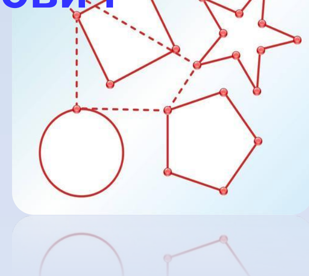
Институт математики
и механики
им. Н.Н. Красовского

Уральский
федеральный
университет
имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

Оптимизация в задаче управления инструментом при листовой резке на машинах с ЧПУ

член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник Института математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН Ченцов Александр Георгиевич

д.т.н., зам. директора по науке школы базового инженерного образования Уральского федерального университета Петунин Александр Александрович



Инженерная сессия для главных специалистов машиностроительных предприятий «Трансфер науки в производство: опыт создания и внедрения современных и будущих производственных технологий»

21 марта 2018 г., МВЦ ЭКСПО, г. Екатеринбург

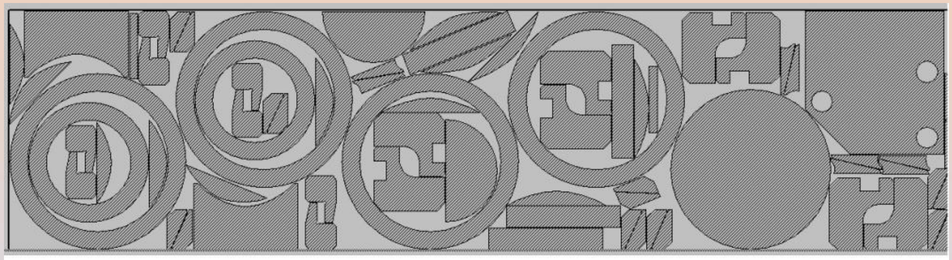
Аннотация доклада

- В докладе рассматривается оптимизационная задача маршрутизации, возникающая при разработке управляющих программ для машин фигурной листовой резки с числовым программным управлением.
- Приводится классификация такого рода задач по технологическому критерию применяемых техник резки.
- Описываются основные виды ограничений на область допустимых решений задачи
- Для одного их классов проводится релаксация сформулированной задачи в форме задачи дискретной оптимизации (задачи о последовательном обходе мегаполисов).
- Приводится математическая формализация задачи для класса с фиксированным числом сегментов резки
- Сообщается о разработке некоторых точных и эвристических вычислительных алгоритмов для решения задачи.
- Приводятся результаты некоторых вычислительных

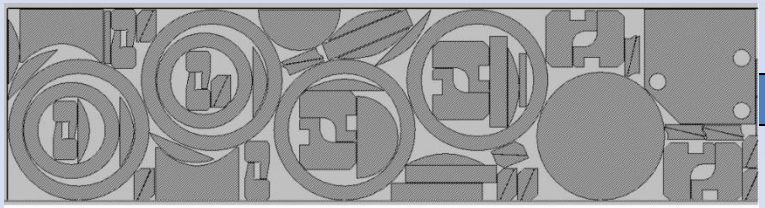
Две основные функции САПР фигурного раскроя листовых материалов и проектирования УП для машин с ЧПУ

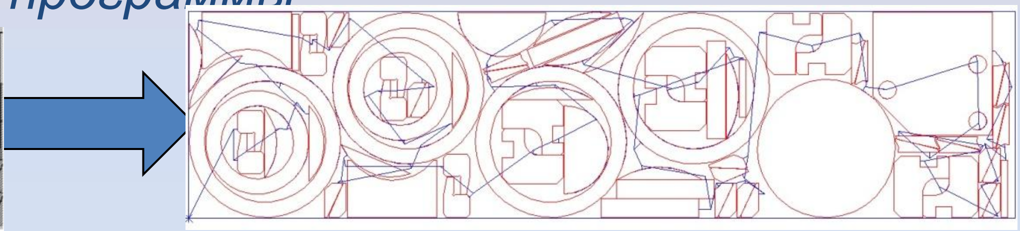
1. *Функция «нестинга»*

   Главная оптимизационная проблема – минимизация расхода материала (nesting problem)



2. *Разработка управляющей программы*





Две главные оптимизационные проблемы с точки зрения экономических характеристик:

1. *Минимизация стоимости материала*
2. *Минимизация стоимости резки*

Основные компоненты траектории инструмента при резке листового материала на машинах с ЧПУ

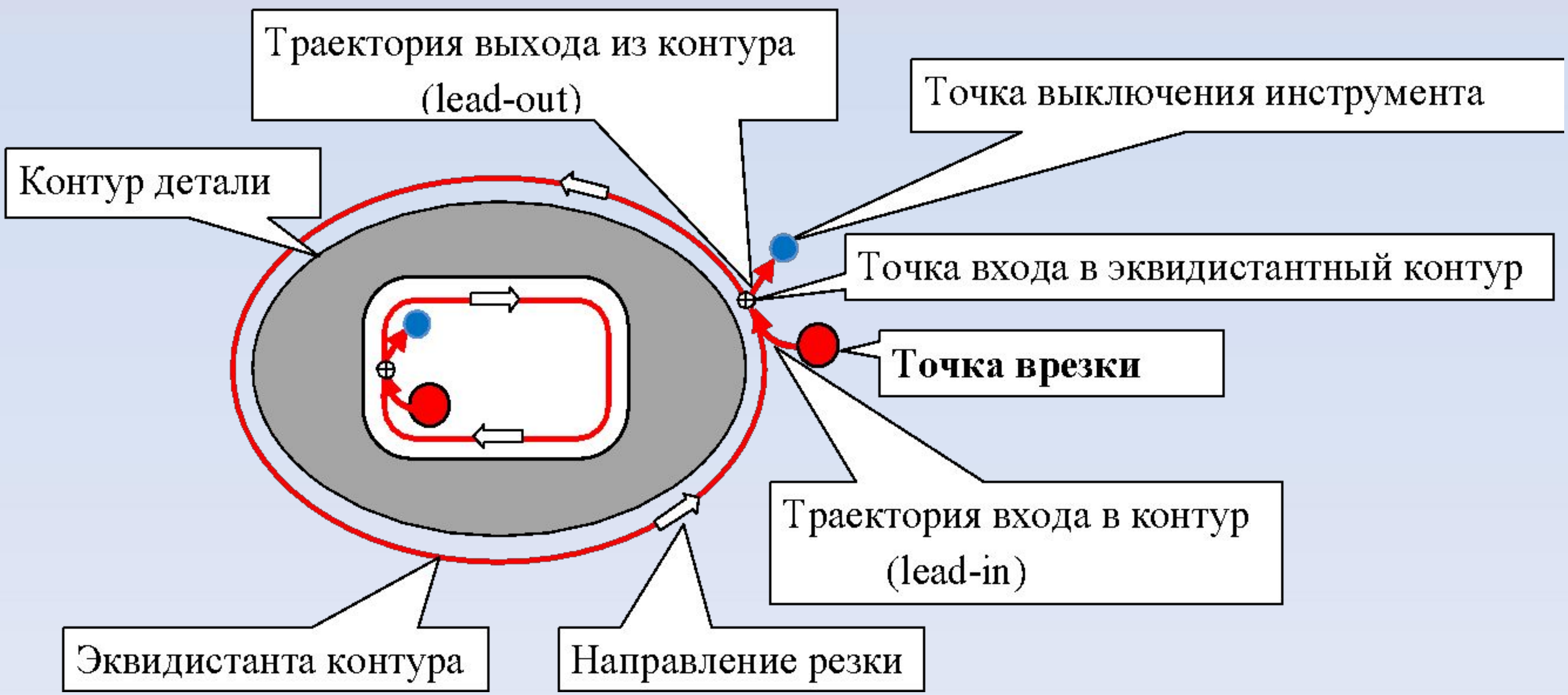
1 пробивка материала в определенных точках (точки врезки)

2 траектория перемещения инструмента с включенным резаком

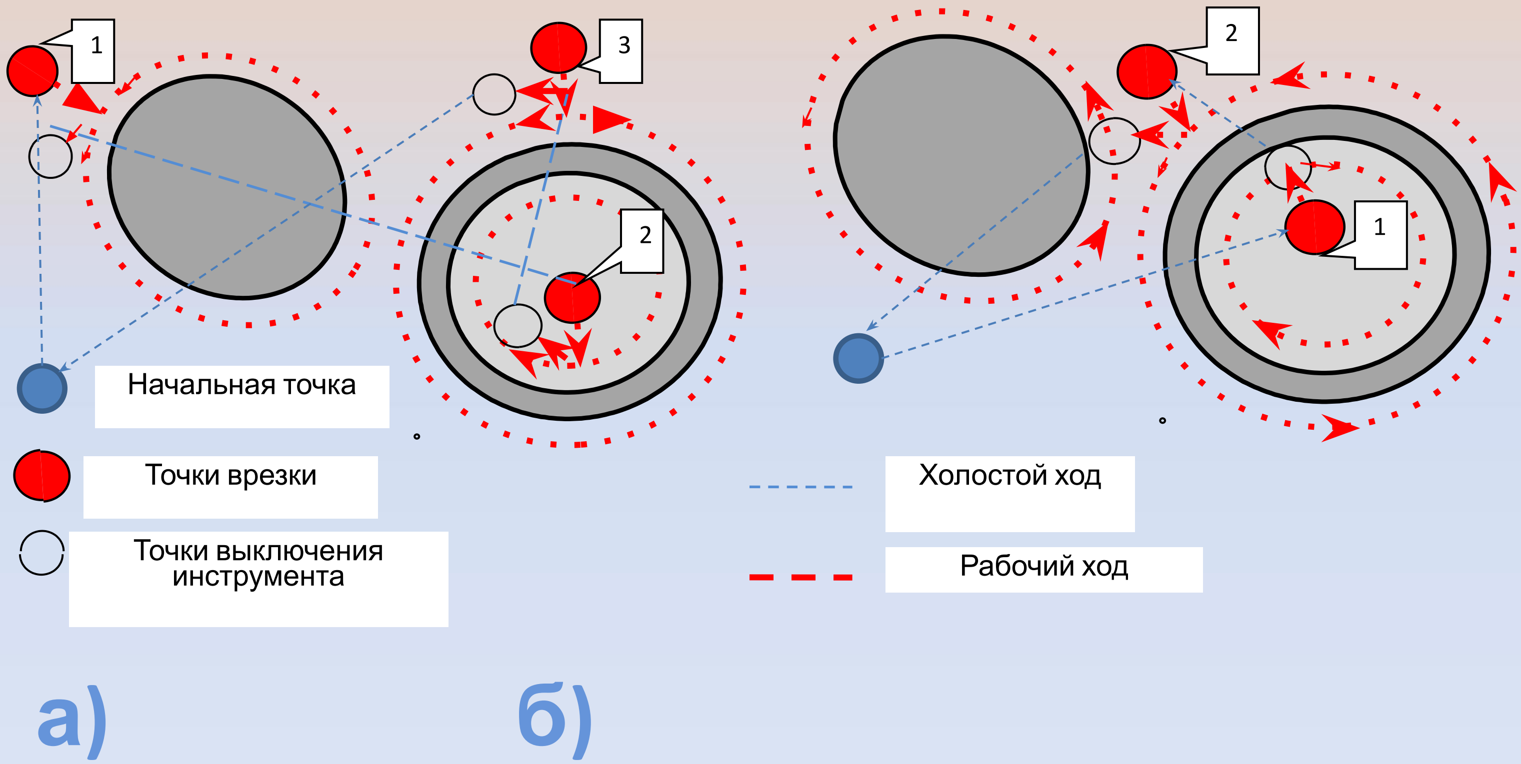
3 точки выключения инструмента

4 холостой ход инструмента (линейное перемещение инструмента между точкой выключения и следующей точкой врезки)

Пример резки заготовки (резка «по контуру»)



- Пример схемы резки двух заготовок с использованием техники резки по замкнутому контуру (стандартная резка) (а) и с использованием «цепной» резки (б)



Сегментом резки $S = MM^*$ *будем называть траекторию рабочего хода инструмента между точкой врезки M и соответствующей ей точкой выключения инструмента M^*. Геометрически сегмент резки представляет собой определенную на эвклидовой плоскости $\mathbf{R}^2$ кривую ($S \subset \mathbf{R}^2$; $M = (x, y)$, $M^* = (x^*, y^*)$, $\{M, M^*\} \in \mathbf{R}^2$). Будем также полагать, что в каждой точке траектории определено направление движения инструмента. Заметим, что если сегмент резки не содержит замкнутых контуров, то направление движения резки в каждой точке траектории однозначно определяется начальной точкой сегмента (точкой врезки). Замкнутые контуры в траектории рабочего хода инструмента могут появляться не только в результате резки эквидистантных контуров деталей, но и при программировании т.н. петель, которые используются для повышения качества реза.*

Предположим, что для вырезки деталей было использовано K сегментов резки $S_k = M_k M_k^*$; $k \in \overline{1, K}$. Тогда маршрут резки деталей можно определить в терминах сегментов резки как кортеж

$$ROUTE = (M_0, M_1, S_1, M_1^*, M_2, S_2, M_2^*, \ldots, M_K, S_K, M_K^*, i_1, i_2, \ldots, i_K),$$

где $i_1, i_2, \ldots, i_K$ – последовательность, в которой вырезаются используемые сегменты резки S_k, M_0 - начальная точка положения инструмента. Линейное перемещение инструмента на холостом ходе между точкой выключения инструмента и следующей точкой врезки однозначно определяется этой последовательностью.

Формализация задачи маршрутизации. Основные определения

Специальные (нестандартные) техники резки

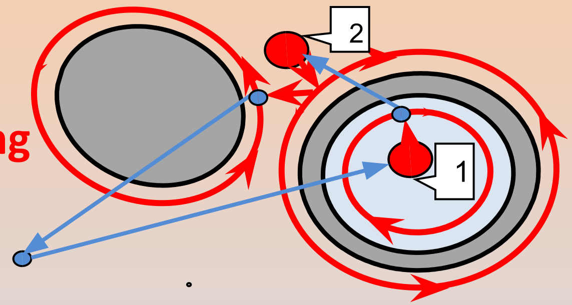
Special techniques:

1. The multi-circuit cutting

- “chain cutting”;
- “bridges”;
- “snake”;
- “figure of eight”.

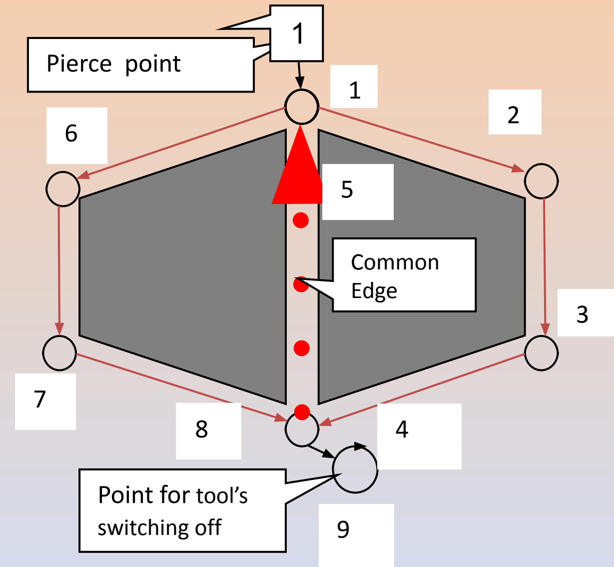
2.The multi-segment cutting

- “jumpers”;
- “common edge”.

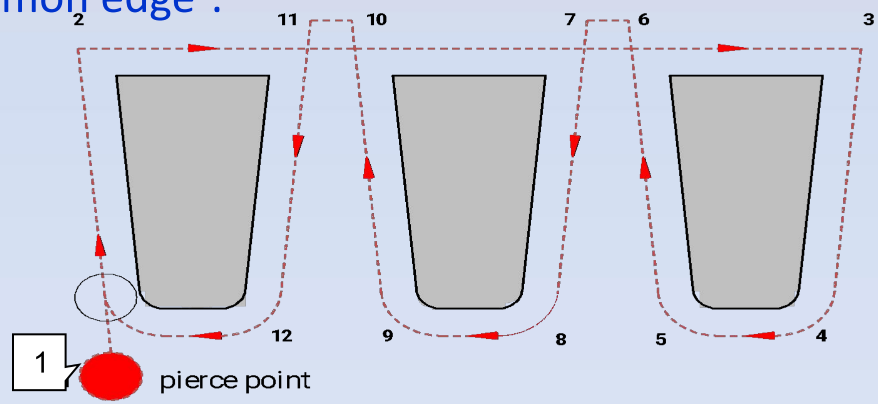


Example1.“chain cutting”

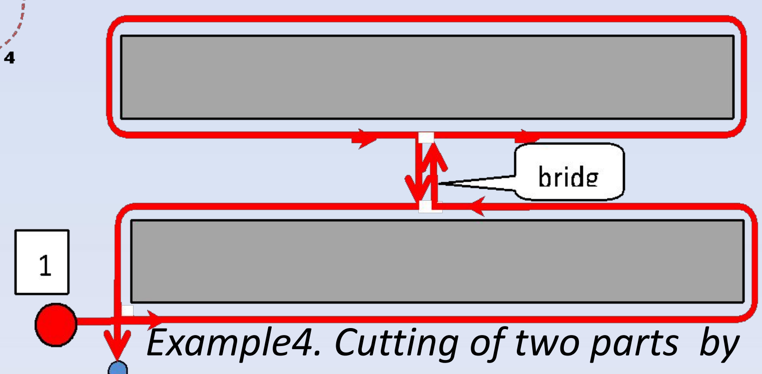
(cutting of several contours with one piercing)



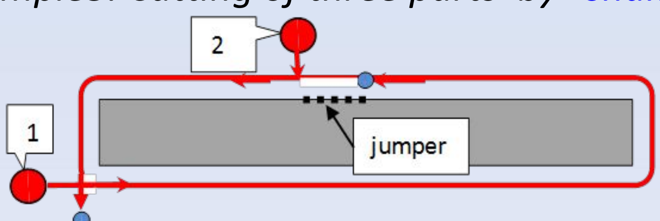
Example2. Cutting of two parts (two contours) by “figure of eight” with using of “common edge”



Example3. Cutting of three parts by “snake”

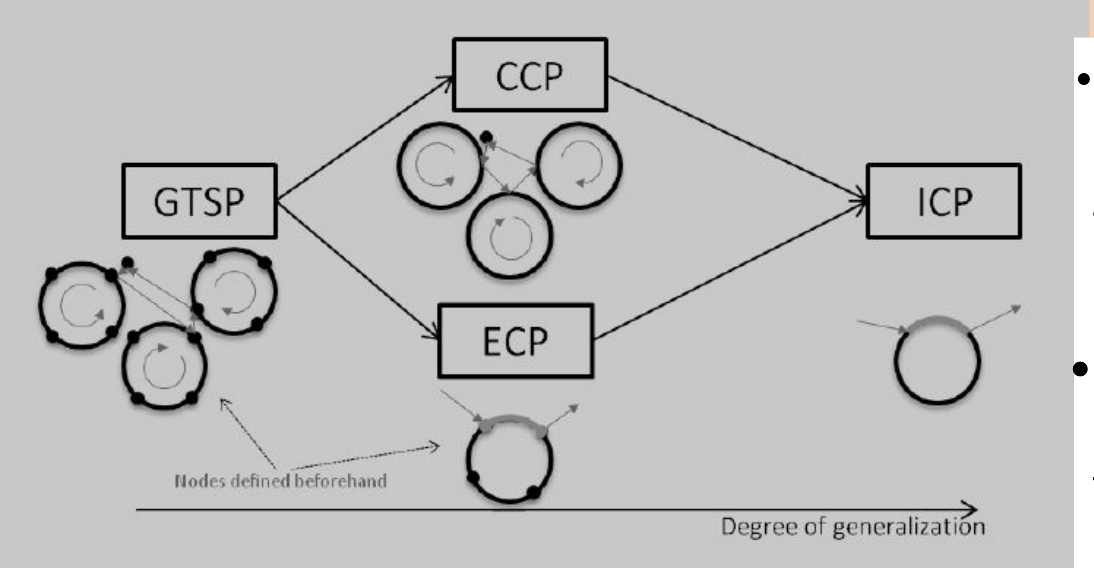


Example4. Cutting of two parts by “bridge”



Example5. Cutting of part with “jumper”

резки



- Dewil, R., Vansteenwegen, P., Cattrysse, D. (2014) Construction heuristics for generating tool paths for laser cutters. *International Journal of Production Research*, Mar. 2014, 1-20.
- Hoeft, J., Palekar, U. S. (1997). Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem. *IIE Transactions*, **29,** 719-731.

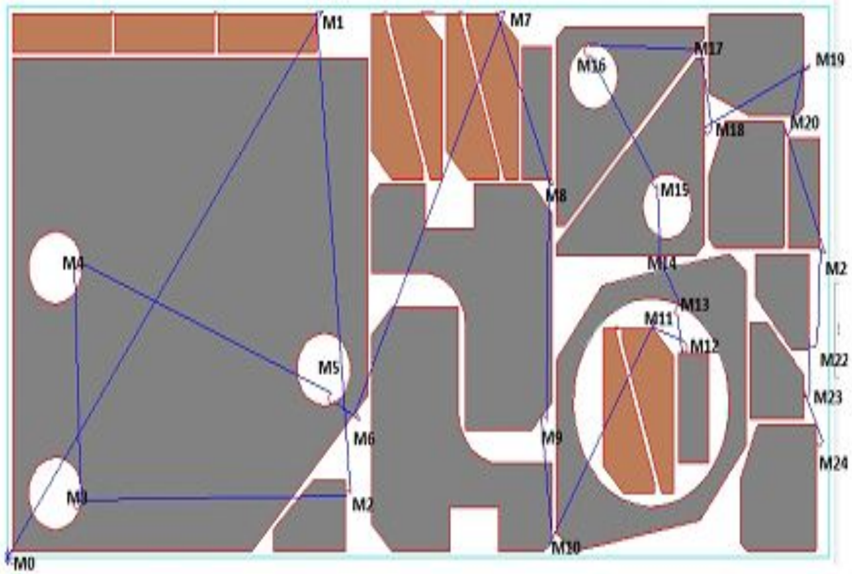
1 Continuous Cutting Problem (CCP): the cutter head visits each contour to be cut once. The tool can engage the contour at any point on its perimeter, but must cut the entire contour before it travels to the next contour. Accordingly, the same point must be used for entry and departure from the contour.

2 **Endpoint Cutting Problem (ECP):** the tool can enter and exit contours only at some predened points on the boundary. However, it may cut the contour in sections, or stated otherwise: a contour can be pre-empted.

3 **Intermittent Cutting Problem (ICP):** this is the most general version of the problem in which contours can be pre-empted and there is no restriction on the points that can be used for entry or exit

4 Generalized Traveling Salesman Problem (GTSP) the tool path visits each contour to be cut once and the tool can engage the contour only at some predened points on the boundary.

Классификация задач маршрутизации инструмента машин листовой резки



Пример маршрута резки, содержащего 24 сегмента резки

Petunin, Aleksandr A (2015). Modeling of tool path for the CNC sheet cutting machines // *AIP conference proceedings. 41st International Conference on Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE), Sozopol, BULGARIA, JUN 08-13, 2015*, **1690**., pp.060002-1 – 060002-7.

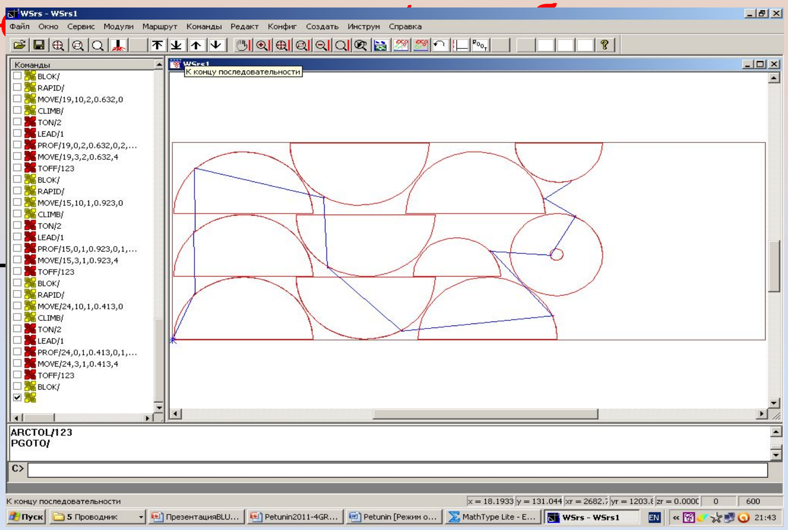
$$ROUTE = \langle M_1, M_1^*, \ldots, M_K, M_K^*, i_1, \ldots, i_K \rangle$$

$$F(ROUTE) \to \min, \ ROUTE \in G$$

5. Segment Continuous Cutting Problem (SCCP).

резки

- ***Время резки***
- t_{cut}= $L_{on} \div V_{on} + L_{off} \div V_{off} + N * t_{on}$, (1)
- где:
- L_{on} — длина маршрута инструмента с вкл
ходе);
- V_{on} — скорость резки;
- L_{off} — длина холостого хода инструмента;
- V_{off} — скорость холостого хода инструмент
- N — количество точек врезки;
- t_{on} — время одной врезки.



- ***Стоимость процесса резки***
- *Cost of cutting =* $L_{off}C_{off} + L_{on}C_{on} + N_{pt}C_{pt}$ (2)
- *где:*
- *C_{off} — стоимость единицы пути холостого хода инструмента. Значение определяется по таблице в зависимости от типа оборудования;*
- *C_{on} —стоимость единицы пути рабочего хода инструмента. Значение определяется по таблице в зависимости от типа оборудования и свойств материала.;*
- *C_{pt} — стоимость одной врезки.*

1) ***Ограничения на координаты точек врезки и точки выключения инструмента.***

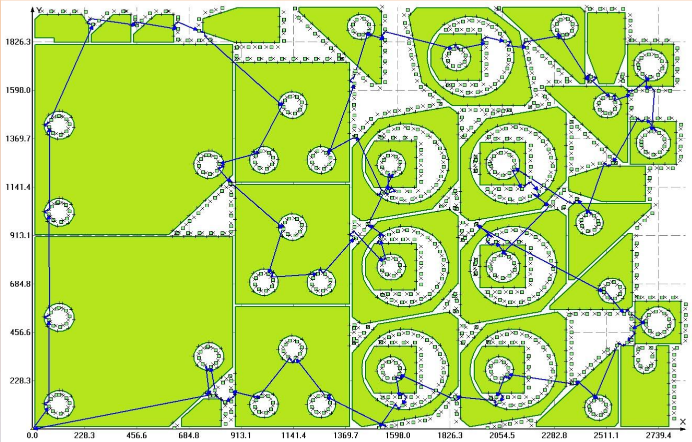
Этот тип ограничений связан с тем, что для соблюдения технологии резки любая точка врезки M_k должна лежать (как отмечалось выше) на некотором ненулевом расстоянии от эквидистантного контура детали, по которому движется инструмент. Величины необходимых минимально допустимых расстояний от эквидистант резки до точек врезки и точек выключения инструмента определяются (как и расстояния от граничных контуров деталей до эквидистант резки) различными технологическими параметрами. Ограничения носят геометрический характер и определяют геометрические области на раскройной карте, в которых допустимо задавать точки врезки для сегментов резки.

Для общей формализации этих ограничений обозначим через E_j^d $(j \in \overline{1,N})$ – эквидистанты замкнутых контуров C_j, удаленные от них на величину d ($E_j^d \subset \mathbb{R}^2$). При этом будем полагать, что для внешних контуров деталей E_j^d является внешней эквидистантой, а для внутренних – внутренней. Обозначим через B^{S_k} базовые сегменты для сегментов $S_k = M_k M_k^*$; $k \in \overline{1,K}$. Заметим, что $\bigcup_{j=1}^{N} E_j^\partial \subseteq \bigcup_{k=1}^{K} B^{S_k}$. Пусть OUT- конечное множество индексов внешних контуров деталей, а IN – соответственно множество индексов внутренних контуров. Обозначим размерность этих множеств соответственно l и s, т.е. $OUT = \{j_1, j_2, \dots, j_l\}$; $IN = \{q_1, q_2, \dots, q_s\}$. ($OUT \subseteq \overline{1,N}$; $IN \subset \overline{1,N}$). Заметим, что если $l = N$ (все контуры являются внешними), то $IN = \varnothing$. Пусть ∂ – половина ширины реза инструмента машины с ЧПУ. Тогда для вырезки деталей $A_1, A_2, \dots, A_n$ траектория рабочего хода инструмента должна содержать все контуры E_j^∂ $(j \in \overline{1,N})$. Пусть также dl– минимально допустимое расстояние от эквидистанты E_j^∂ до любой точки врезки, P_j^d – двумерные геометрические объекты (замкнутые точечные множества), ограниченные замкнутыми эквидистантными контурами E_j^d $(j \in \overline{1,N})$, тогда точки врезки и точки выключения инструмента для каждого сегмента резки должны удовлетворять следующим условиям:

$$\forall k \in \{\overline{1,K}\}\ M_k \in \Big(B \setminus \bigcup_{j \in OUT} P_j^{\partial+dl}\Big) \bigcup_{q \in IN} P_q^{\partial+dl};\ M_k^* \in \Big(B \setminus \bigcup_{j \in OUT} P_j^{\partial}\Big) \bigcup_{q \in IN} P_q^{\partial}$$

Статические ограничения для задачи SCCP

Дискретизация множества допустимых точек врезки



$$ROUTE = \langle M_1, M_1^*, \ldots, M_K, M_K^*, i_1, \ldots, i_K \rangle$$

Рассмотрим конечное подмножество G^1 множества G допустимых значений кортежа *ROUTE*. Для этого свяжем с каждым сегментом некоторый конечный набор допустимых точек врезки и точек выключения инструмента M_i, M_i^*. Будем полагать, что число допустимых точек врезки для разных сегментов может различаться.

Пусть k^i – число возможных точек врезки в сегменте i., *тогда кортеж ROUTE может быть представлен вектором* $R = (i_1, i_2, \ldots, i_K, s_{i_1}, s_{i_2}, \ldots, s_{i_K})$, где s_{i_m} – номер выбранной точки врезки для контура i_m $(1 \le s_{i_m} \le k^{i_m})$.

В общем случае, если не накладывать никаких условий на элементы векторов множества G^1, то мощность этого множества равна $K!\prod_{i=1}^{K} k_i$. В такой постановке задача минимизации целевых функций (1)-(2) может рассматриваться как задача последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования.

1) *Условие предшествования.*

Это условие накладывает ограничения на порядок вырезки сегментов $I=(i_1,i_2,...,i_K)$. Ограничения на порядок их резки обусловлены особенностями технологии и оборудования листовой резки с ЧПУ, которые не позволяют после вырезки внешнего контура точно позиционировать инструмент для вырезки внутренних контуров, поскольку деталь после вырезки внешнего контура может изменить свое положение на раскройном столе. Это вызвано тем, что после вырезки внешнего контура вырезанная деталь «теряет» связь с листом, а для многих типов раскройных столов эта деталь может даже изменить свое положение относительно плоскости листа (упасть между статическими конструкциями раскройного стола). При выборе последовательности контуров следует придерживаться следующих правил.

Правило 1. Если внешний контур имеет один или более внутренних контуров, которые представляют собой границы отверстий в деталях, то прежде, чем будет начата вырезка внешнего контура, должны быть вырезаны все внутренние контуры.

Правило 2. Если внутренний контур детали на раскройной карте содержит внешний контур/контуры другой детали, то сначала должна быть вырезана эта другая деталь с соблюдением Правила 1.

Перечисленные правила и называются условием предшествования для перестановки $I=(i_1,i_2,...,i_K)$. В терминах её элементов условие означает следующее:

1) если в перестановке $I=(i_1,...,i_k,...,i_K)$ сегмент i_k содержит внешний контур, то все соответствующие внутренние контуры должны содержаться в сегментах, предшествующих сегменту i_k в перестановке;

2) если в перестановке $I=(i_1,...,i_k,...,i_K)$ сегмент i_k содержит внутренний контур, который содержит при этом внешний контур, соответствующий другому объекту A_l *(l=1,2,...,n)*, то этот внешний контур должен быть вырезан в сегментах, предшествующих сегменту i_k в перестановке*)*.

(a) (b)

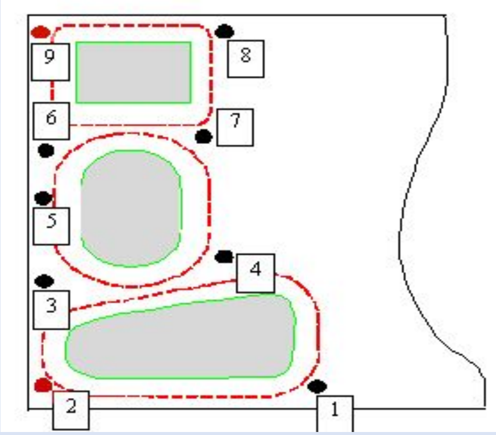
Пример раскроя деталей, содержащих внутренние контуры и группы для мульти-контурной резки

Статические ограничения для задачи SCCP

3. Технологические ограничения на выбор точек врезки (правило соблюдения «жесткости заготовки»- ДИНАМИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ)

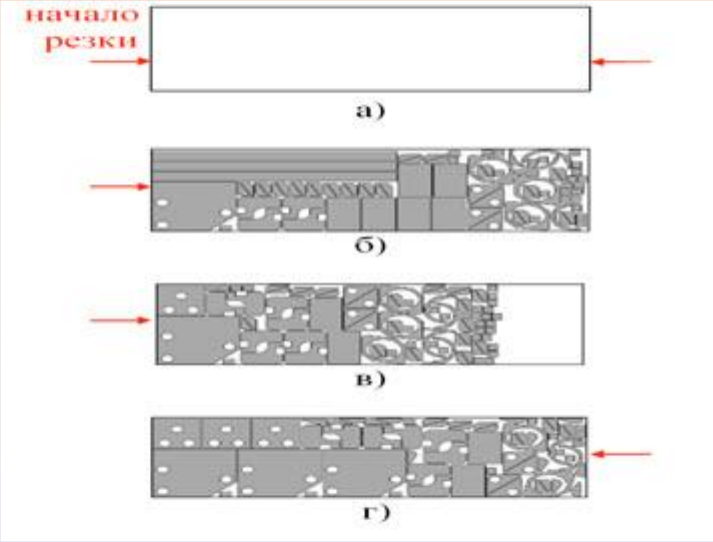
Правило «жесткости заготовки» заключается в том, что при резке контура *i* точка врезки s_i и направление резки контура выбираются таким образом, чтобы сначала вырезались участки контура, расположенные в непосредственной близости к границе материала, либо к границе вырезанной области, а завершение резки происходило по участку контура, граничащего с «жесткой» (не вырезанной) частью области.

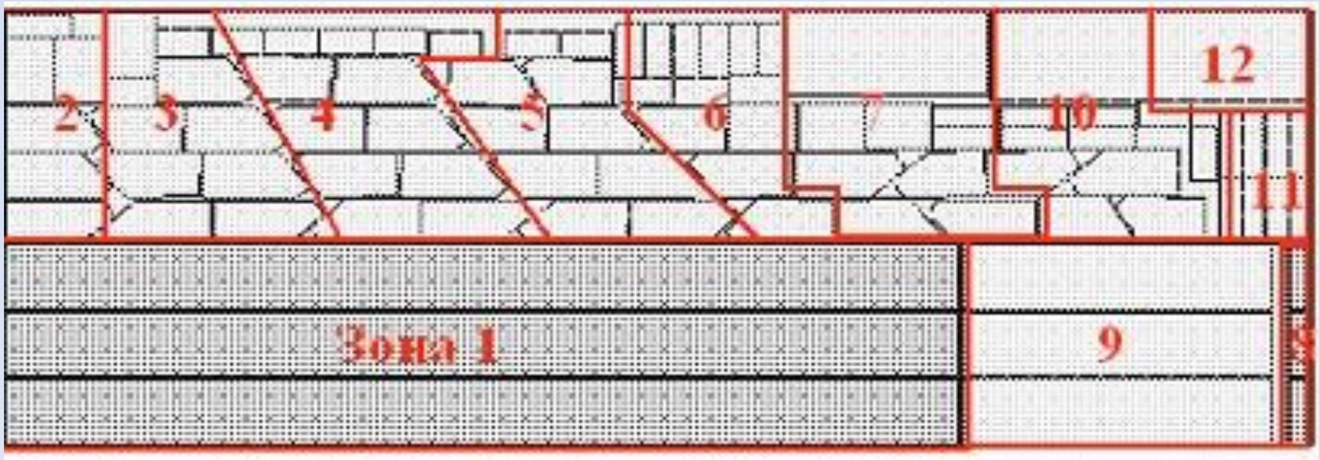
Иллюстрация правила выбора точек врезки и направления резки



Если все контуры вырезаются по часовой стрелке, то набор точек врезки 1, 4, 7 является наиболее предпочтительным, а если - против часовой стрелки, то - 4, 7, 8 (или 4,6,8). Точки 2,9 – недопустимы при любых условиях

4. Иллюстрация правила «жесткости материала», влияющих на формирование ограничений на порядок резки заготовок - ДИНАМИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ



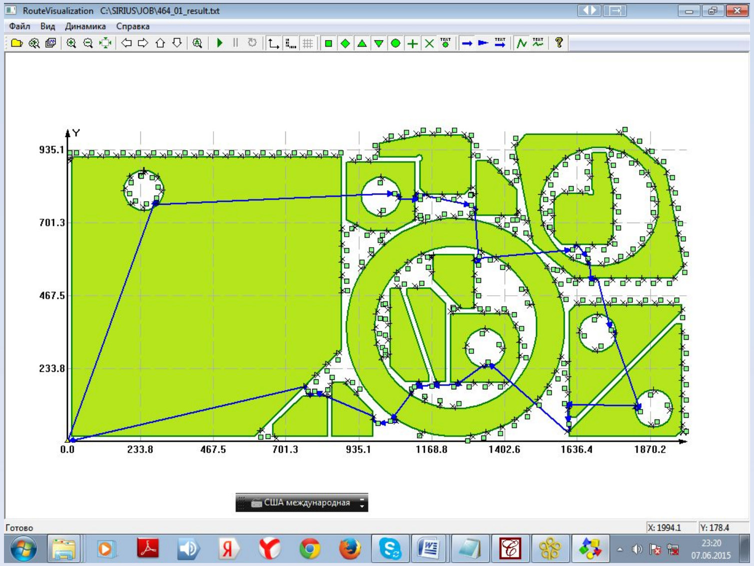


Реализованные алгоритмы для CCP и SCCP (GTSP – модель мегаполисов)

1. Exact algorithm (dynamic programming) (A.Chentsov)
2. heuristic greedy algorithms:

- Iterated greedy algorithm; (P.Chentsov)
- Iterated greedy algorithm that uses tool path modification by Bellman’s scheme. (A.Chentsov, P.Chentsov)

3. Genetic algorithms (A.Petunin, A.Sesekin, …)



Маршрутные задачи

1. Проблема маршрутизации перемещений и ее особенности, связанные с прикладными задачами.
2. Задача коммивояжера и задачи типа коммивояжера (краткий обзор).
3. Некоторые прикладные задачи с элементами маршрутизации (атомная энергетика, **машиностроение**, ...).
4. Модель мегаполисов в качестве основной конструкции в маршрутных задачах с ограничениями, ориентированных на приложения.
5. Широко понимаемое **динамическое программирование** (экономичный вариант, параллельная реализация,...).
6. Оптимизирующие вставки и итерационные режимы с использованием вставок.
7. Применение в прикладных задачах (атомная энергетика, **машиностроение**).

Задача коммивояжера и особенности прикладных задач

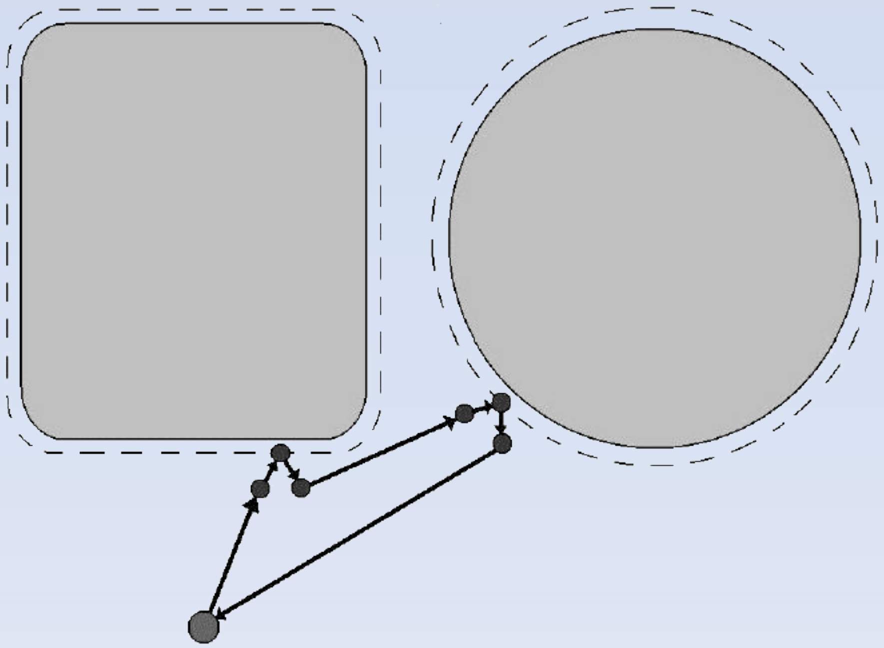
Простейшая по постановке маршрутная задача (задача коммивояжера) есть задача о выборе очередности посещения N, $N \geq 2$, городов со стартом из заданного начального пункта (базы). Число возможных вариантов (перестановок или маршрутов) есть $N!$ очень быстро растет с увеличением N. Задача считается труднорешаемой (NP-полной), возможности "прямых"переборных алгоритмов существенно ограничены. Нужны процедуры направленного перебора.

В прикладных задачах возникают осложняющие обстоятельства:

- разнообразные ограничения на выбор маршрутов и трасс
- усложненные функции стоимости (в частности, возможна зависимость от списка заданий, выполненных или, напротив, еще не выполненных)
- многовариантность перемещений (посещение мегаполисов)
- нередко исходная задача маршрутизации является дискретно-непрерывной

Задача управления режущим инструментом на машинах с ЧПУ

Так, в задаче управления инструментом при листовой резке на машинах с ЧПУ объектами посещения являются "непрерывные"(континуальные) эквидистанты контуров деталей. Интересы компьютеризации требуют дискретизации возможных непрерывных фрагментов задачи. Возникает задача о посещении **МЕГАПОЛИСОВ** с ограничениями различных типов.



Задача коммивояжера (краткие сведения)

Прототипом исследуемых задач маршрутизации является известная труднорешаемая задача коммивояжера (ЗК) или TSP. Имеется в виду задача о посещении N городов; обычно с возвратом на базу.

Некоторые монографии

- **Gutin G. and Punnen A.P.** The traveling salesman problem and its variations. Springer, 2002.
- **Cook W.J.** In pursuit of the traveling salesman: Mathematics at the limits of Computation. Princeton University Press, 2012.
- **Гимади Э.Х., Хачай М.Ю.** Экстремальные задачи на множествах перестановок. Екатеринбург, 2016.

Некоторые методы решения задачи коммивояжера

МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ:

- **Литтл Дж., Мурти К., Суини Д., Кэрел К.** *Алгоритм для решения задачи о коммивояжере // Экономика и математические методы. 1965. Т.1 (вып. 1)*

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ:

- **Беллман Р.** *Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере // Кибернетический сборник. — М.: Мир, 1964. —- Т.9. — С. 219-228.*
- **Хелд М., Карп Р.М.** *Применение динамического программирования к задачам упорядочения. // Кибернетический сборник. — М.:Мир, 1964. — Т. 9 — С. 202–218.*

Задачи типа ЗК (и сама ЗК) обсуждаются в обзоре И.И.Меламеда, С.И. Сергеева, И.Х. Сигала (АиТ, 1989, вып. 9-11).

Задача о снижении дозовой нагрузки при демонтаже излучающих элементов при аварийных ситуациях на АЭС, подобных Чернобылю и Фукусиме

Имеется N источников излучения, подлежащие демонтажу (подходы к источникам могут быть затруднены). Предполагается, что для каждого источника граница ближней зоны дискретизирована, образуя набор входов-выходов, доступных для его посещения. Требуется упорядочить посещение источников с целью их демонтажа и указать конкретную трассу, согласованную с упомянутым порядком посещения (маршрутом); цель – минимизация дозовой нагрузки исполнителя. Характерная особенность – функции стоимости, оценивающие дозы радиации, зависят от списка невыполненных заданий: "светят" те и только те источники, которые не демонтированы на текущий момент времени.

Задача управления инструментом при листовой резке на машинах с ЧПУ

РЕЗКА ПО ЗАМКНУТОМУ КОНТУРУ. Имеется прямоугольник П на плоскости $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, стартовая точка $\mathbf{x}_0 \in \Pi$ (выбор $\mathbf{x}_0$ может оптимизироваться) и попарно непересекающиеся контура (замкнутые кривые) $\mathbb{K}_1, ..., \mathbb{K}_N,\ N \geq 2$. Контура снабжены эквидистантами $\mathcal{M}_1,\ ..., \mathcal{M}_N$; резка осуществляется **по эквидистантам** (безопасный режим), перемещения между эквидистантами – в режиме холостого хода (быстрые перемещения). По окончанию резки – перемещение в точку парковки $\mathbf{x}^0 \in \Pi$ (часто $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}^0$). Одна деталь может содержать **несколько** контуров. Резка внутренних контуров должна осуществляться **раньше**, чем резка внешнего. Возможны "матрешки"(размещение одних деталей внутри других);

Модель задачи о посещении мегаполисов

Даны $X \neq \emptyset,\ x^0 \in X$, эквидистанты замкнутых контуров

$$\mathcal{M}_1,\ \ldots, \mathcal{M}_N,$$

где $N \geq 2$; $\mathcal{M}_i \cap \mathcal{M}_j = \emptyset$ при $i \neq j$; $x^0 \notin \mathcal{M}_t\ \forall t \in \overline{1, N}$ (здесь $\overline{1, N} = \{1, \ldots, N\}$) Требуется организовать перемещения

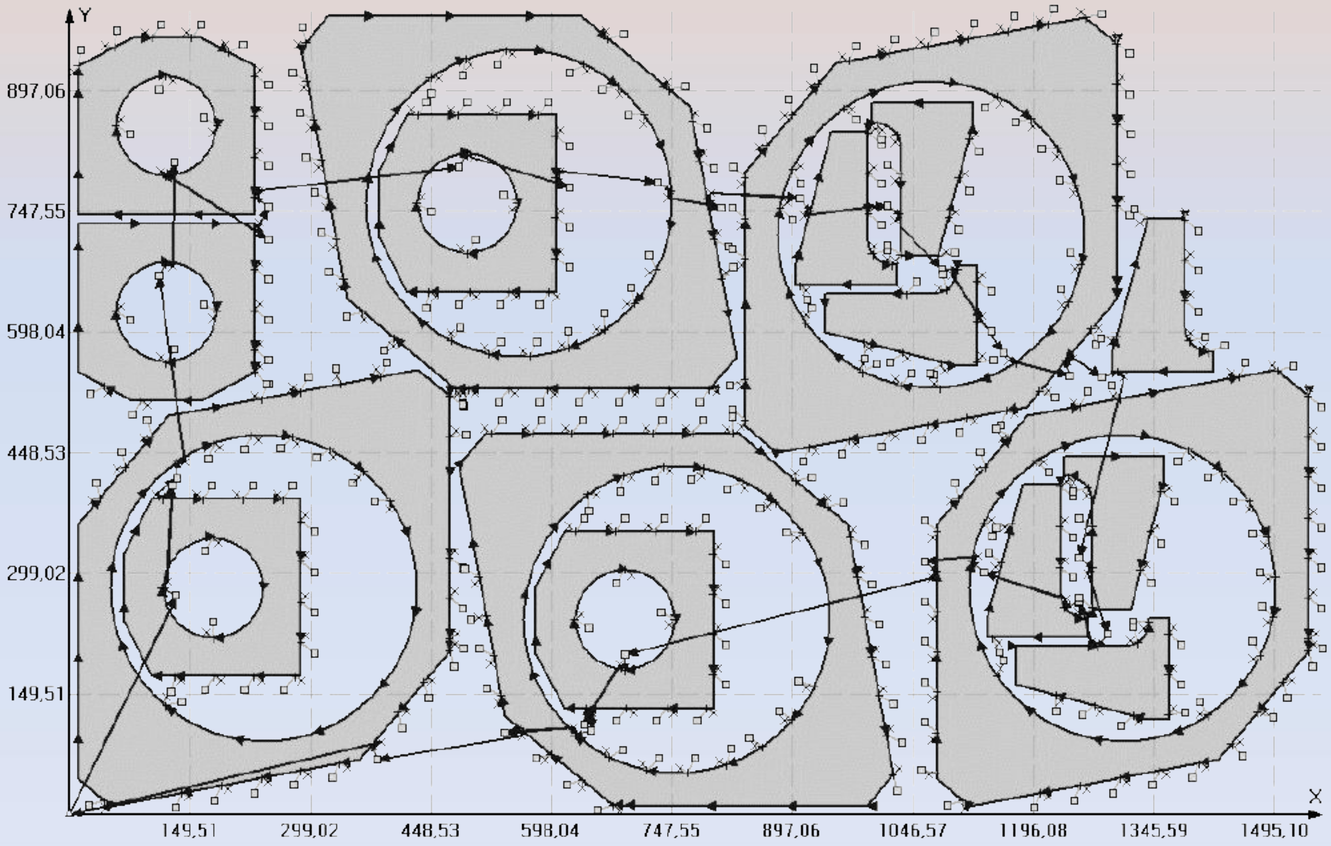
$$(\mathbf{x}_0 = x^0) \longrightarrow (\mathbf{x}_1 \in \mathcal{M}_{\alpha(1)}) \longrightarrow \ldots \longrightarrow (\mathbf{x}_N \in \mathcal{M}_{\alpha(N)}),$$

где α — перестановка индексов из $\overline{1, N}$, удовлетворяющая дополнительным ограничениям (условия предшествования). События $\mathbf{x}_s \in \mathcal{M}_{\alpha(s)}$ лишь приближенно характеризуют последовательный процесс, связанный с резкой по замкнутому контуру (точнее, по его эквидистантам $\mathcal{M}_{\alpha(s)}$). Требуется врезка, перемещение по эквидистанте, прибытие в точку выключения инструмента.

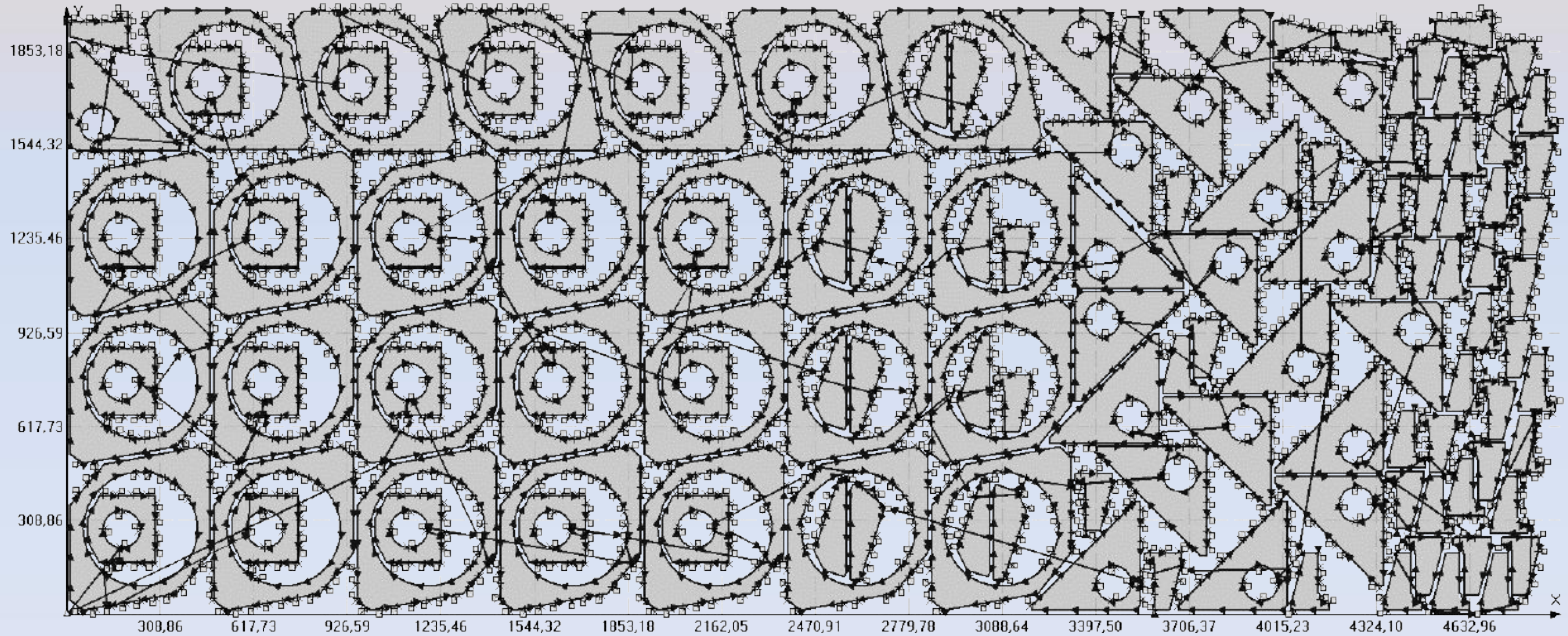
Простейшая модель задачи с мегаполисами

Однако сейчас на макроуровне ограничиваемся вышеупомянутой моделью, получая дискретно-непрерывную экстремальную маршрутную задачу, в которой α – маршрут (этих маршрутов $N!$), а $(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_N)$ – трасса, согласованная с маршрутом. Перемещения оцениваются заданными функциями стоимости, а все решение (пара маршрут-трасса) характеризуется суммой стоимостей перемещений. Получили аддитивный критерий, который следует минимизировать посредством выбора $(\alpha, \mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_N)$ при **обязательном** соблюдении ограничений (одно из них – условия предшествования: резка (по эквидистантам) внутренних контуров должна осуществляться раньше, чем резка внешних).

Пример оптимального решения задачи при условиях предшествования и ограничениях в виде "тепловых" допусков.



Пример решения задачи эвристическим алгоритмом при условиях предшествования и ограничениях в виде "тепловых" допусков (200 контуров)



ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

- Дискретизация эквидистант и переход к модели мегаполисов (переход к переборным "компьютеризируемым"задачам, аппроксимирующим по результату исходную дискретно-непрерывную задачу)
- расширение задачи о посещении мегаполисов
- применение (нестандарного) динамического программирования (ДП), включая вывод уравнения Беллмана
- построение экономичной (за счет условий предшествования) версии ДП, **НЕ ПРЕДУСМАТРИВАЮЩЕЙ** вычисления всего массива значений функции Беллмана. Практическое решение достигается для задач умеренной размерности (параллельные алгоритмы для МВС и многоядерных ПЭВМ). В задачах большой размерности – построение оптимизирующих вставок и итерационых процедур с использованием вставок

Спасибо за внимание!