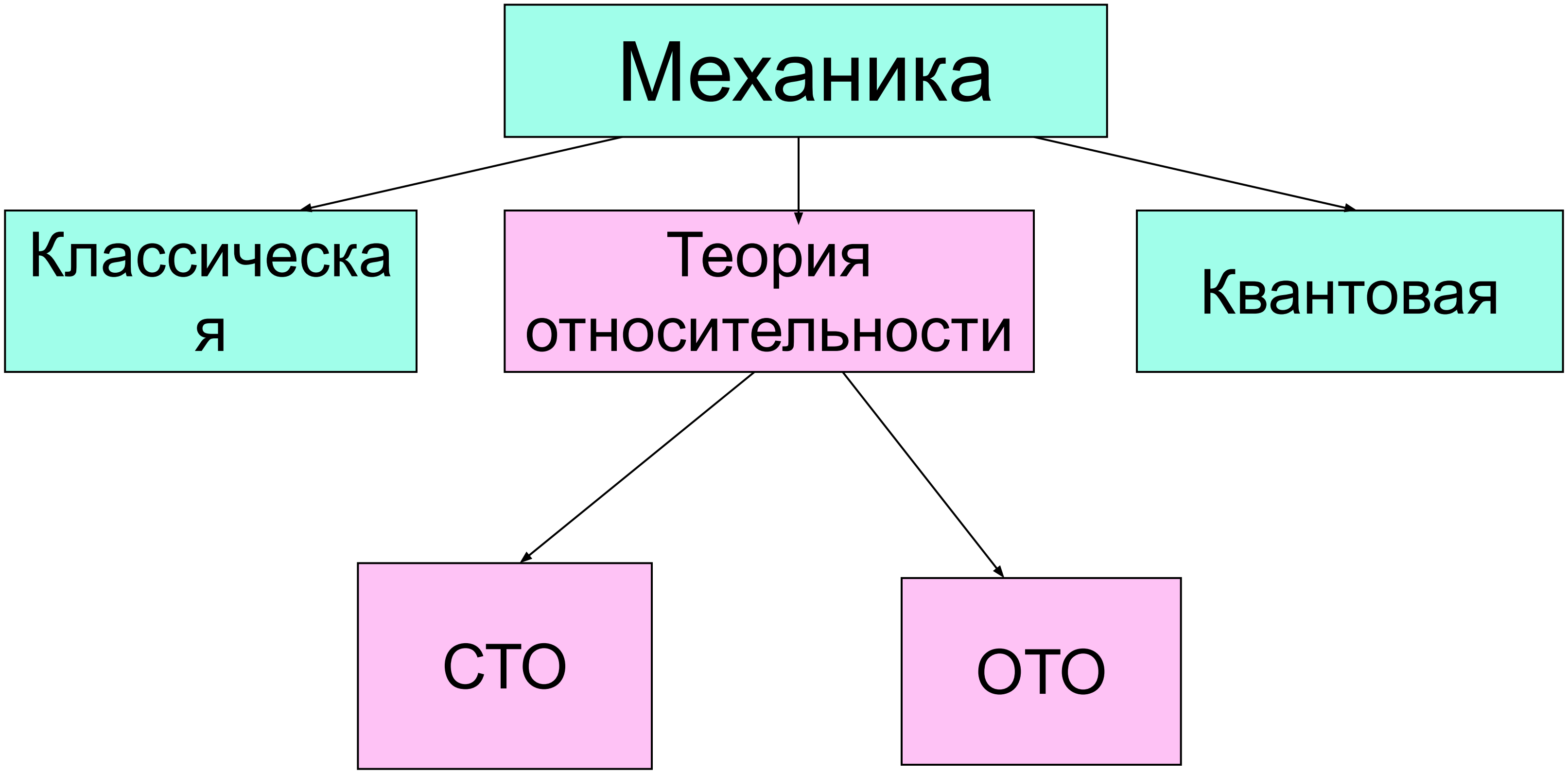
1.3. Тангенциальное и нормальное ускорения

1.4. Кинематика вращательного движения

1.5. Взаимосвязь линейных и угловых величин

1.1. Введение. Предмет физики

- Физика – в переводе с греческого «Природа»
- Современная физика есть наука о строении материи, о простейших и наиболее общих формах движения ее, о взаимных превращениях форм движения и видов материи.


Механика
Классическа
я
Теория
относительности
Квантовая
СТО
ОТО

1.2. Кинематика поступательного движения материальной точки

Механическое движение – это процесс изменения расположения тел или их частей относительно друг друга.

Механическое, как и всякое другое, движение происходит в пространстве и времени.

Пространство и время – сложнейшие физические и философские категории.

В ходе развития физики и философии эти понятия претерпели весьма существенные изменения.

Объекты классической механики

Классическая механика изучает макроскопические тела, движущиеся с малыми скоростями,.

Макроскопические тела (макрочастицы), движущиеся с большими скоростями (порядка $C = 3\ 10^{8}$ м/с) в инерциальных системах отсчёта, изучает специальная теория относительности.

Макроскопические тела (макрочастицы), движущиеся с большими скоростями   в неинерциальных системах отсчёта, изучает общая теория относительности.

Разделы механики

Механика состоит из трех разделов – кинематики, динамики и статики.

Кинематика изучает виды движений, вне связи с причинами, вызывающими движение.

Динамика изучает причины, вызывающие тот или иной вид движения.

Статика изучает условия равновесия тел.

Основные понятия механики

Механическое движение – изменение положения тел друг относительно друга.

Тело отсчёта - тело, по отношению к которому определяется положение других тел.

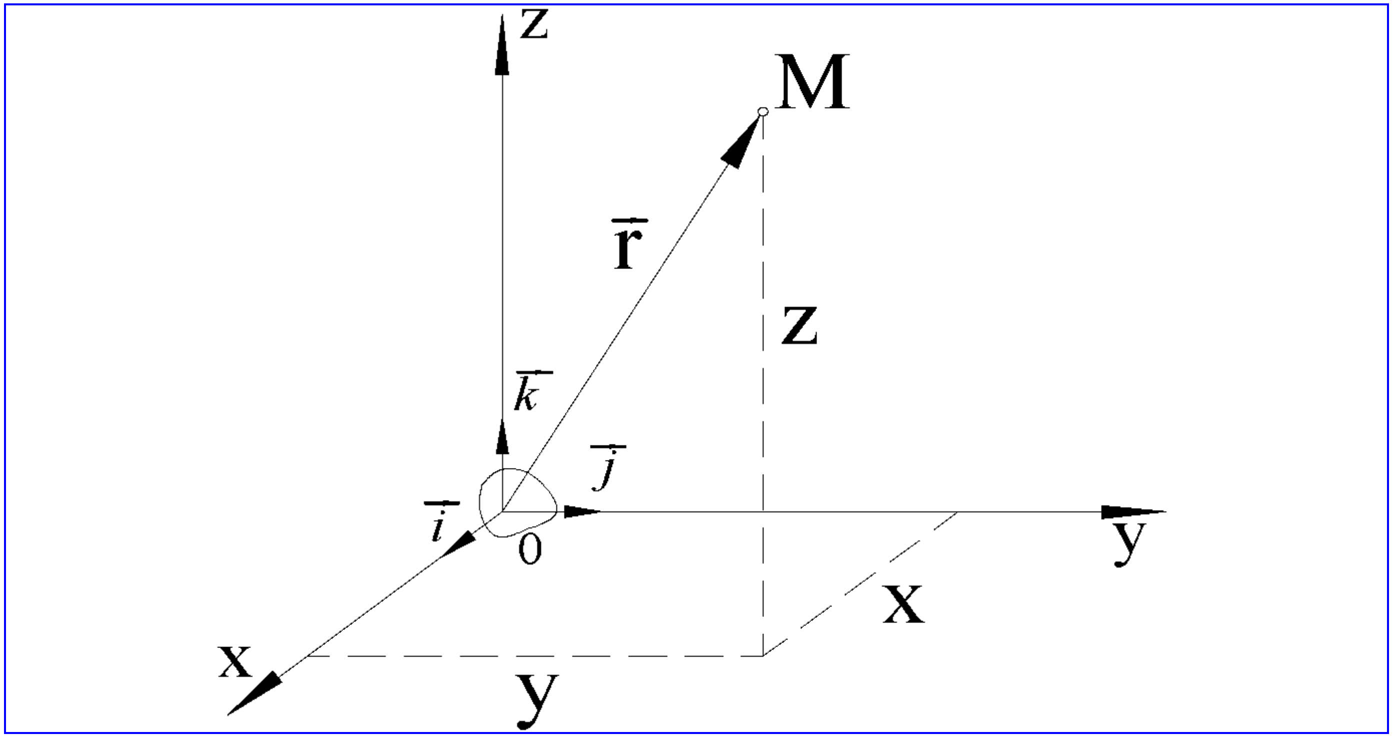
Система отсчёта - система декартовых координат, связанная с телом отсчета и прибором для отсчета времени.

Материальная точка – это тело, формой и размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Абсолютно твердое тело – это тело, деформациями которого в данной задаче можно пренебречь.

Радиус-вектор

. Описать движение материальной точки – значит знать её положение относительно выбранной системы отсчета в любой момент времени.



Спроецируем $\vec{\mathbf{r}}$ на оси координат:

$$\vec{r} = r_X \cdot \vec{i} + r_y \cdot \vec{j} + r_Z \cdot \vec{k},$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты осей X,У,Z

$\boxed{r_x = x}$ $\boxed{r_y = y}$ $\boxed{r_z = z}$

– проекции вектора $\vec{r}$ на эти оси.

X, У, Z называются декартовыми координатами материальной точки.

Модуль радиус-вектора равен:

$$\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Закон движения

В процессе движения материальной точки её радиус-вектор изменяется по величине и направлению.

Законом движения материальной точки называется уравнение, выражающее зависимость её радиус-вектора от времени:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$$

Траекторией называется линия, которую описывает конец радиус-вектора материальной точки при ее движении.

Кинематические уравнения движения

Закон движения, записанный в скалярной форме, представляет систему уравнений движения материальной точки.

$$X = f(t)$$

$$У = f(t)$$

$$Z = f(t)$$

Эти уравнения носят название кинематических уравнений движения.

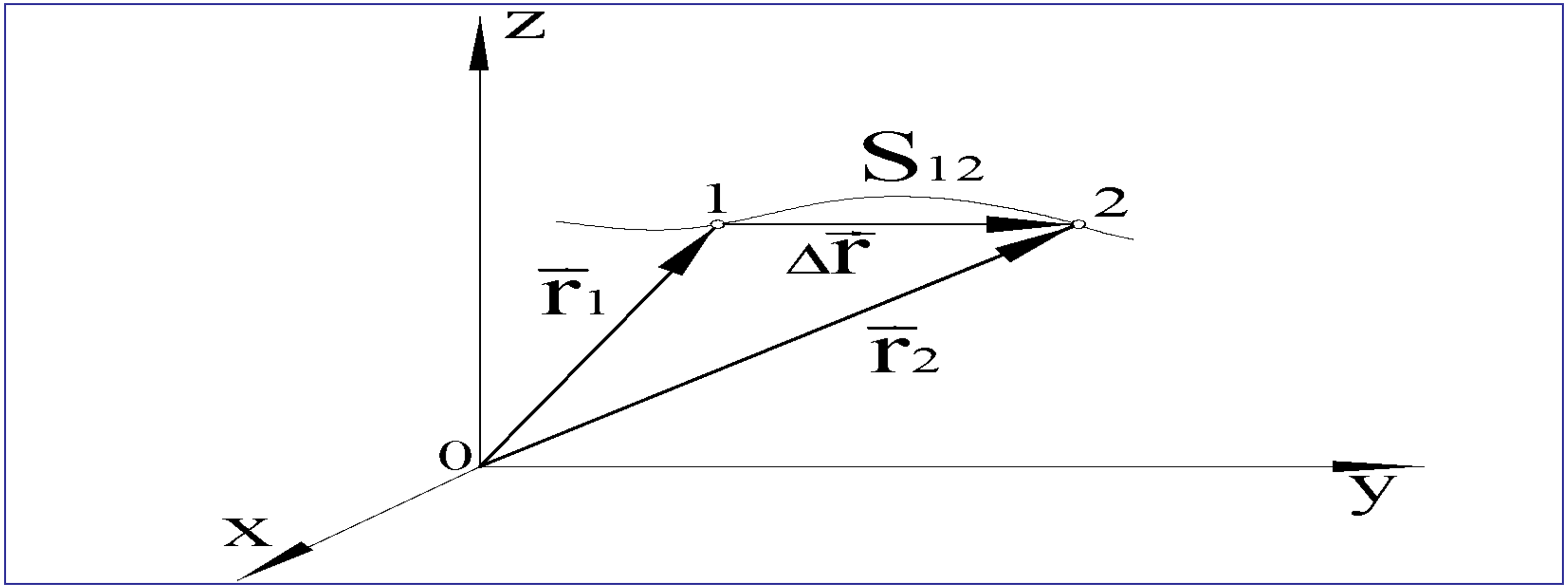
Исключив из этой системы параметр времени , получим уравнение траектории.

Уравнение траектории в случае плоского движения в системе координат Х,У выглядит как $У = f(X)$

Вектор перемещения

Пусть материальная точка в момент времени t_1 находилась в точке 1, положение которой фиксирует радиус-вектор $\vec{r}_1$.

В момент времени t_2 в точке 2 с радиусом-вектором $\vec{r}_2$



Путь и перемещение

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$ - приращение радиуса – вектора.

Перемещением называется модуль вектора перемещения.

Путь - расстояние (S_{12}), пройденное по траектории.

Перемещение и путь – величины положительные.

В зависимости от вида траектории различают прямолинейное, криволинейное движения и движение по окружности.

Элементарные путь и перемещение

Элементарное перемещение за бесконечно малый промежуток времени dt обозначается $d\vec{r}$.

Элементарный путь обозначается как dS.

Для конечных промежутков времени в общем случае

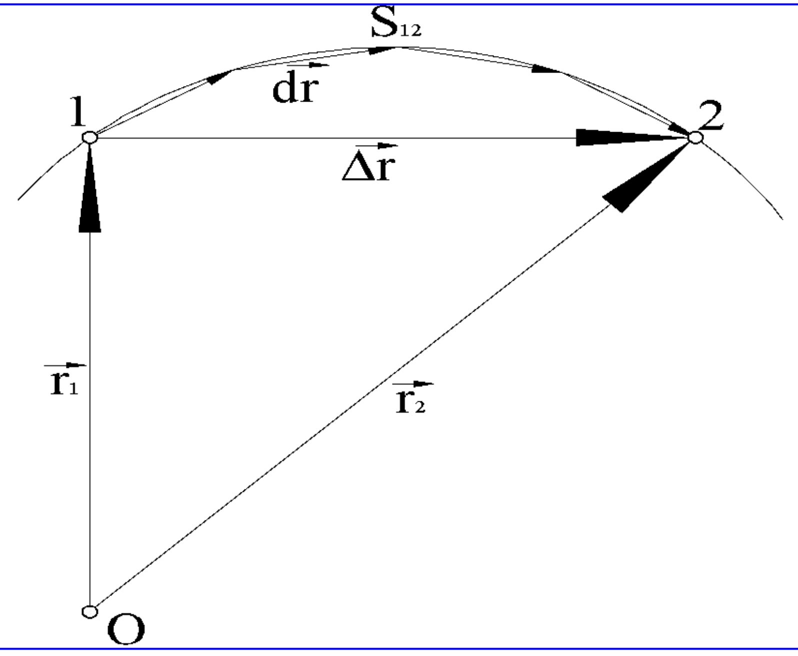
$$|\Delta\vec{r}| \neq S_{12}$$

Для элементарных перемещений можно записать

$$|d\vec{r}| = dS.$$

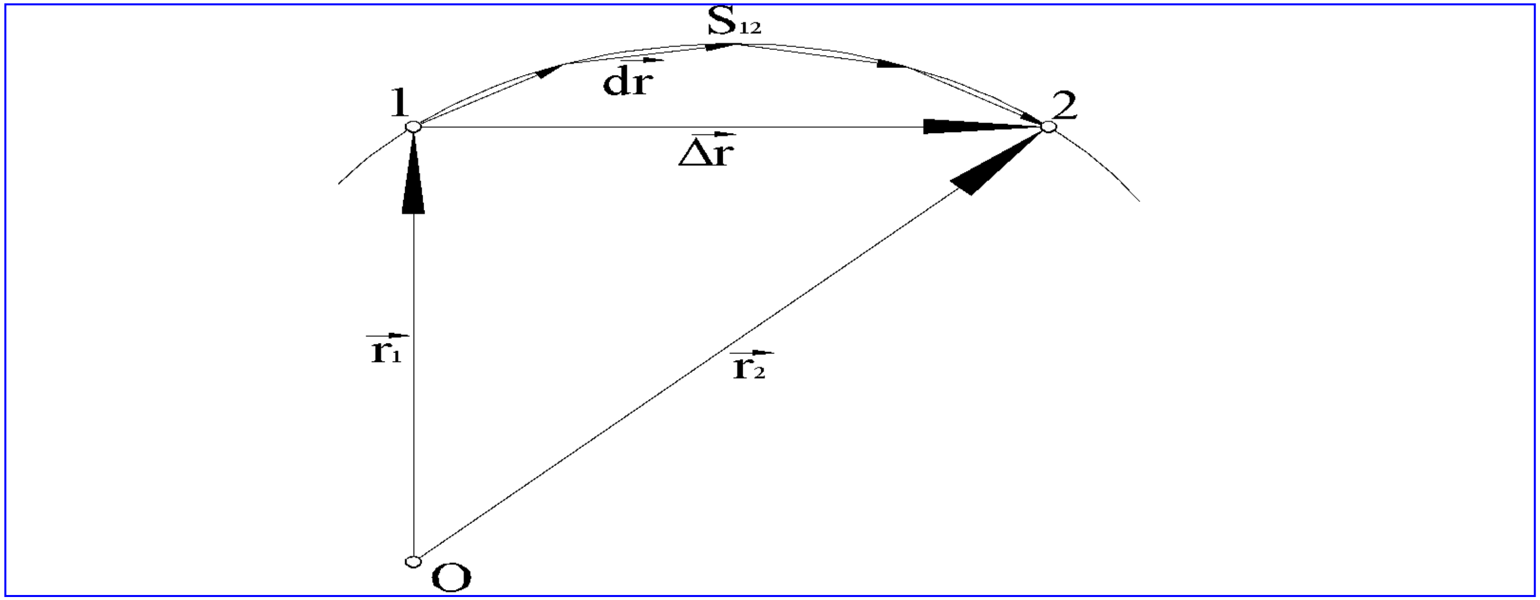
Вектор перемещения получим, просуммировав элементарные перемещения:

$$\Delta\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d\vec{r}$$



При интегрировании (суммировании) модулей элементарных перемещений получим путь.

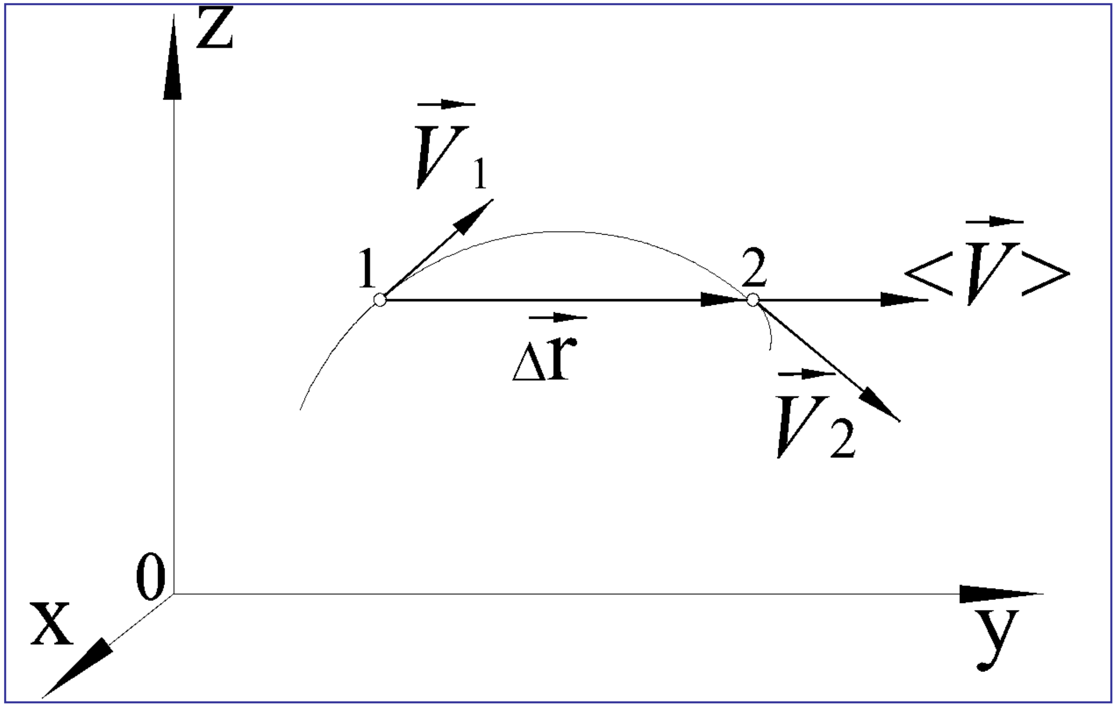
$$S_{12} = \int_{S_{12}} dS = \int_{r_1}^{r_2} |d\vec{r}|$$



Скорость

Скорость характеризует быстроту изменения пространственного положения материальной точки.

Скорость равна вектору перемещению, совершенному точкой за единицу времени.

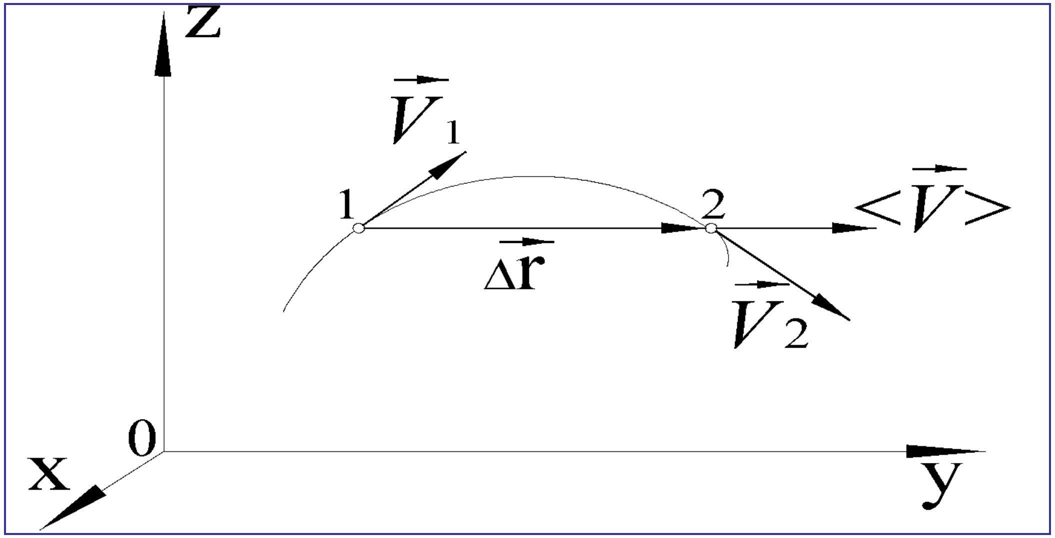


Средняя скорость

Вектор **средней скорости** за промежуток времени Δt равен

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

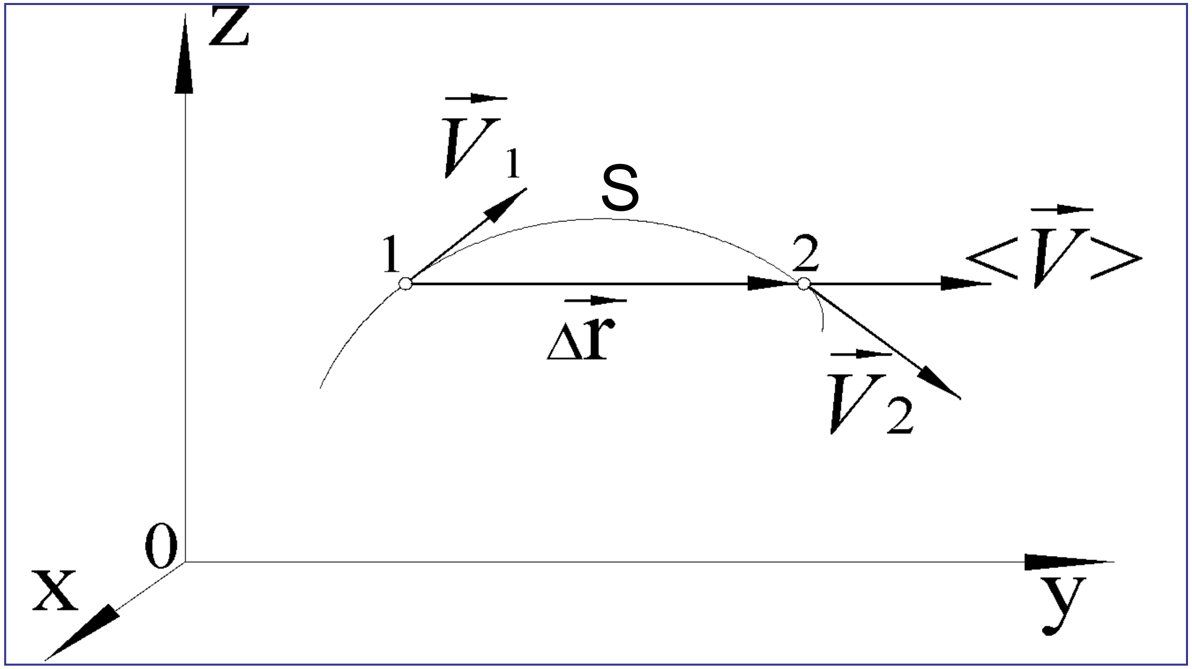
Вектор средней скорости $\langle \vec{v} \rangle$ направлен вдоль вектора $\Delta \vec{r}$.



Среднее значение модуля скорости равно

$$\boxed{\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t}}$$

Среднее значение модуля скорости - скалярная величина.



Мгновенная скорость

Мгновенная скорость равна пределу вектора средней скорости при неограниченном убывании промежутка времени до нуля ($\Delta t \to 0$).

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Мгновенная скорость равна первой производной от радиуса-вектора по времени.

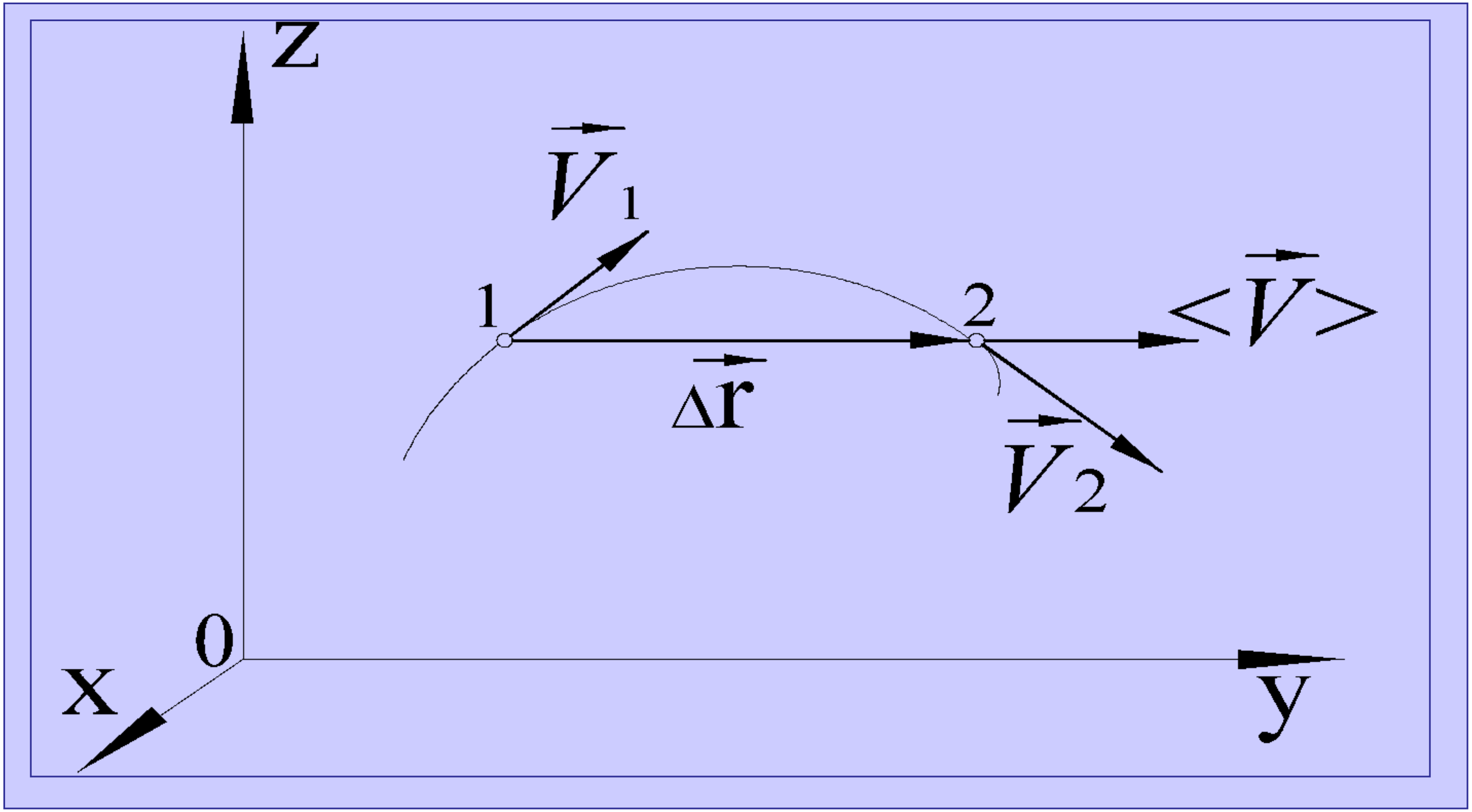
Вектор мгновенной скорости $\vec{v}$ направлен по вектору $d\vec{r}$, т. е. по касательной к траектории.

Модуль мгновенной скорости равен:

$$v = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{dS}{dt}$$

Скорость измеряется в м/с.

Направление средней и мгновенной скоростей



Проекции скорости на оси координат

Проекции скорости на координатные оси равны первым производным от координат x, y, z по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Вектор мгновенной скорости $\vec{v}$ и его модуль V через проекции скорости v_x, v_y, v_z, можно записать как:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Ускорение

В процессе движения материальной точки модуль и направление её скорости в общем случае изменяются.

Ускорение характеризует быстроту изменения **скорости** с течением времени.

Ускорение равно изменению скорости за единицу времени.

Ускорение измеряется в м/с^2 .

Среднее ускорение

Среднее ускорение за промежуток времени Δt равно

$$\boxed{\langle \vec{\mathbf{a}} \rangle = \frac{\Delta \vec{\mathbf{v}}}{\Delta \mathbf{t}}}$$

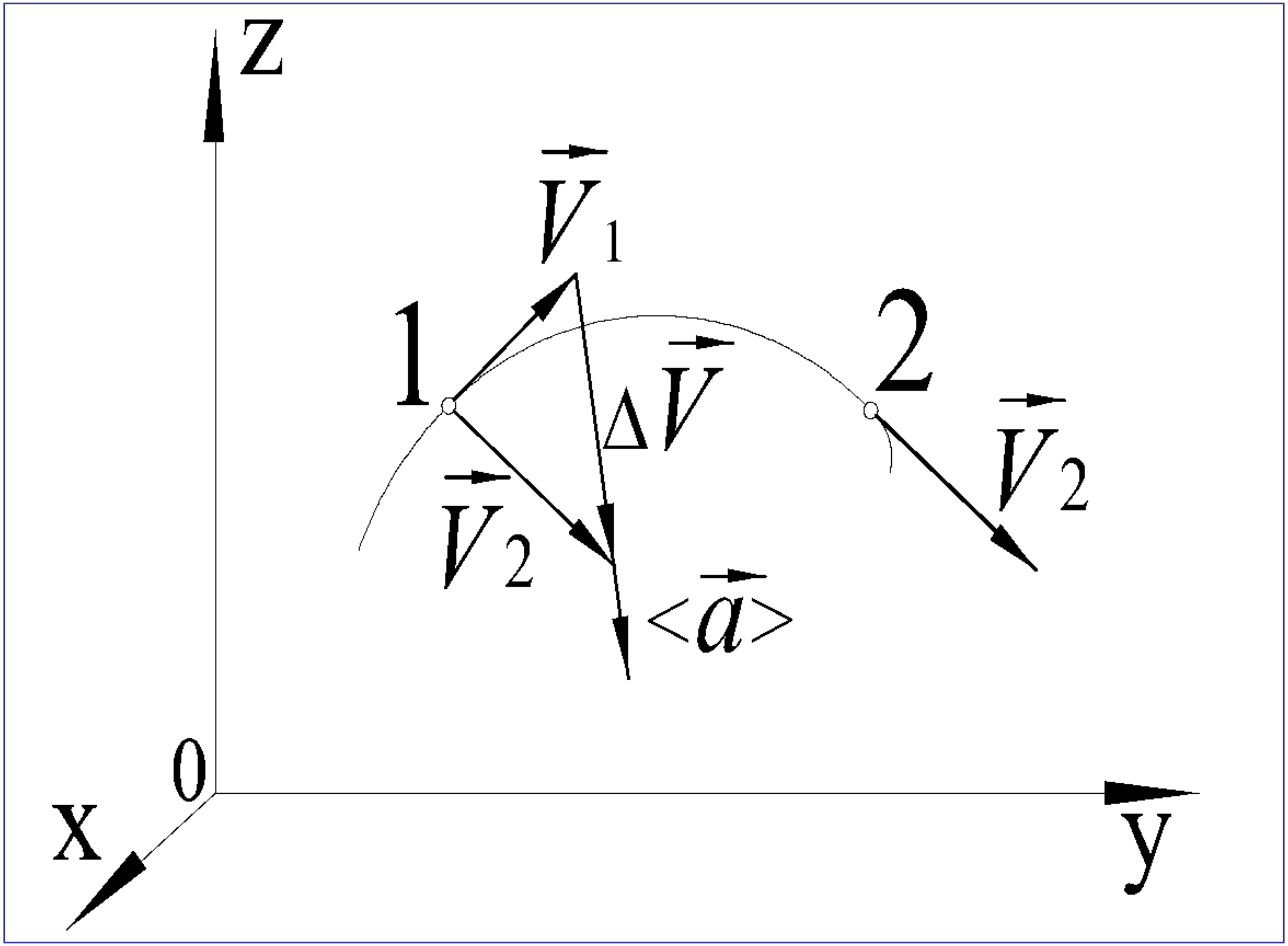
,

где

$\boxed{\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1}$ – приращение скорости за время Δt.

Вектор среднего ускорения $\langle \vec{\mathbf{a}} \rangle$ направлен по вектору

$\Delta \vec{\mathbf{v}}$


z
$\vec{V}_1$
1
2
$\Delta\vec{V}$
$\vec{V}_2$
$\vec{V}_2$
$\langle\vec{a}\rangle$
0
x
y

Мгновенное ускорение

Мгновенное ускорение равно пределу, к которому стремится среднее ускорение при неограниченном убывании промежутка времени ($\Delta t \to 0$).

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Мгновенное ускорение равно первой производной от мгновенной скорости по времени.

Направление вектора мгновенного ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением вектора $d\vec{v}$, который направлен по касательной к траектории.

Направление векторов ускорения и скорости в конкретной точке траектории не совпадают по направлению.

Мгновенное ускорение равно второй производной от радиуса – вектора по времени.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \longleftarrow \boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \qquad \boxed{\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}}$$

Обратная задача кинематики

В рамках кинематики решаются две основные задачи: прямая и обратная.

При решении прямой задачи по известному закону движения

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

находятся все остальные кинематические характеристики материальной точки:

путь, перемещение, скорость и ускорение в любой момент времени.

При решении обратной задачи по известной зависимости ускорения от времени ,

$$\vec{a} = \vec{a}(t)$$

находят положение материальной точки на траектории в любой момент времени.

Для решения обратной задачи нужно задать в некоторый начальный момент времени t_O начальные условия:

- радиус-вектор $\vec{r}_0$
- скорость точки $\vec{v}_0$.

Нахождение скорости

Из определения ускорения имеем

$$d\vec{v} = \vec{a}(t)\,dt$$

Проинтегрируем

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt$$

или

$$\vec{v}(t) - \vec{v}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt$$

Получим

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt \qquad (1)$$

Нахождение положения точки

Из определения скорости следует, что элементарное перемещение равно

$$d\vec{r} = \vec{v}(t)\,dt$$

Подставим сюда полученное равенство (1) и проинтегрируем полученное уравнение:

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t}\left[\vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t}\vec{a}(t)dt\right]dt$$

Получим

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t}\left[\vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t}\vec{a}(t)dt\right]dt$$

Равномерное движение

Рассмотрим частные случаи.

1. Равномерное прямолинейное движение

(ускорение $\vec{a} = 0$ и $t_0 = 0$).

Тогда

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}_0 dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

Перейдём от векторной формы записи уравнений к скалярной:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t$$

Равноускоренное движение

2. Равнопеременное прямолинейное движение

(ускорение $\vec{a}$ = const и $t_0 = 0$).

Тогда

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \left[\vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\,dt \right] dt = \vec{r}_0 + \int_0^t \left[\vec{v}_0 + \vec{a}\,t \right] dt =$$

$$= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

Полученное выражение, спроецированное на ось *x* имеет вид:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

1.3. Тангенциальное и нормальное ускорения

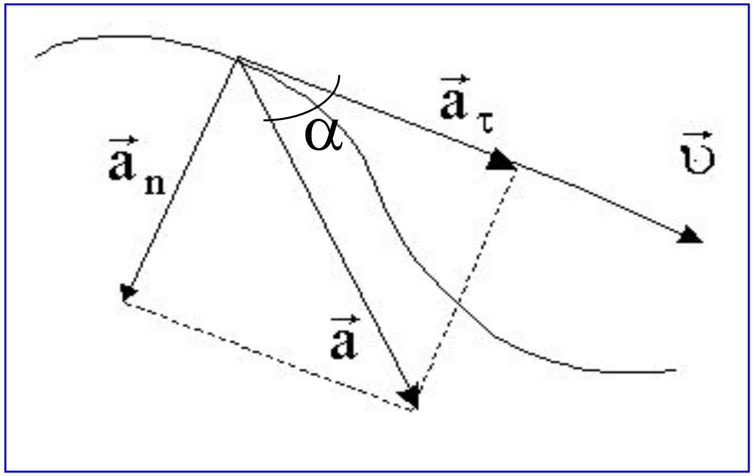
Пусть материальная точка движется по криволинейной траектории, имея различную скорость в разных точках траектории.

Скорость при криволинейном движении может изменяться и по модулю и по направлению.

Эти изменения можно оценивать раздельно.

Вектор ускорения $\vec{a}$ можно разложить на два направления: касательное к траектории и перпендикулярное к ней (т.е. по радиусу к центру окружности).

Составляющие на эти направления носят названия тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ и нормального ускорений $\vec{a}_n$.



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по модулю.

Модуль тангенциального ускорения равен модулю первой производной от скорости по времени.

$$\left|a_{\tau}\right| = \left|\frac{dv}{dt}\right|$$

Тангенциальное ускорение направлено по касательной к траектории.

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению.

Модуль нормального ускорения равен:

$$\boxed{a_n = \frac{V^2}{R}}$$

Нормальное ускорение направлено перпендикулярно скорости по радиусу к центру кривизны траектории.

Полное ускорение

Полное ускорение материальной точки.

$$\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n}$$

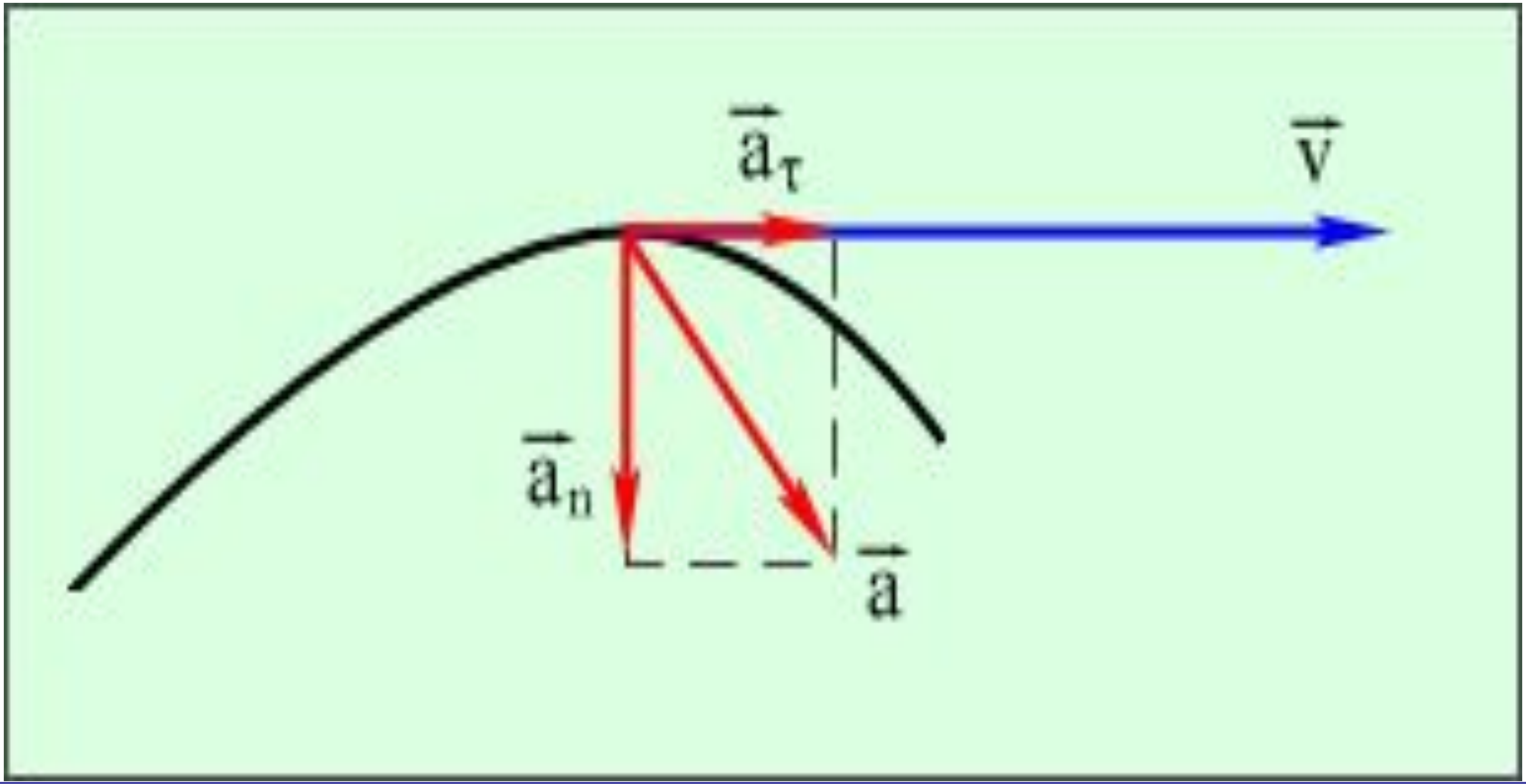
Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^{2} + a_{n}^{2}}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^{2} + \left(\frac{v^{2}}{R}\right)^{2}}$$

Движение – равноускоренное, если модуль тангенциального ускорения положителен.

При этом тангенциальное ускорение направлено по вектору скорости.



Частные случаи движений

1. $a_\tau = 0$, $a_n = 0$ - это равномерное прямолинейное движение;

2. $a_\tau = const$, $a_n = 0$ - равнопеременное прямолинейное движение;

3. $a_\tau = 0$, $a_n = const$ - равномерное движение по окружности;

4. $a_\tau = 0$, $a_n = f(t)$ - равномерное криволинейное движение;

5. $a_\tau = f(t)$, $a_n = f(t)$ - неравномерное криволинейное движение.

1.4. Кинематика вращательного движения твердого тела.

1.4.1. Поступательное и вращательное движение

Любое движение абсолютно твердого тела может быть сведено к сумме двух движений – поступательного и вращательного.

Поступательным движением твердого тела называется такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе.

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, поэтому движение тела можно охарактеризовать движением одной точки(например, движением центра масс тела).

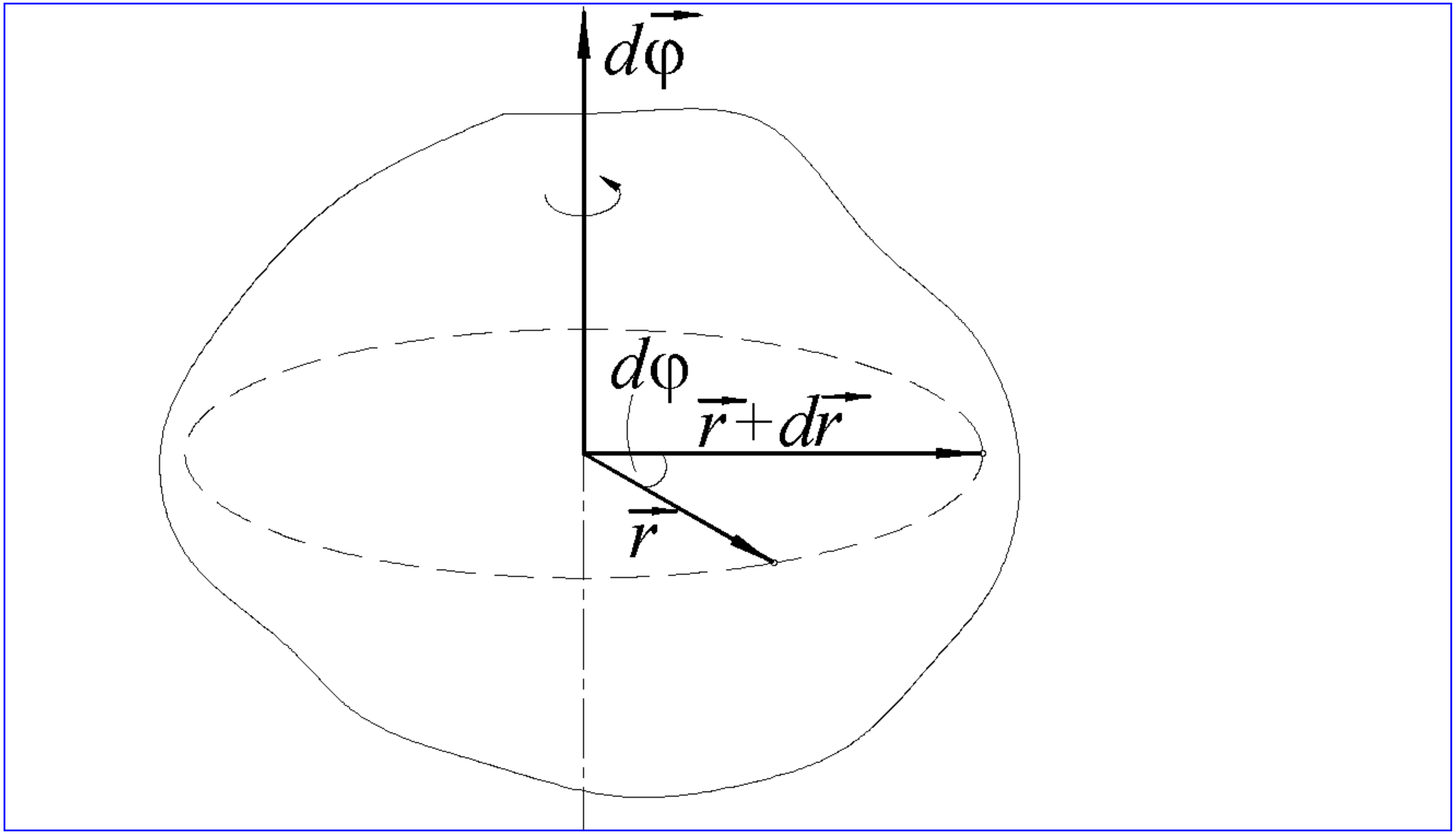
При вращательном движении различные точки твёрдого тела движутся по-разному.

Вращательное движение нельзя охарактеризовать движением определённой точки.

Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной неподвижной прямой, называемой осью вращения.

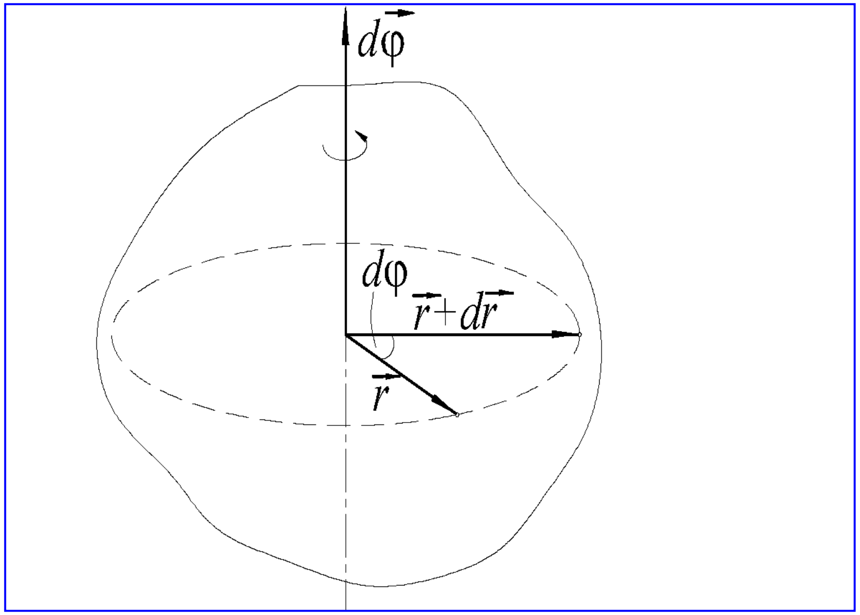
При вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси радиус-векторы, проведенные из центров соответствующих окружностей к точкам тела за время dt поворачиваются на один и тот же угол dφ.

1.4.2. Основные понятия кинематики вращательного движения



Угловое перемещение

Угловое перемещение твердого тела – вектор, численно равный углу поворота тела dφ и направленный вдоль оси вращения так, что если смотреть с его конца, то вращение тела кажется происходящим против часовой стрелки (правило буравчика).



Быстроту изменения углового перемещения с течением времени характеризует угловая скорость.

Средняя угловая скорость твердого тела численно равна угловому перемещению, совершаемому телом за единицу времени.

$$\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t}$$

Мгновенная угловая скорость равна пределу, к которому стремится средняя угловая скорость при неограниченном убывании промежутка времени до нуля.

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

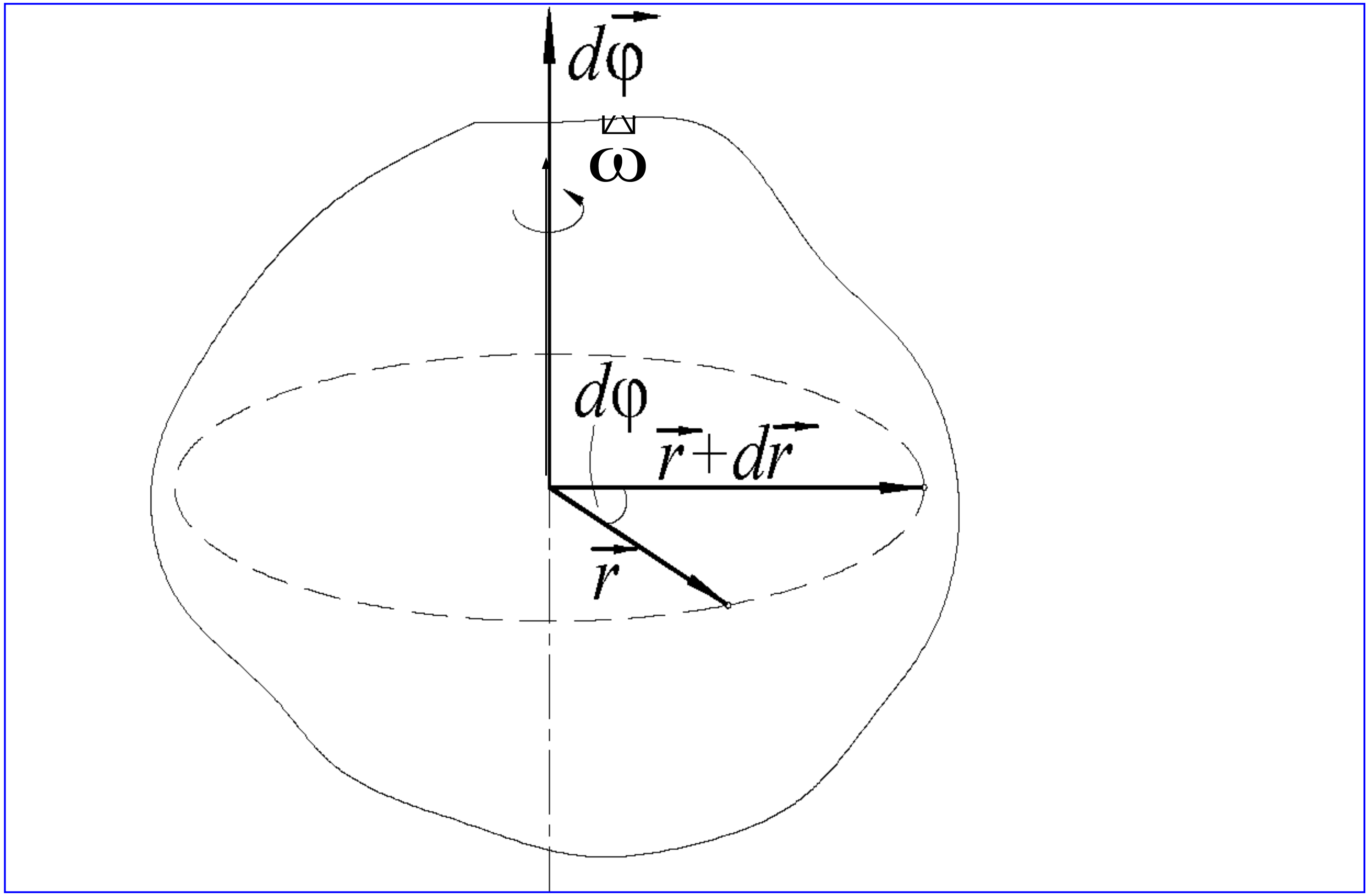
Мгновенная угловая скорость равна первой производной от углового перемещения по времени.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Угловая скорость измеряется в рад/с.

Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ совпадает по направлению с вектором углового перемещения $d\vec{\varphi}$ (т.е. определяется по правилу буравчика).

Направление векторов



Быстроту изменения угловой скорости с течением времени характеризует угловое ускорение.

Среднее угловое ускорение твердого тела равно изменению угловой скорости за единицу времени.

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$$

Мгновенное угловое ускорение равно пределу, к которому стремится среднее угловое ускорение при неограниченном убывании промежутка времени до нуля.

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

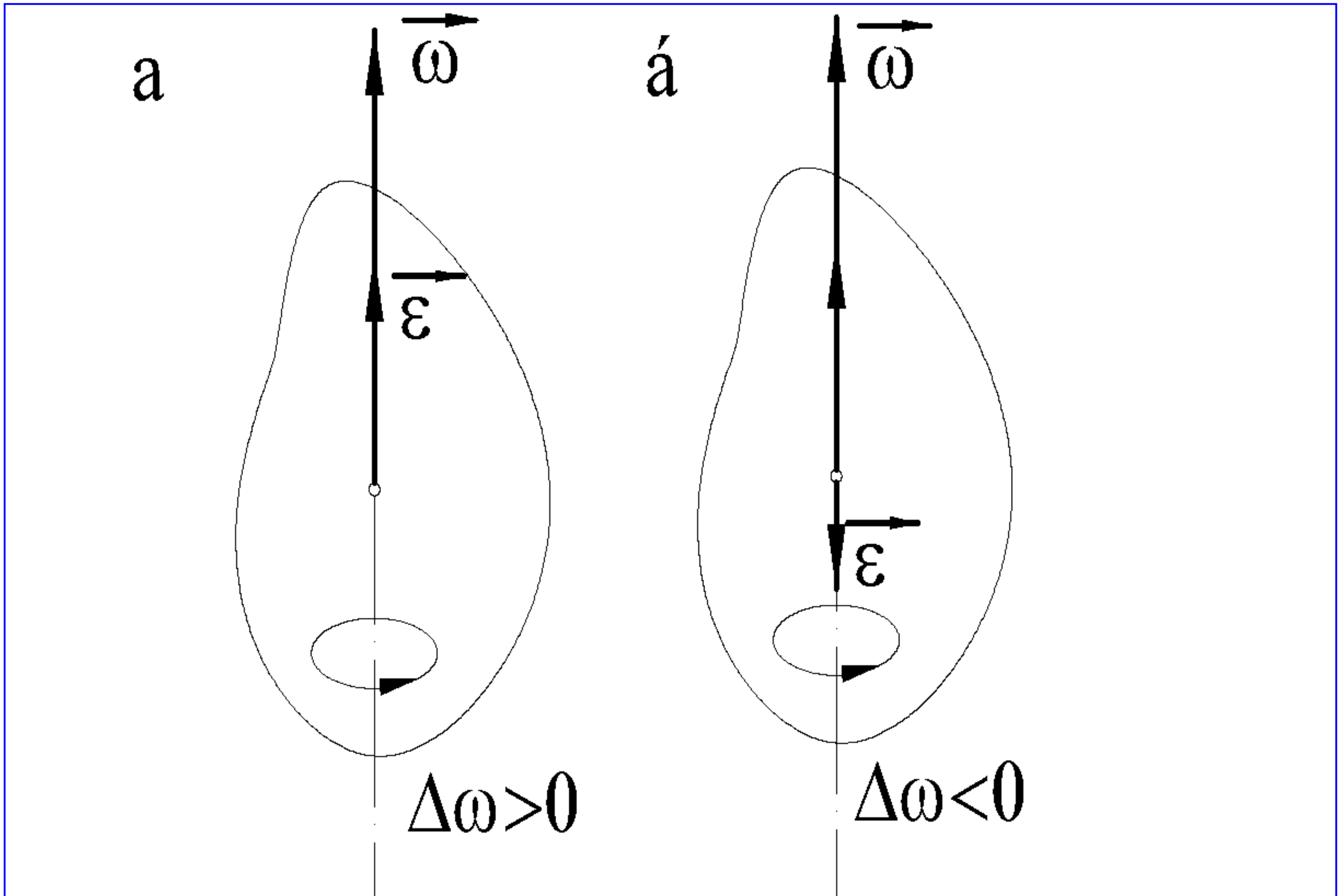
Мгновенное угловое ускорение равно первой производной от угловой скорости по времени или второй производной от углового перемещения по времени.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

Угловое ускорение измеряется в рад/с^2.

Направление угловых векторов.



Вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $d\vec{\omega}$ при ускоренном вращении ($\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$), при замедленном - $\vec{\varepsilon} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$

Модули векторов $d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ равны соответственно

$$\boxed{|d\vec{\varphi}| = d\varphi}$$

$$\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}}$$

При равномерном вращении:

$$\varepsilon = 0, \qquad \omega = \mathrm{const}, \qquad \phi = \omega t.$$

При равнопеременном вращении:

$$\varepsilon = \mathrm{const},$$

$$\boxed{\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t} \qquad \boxed{\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}}$$

1.4.3. Взаимосвязь угловых и линейных величин

Кроме угловых величин: углового перемещения, угловой скорости и углового ускорения движение каждой точки вращающегося твердого тела характеризуют линейные величины:

линейное перемещение $d\vec{r}$,

линейный путь dS,

линейная скорость $\vec{v}$,

тангенциальное $\vec{a}_{\tau}$,

нормальное $\vec{a}_{n}$ и

полное $\vec{a}$ линейные ускорения.

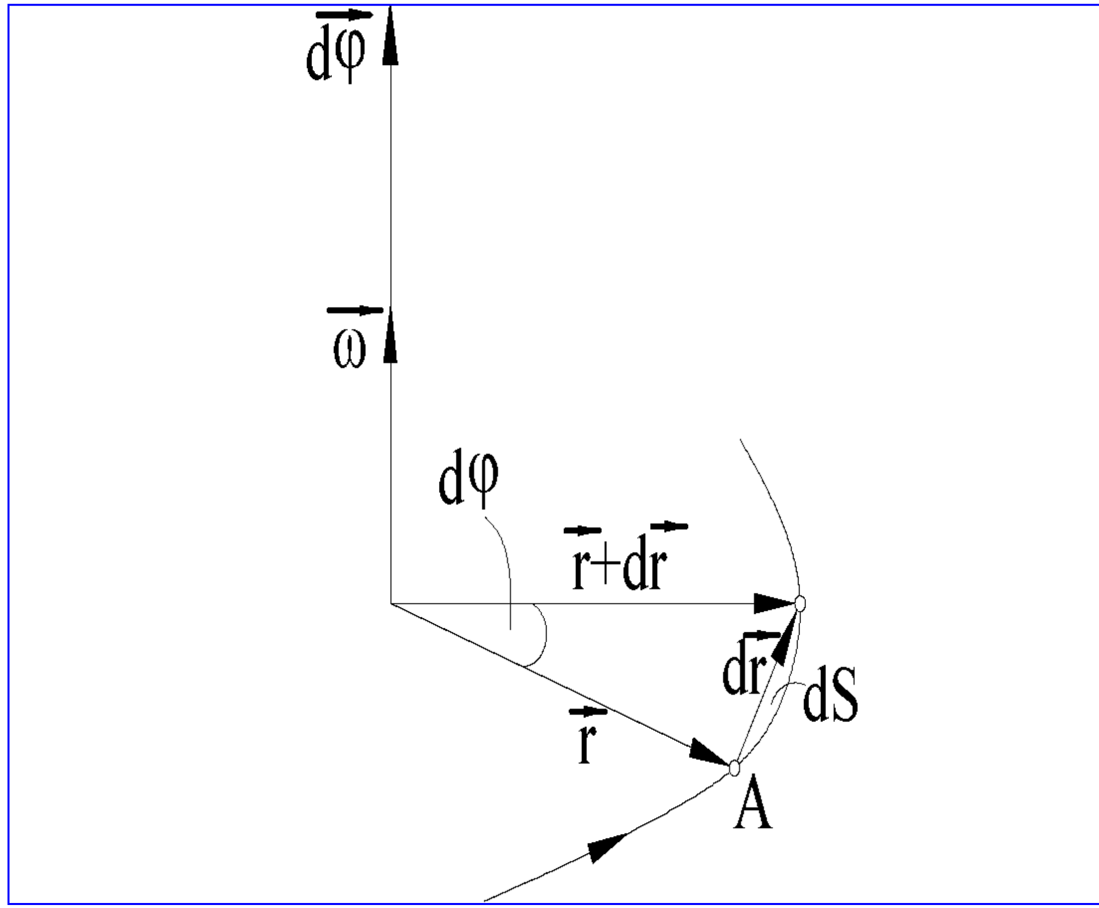
Пусть за время dt произвольная точка твердого тела М переместится на $d\vec{r}$, пройдя путь dS. При этом радиус - вектор точки повернется на угол $d\varphi$.

Тогда

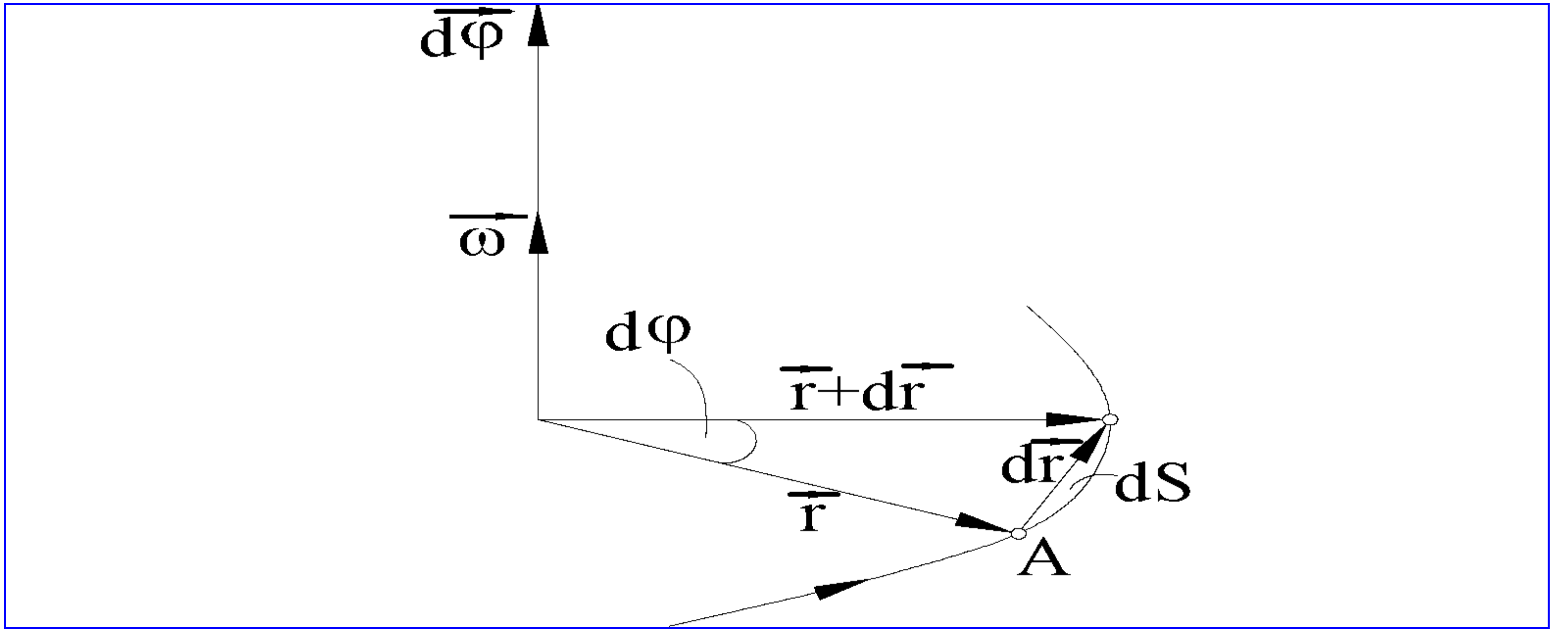
$$\boxed{dS = d\varphi \cdot r}$$

В векторном виде:

$$\boxed{d\vec{r} = d\vec{\varphi} \times \vec{r}}$$



Направление $d\vec{r}$ перпендикулярно к $\vec{r}$ и к $d\vec{\varphi}$. Если смотреть с конца $d\vec{r}$, то поворот от $d\vec{\varphi}$ к $\vec{r}$ происходит против часовой стрелки.



Вектор элементарного перемещения: $d\vec{r} = d\vec{\varphi} \times \vec{r}$

Разделим это соотношение на dt: $$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r}$$

Учтём, что $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ $\frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{\omega}$

Получим $$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Линейная скорость данной точки твёрдого тела равна векторному произведению угловой скорости на радиус - вектор точки.

Модуль скорости $V = \omega \cdot r \cdot \sin 90° = \omega r$

Продифференцируем выражения для □v по времени:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}\right) + \left(\vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right)$$

Учтём, что $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ – линейное ускорение, $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$

– угловое ускорение, $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ - линейная скорость.

Получим

$$\vec{a} = (\vec{\varepsilon} \times \vec{r}) + (\vec{\omega} \times \vec{v})$$

и сравним

$$\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n}$$

Первый вектор в правой части - тангенциальное ускорение.

Он характеризует изменение модуля линейной скорости.

$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$$

Тангенциальное ускорение направлено по касательной к окружности.

Модуль тангенциального ускорения равен:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r \cdot \sin 90° = \varepsilon \cdot r$$

Второй вектор в правой части равенства – нормальное ускорение.

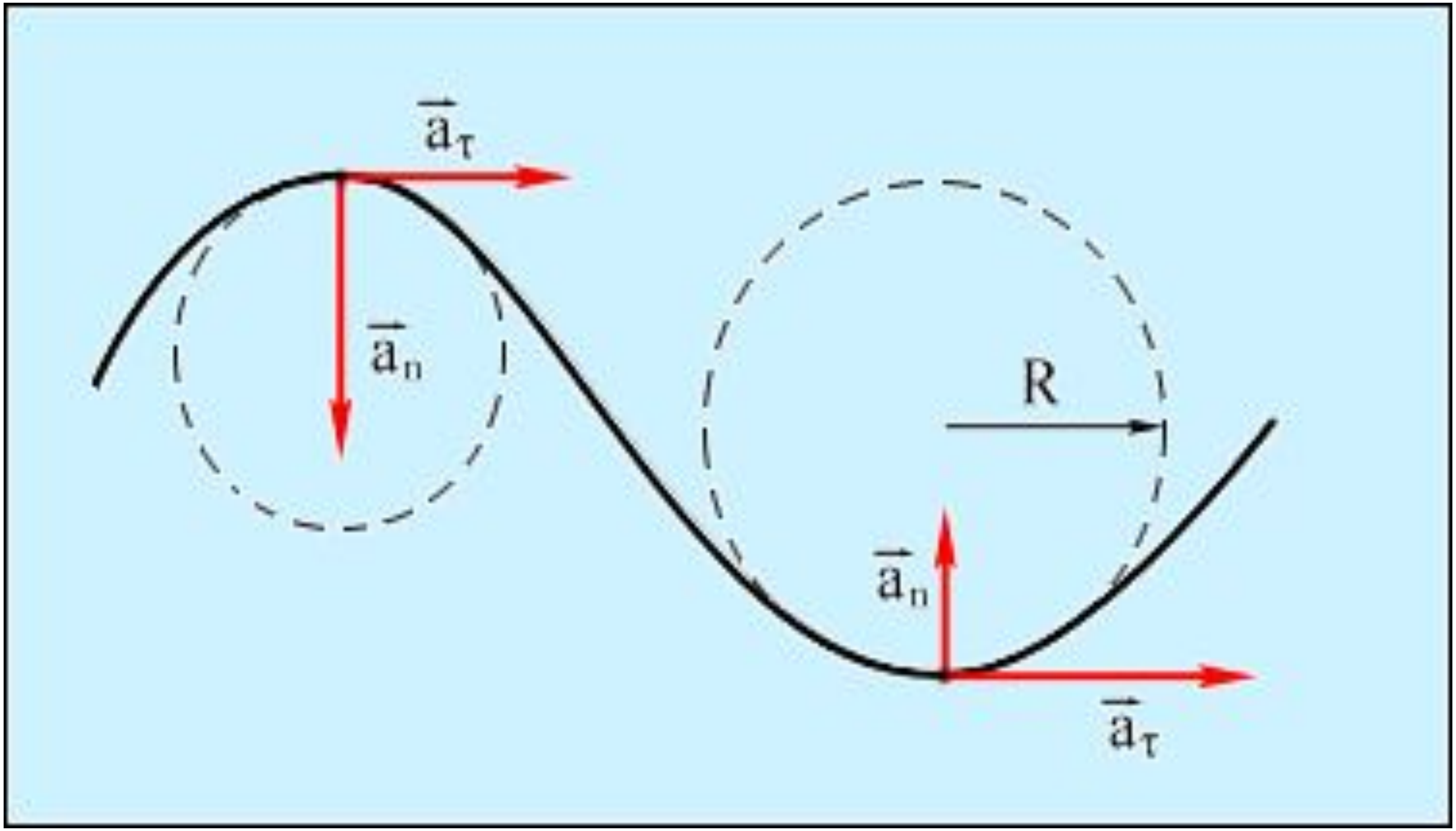
$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Оно направлено к центру окружности.

Оно характеризует изменение направления линейной скорости.

Модуль нормального ускорения равен

$$a_n = \omega \cdot v \cdot \sin 90° = \omega \cdot v = V^2/r$$



$\vec{a}_\tau$
$\vec{a}_n$
R
$\vec{a}_n$
$\vec{a}_\tau$

Сравнительная таблица формул

Поступательное	Вращательное
1. Равномерное	
$S = Vt$	$\phi = \omega t$
$V = const$	$\omega = const$
$a = 0$	$\varepsilon = 0$
2. Равнопеременное	
$S = V_0 t \pm at^2/2$	$\phi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2$
$V = V_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
$a = const$	$\varepsilon = const$

Сравнительная таблица формул

Поступательное	Вращательное

3. Неравномерное

$S = f(t)$	$\phi = f(t)$
$\langle V \rangle = (S_2 - S_1)/(t_2 - t_1)$	$\langle \omega \rangle = (\phi_2 - \phi_1)/(t_2 - t_1)$
$V = dS/dt$	$\omega = d\phi/dt$
$\langle a \rangle = (V_2 - V_1)/(t_2 - t_1)$	$\langle \varepsilon \rangle = (\omega_2 - \omega_1)/(t_2 - t_1)$
$a = dV/dt$	
$a_\tau = dV/dt$	$a_\tau = \varepsilon \cdot r$
$a_n = V^2/r$	$a_n = \omega^2 r$