

Лекция 6

Контрольный вопрос

Труба и цилиндр, обладающие одинаковыми радиусами, массой и длиной (высотой), вращаются относительно их продольных центральных осей с одинаковой угловой скоростью.

Большей вращательной кинетической энергией обладает:

- а) полая труба,**
- б) сплошной цилиндр,**
- в) они обладают одинаковыми значениями вращательной кинетической энергии,**
- г) невозможно определить.**

$$T = I\omega^2 / 2. \quad I = \int R^2 dm. \quad I_{\text{труба}} > I_{\text{цилиндр}} \quad \mathbf{а)}$$

Содержание предыдущей лекции

Кинематика и динамика вращательного движения

- Момент инерции. Теорема Штейнера.
- Кинетическая энергия вращательного движения твердого тела.
- Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела с закрепленной осью вращения.
- Момент импульса тела. Закон сохранения момента импульса.

Содержание сегодняшней лекции

Кинематика и динамика вращательного движения

- Гироскопические силы. Гироскопы и их применение в технике.

Релятивистская механика

- Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна
- Относительность одновременности и преобразования Лоренца.
- Парадоксы релятивистской кинематики: сокращение длины и замедление времени в движущихся системах отсчета.
- Преобразования скоростей в релятивистской кинематике.

Гирскопические силы

Гирскоп (волчок) – массивное симметричное тело, вращающееся с большой скоростью вокруг оси симметрии.

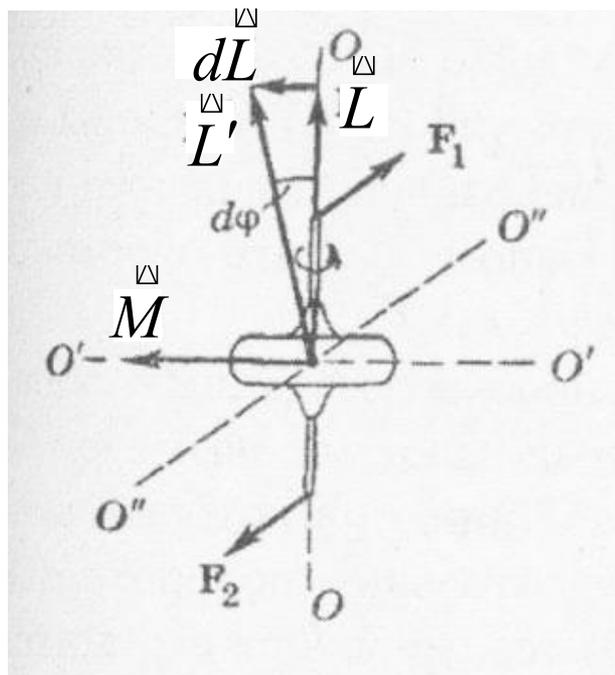


Неизменность ориентации оси гироскопа в пространстве -

$$\vec{L} = I\vec{\omega}.$$

Гирскопические силы

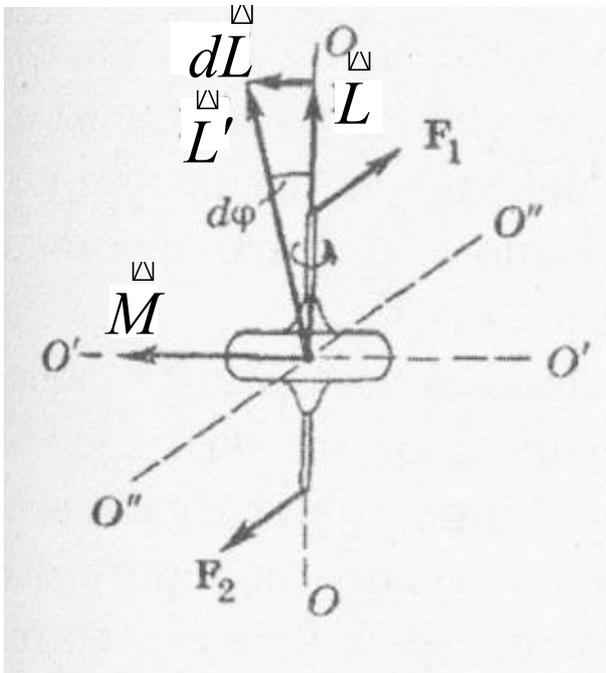
Допущение: действие пары сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .



Направление момента \vec{M} сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2
– вдоль прямой $O''O''$.

Ожидаемый поворот оси
гироскопа в пространстве
вокруг оси $O'O'$.

Гирскопические силы

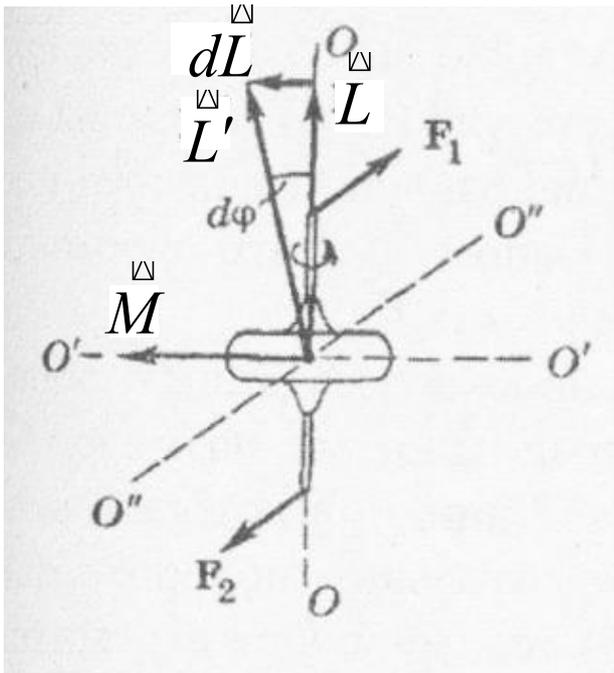


Гирскопический эффект – поворот под действием пары сил оси гироскопа OO вокруг прямой $O''O''$ вместо ожидаемого поворота вокруг оси $O'O'$.

Эквивалентность поворота вектора L момента импульса и оси гироскопа.

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \sum \vec{M}_{\text{внешн}}$$

Гирскопические силы



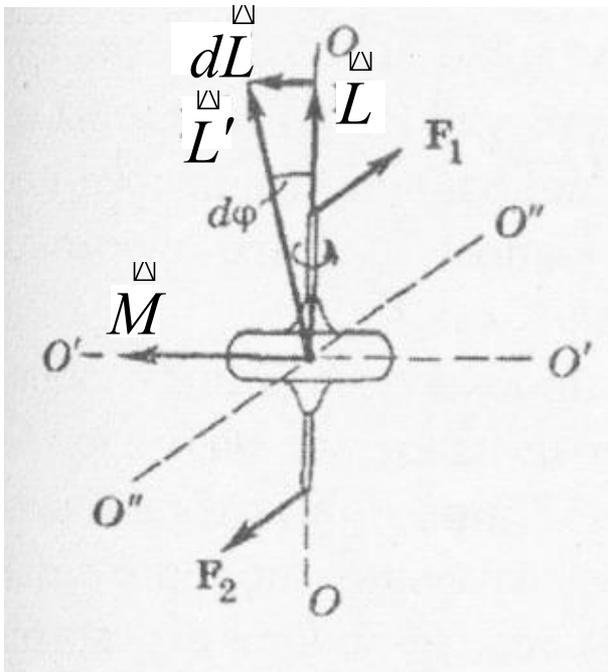
Приращение момента импульса гироскопа за время dt равно

$$d\vec{L} = \vec{M} dt.$$

$$t' = t + dt \quad \vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$$

Совпадение нового направления оси гироскопа с направлением вектора \vec{L}' .

Гирскопические силы



Поворот оси гироскопа вокруг
прямой $O''O''$ на угол

$$d\varphi = \left| \frac{dL}{L} \right| = M dt / L.$$

Угловая скорость поворота

$$\omega'' = d\varphi / dt = M / L.$$

Обратный эффект:

**возникновение гироскопических сил,
стремящихся сохранить прежнюю ориентацию,
при попытке вызвать поворот оси гироскопа.**

$$M = \omega'' L. \quad \vec{M} = \left[\omega'' \vec{L} \right].$$

Свойства свободного гироскопа

- **сохраняет положение оси вращения в пространстве;**
- **устойчив к ударным воздействиям;**
- **обладает необычной реакцией на действие внешней силы;**
- **безынерционен.**



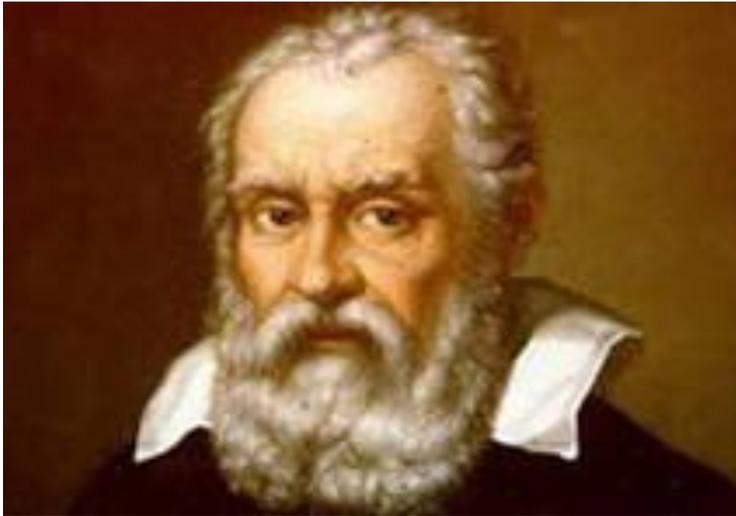
Гироскопы и их применение в технике

- **гироскопы для ручного или автоматического управления судном,**
- **системы навигации и стабилизации,**
- **системы наведения орудий,**
- **датчики движения,**
- **генераторы момента силы.**



Релятивистская механика

Принцип относительности Галилея



Галилео Галилей
(15 февраля 1564 - 8 января 1642)
итальянский ученый, один из
великих философов нового
времени, основателей точного
естествознания.

- **зложил основы классической механики, в частности динамики,**
- **открыл закон инерции, законы свободного падения, движения тела по наклонной плоскости и тела, брошенного под углом к горизонту, закон сложения движений и закон постоянства периода колебаний маятника,**
- **исследовал прочность материалов,**
- **создал телескоп с 32-кратным увеличением,**
- **обнаружил фазы у Венеры, пятна на Солнце, четыре спутника у Юпитера и горы на Луне.**

Принцип относительности Галилея

Неизменность уравнений динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Инвариантность уравнений динамики по отношению к преобразованию координат, соответствующему переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Принцип относительности Галилея

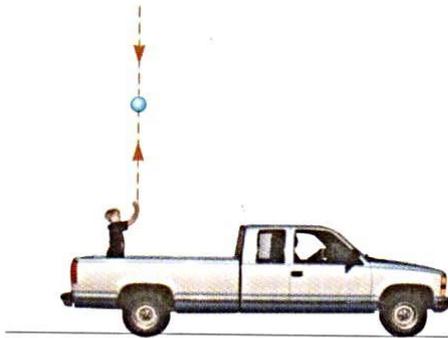
Эквивалентность всех инерциальных систем отсчета.

Невозможность

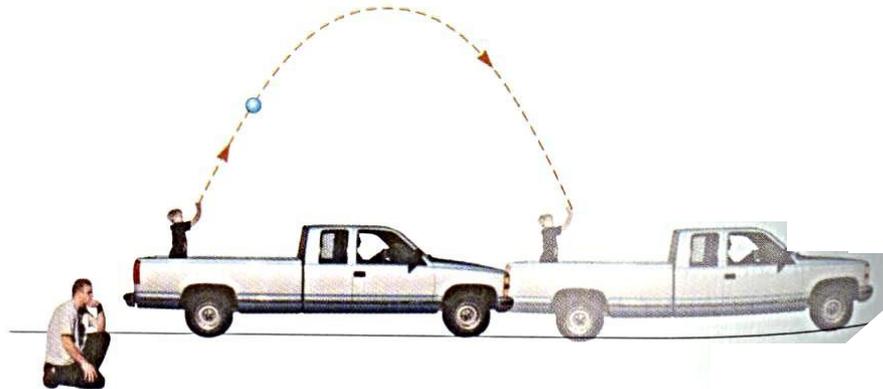
установления какими-либо механическими опытами, проведенными в пределах инерциальной системы отсчета, находится ли она в состоянии покоя или в состоянии равномерного и прямолинейного движения.

Принцип относительности Галилея

**Одинаковость законов механики
в различных системах отсчета.**



**Система отсчета
движущегося грузовика.**

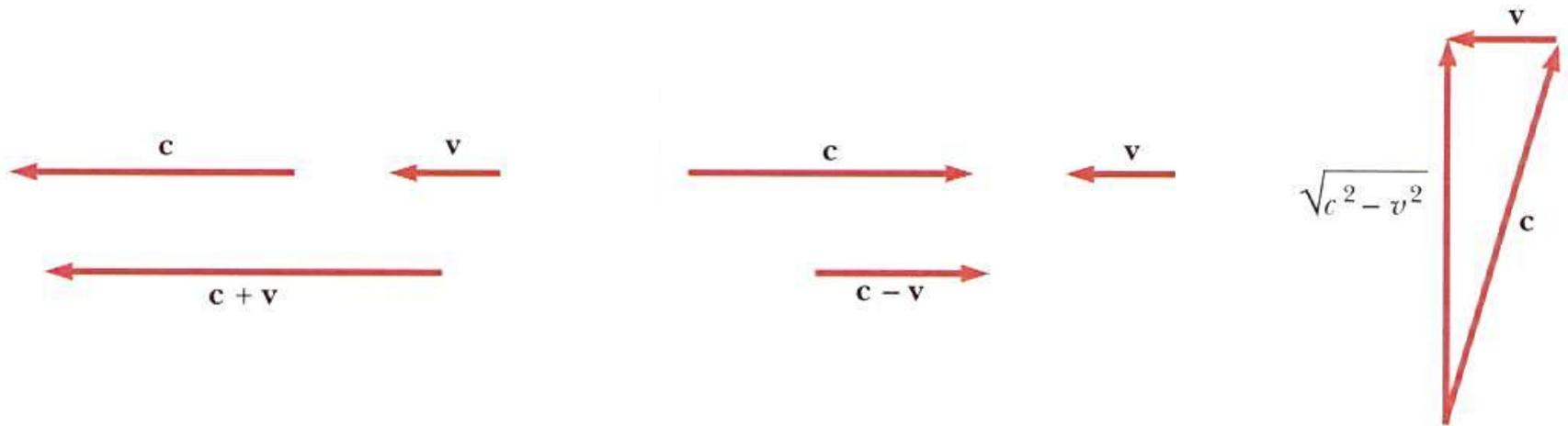


**Система отсчета
наблюдателя на земле.**

**Невозможность выявления различий в поведении тел в
различных инерциальных системах отсчета с помощью
экспериментов в рамках механики.**

Классическая (ньютоновская) механика

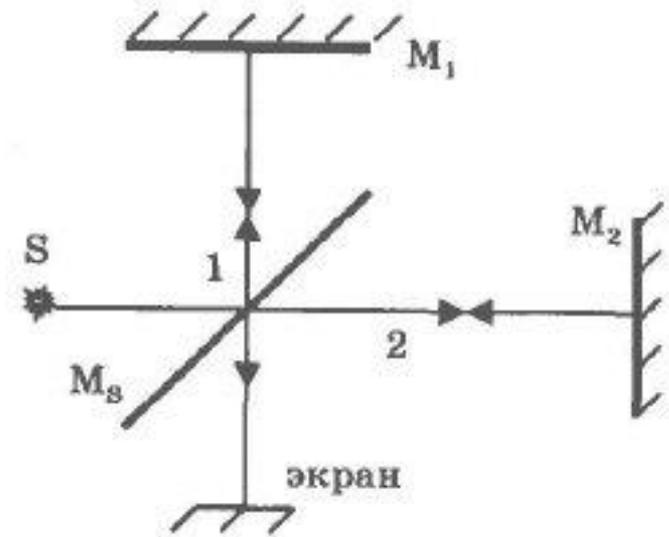
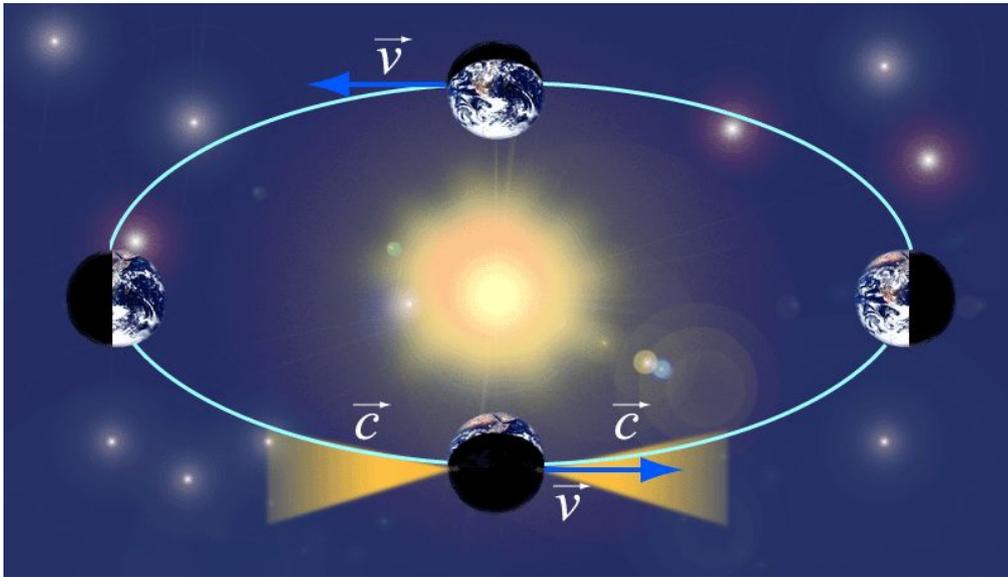
Предположение о существовании некой среды (эфира, особой инерциальной системы), в которой распространяется свет.



Допущение возможности превышения скорости света в вакууме.

Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна

Опыт Майкельсона-Морли



Отсутствие специальной инерциальной системы отсчета (эфира) – независимость скорости света от скорости и направления движения источника света.

Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна

Принцип относительности Эйнштейна:

**все законы природы одинаковы
во всех инерциальных системах отсчета,**

**уравнения, выражающие законы природы,
инвариантны по отношению к преобразованию координат и
времени от одной инерциальной системы отсчета к другой.**

Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна

Принцип постоянства скорости:

Скорость света в вакууме одинакова и равна $c = 3,00 \times 10^8$ м/с во всех инерциальных системах отсчета независимо от скорости наблюдателя или скорости источника света.

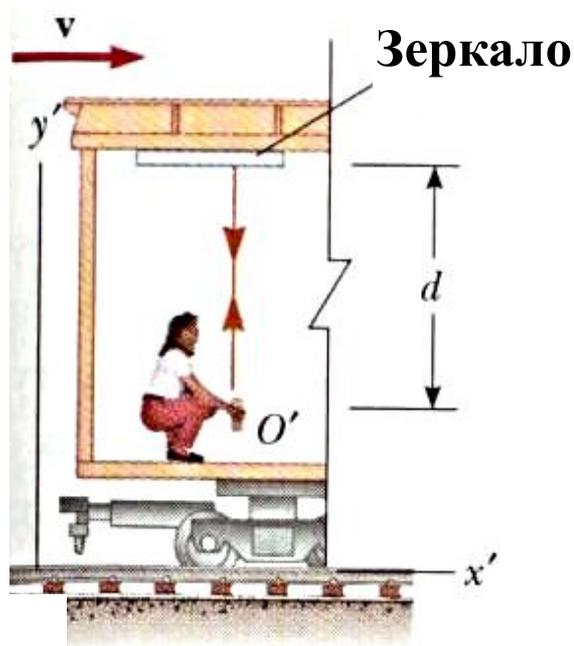
Промежуток времени между событиями

Следствие постоянства скорости света в вакууме и ее независимости от движения источников света – относительность понятия одновременности событий.

Взаимосвязь пространства и времени с образованием единого пространства-времени.

Промежуток времени между событиями

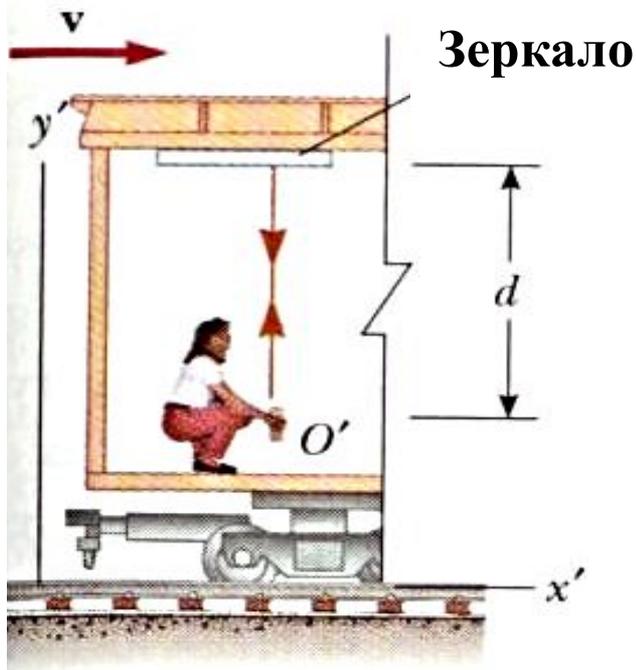
Система отсчета, связанная с движущимся вагоном, - наблюдатель в точке O' .



Событие 1 - вспышка света в точке O' ,
событие 2 - возвращение вспышки света после отражения от зеркала к наблюдателю в ту же точку O' .

Происхождение событий в одной и той же точке пространства движущегося вагона.

Промежуток времени между событиями

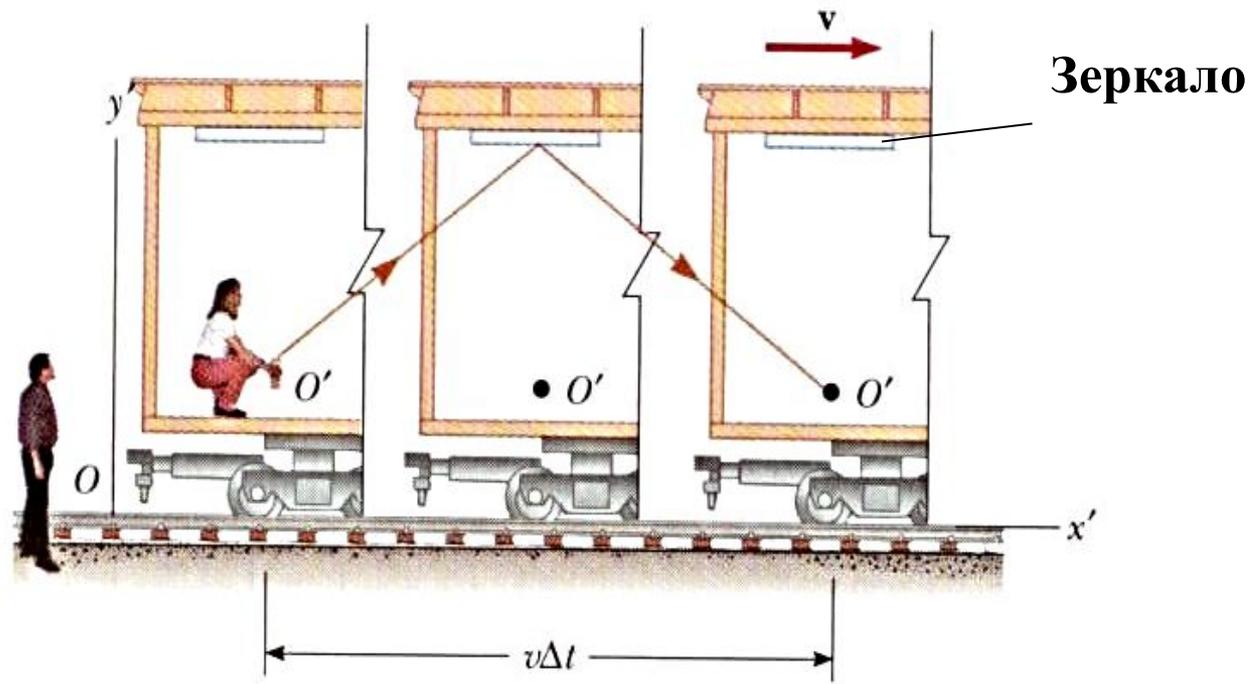


Собственное время Δt_p – промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам наблюдателя, находящегося в вагоне.

$$\Delta t_p = \frac{\text{пройденный путь}}{\text{скорость}} = \frac{2d}{c}$$

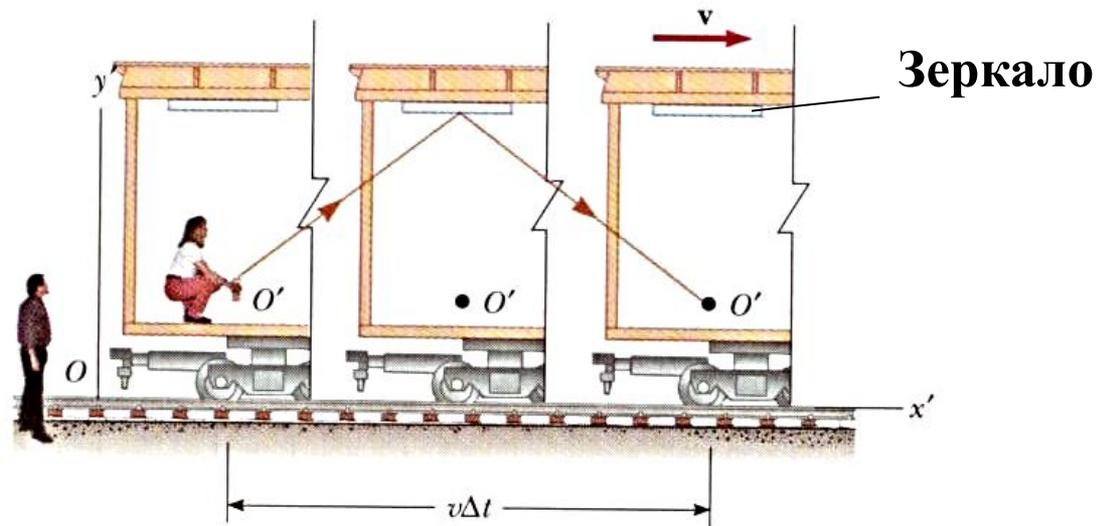
Промежуток времени между событиями

Неподвижная система отсчета (НСО), связанная с перроном, – наблюдатель на перроне в точке O .



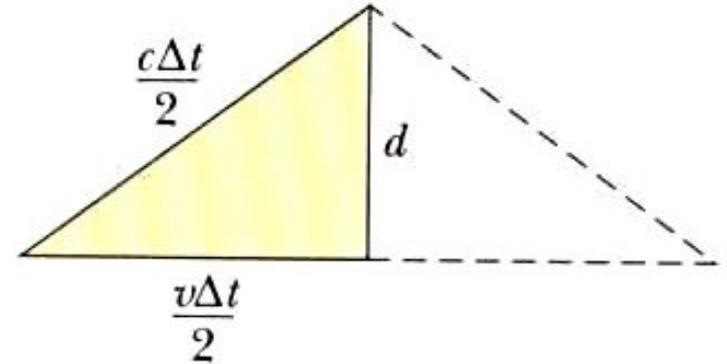
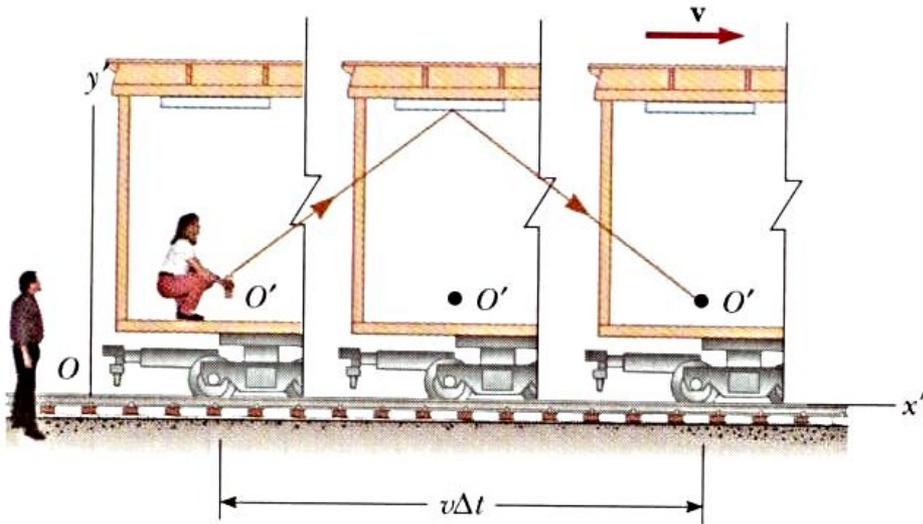
Промежуток времени между событиями

Система отсчета, связанная с вагоном, - движущаяся система отсчета по отношению к событиям, происходящим в НСО, связанной с перроном.



Событие 1 - вспышка света в вагоне,
событие 2 - попадание вспышки света после отражения от зеркала в ту же точку вагона, сместившуюся на $v\Delta t$ по отношению к наблюдателю на перроне.

Промежуток времени между событиями



$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- промежуток времени,
измеренный по часам наблюдателя, находящегося на перроне.

Промежуток времени между событиями

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \gamma > 1 \quad (v < c)$$

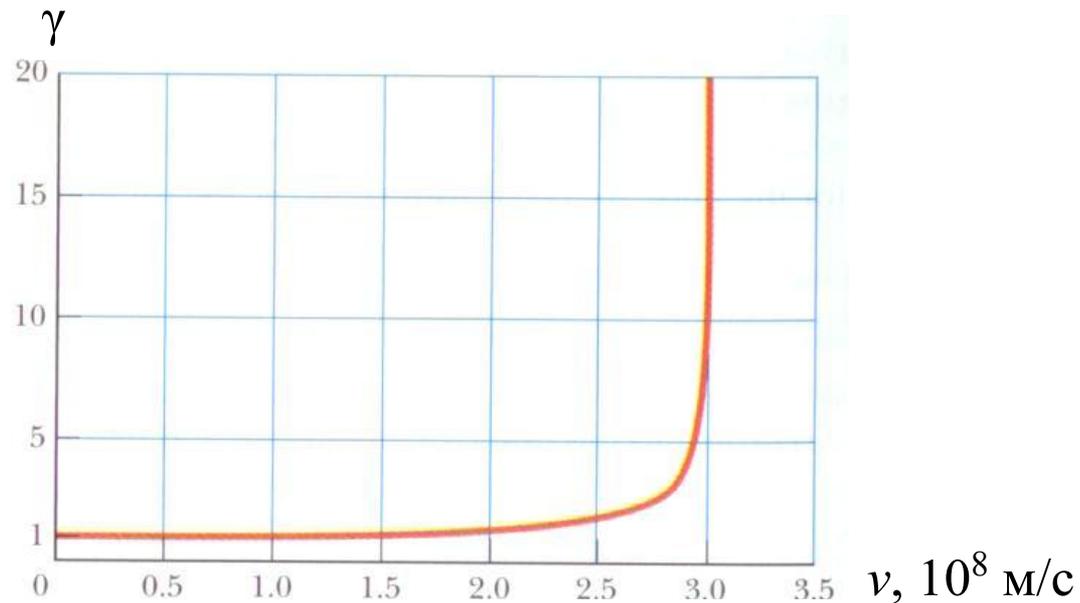
$$\Delta t > \Delta t_p$$

Различие во временных интервалах между одинаковыми событиями, происходящими в движущейся (вагон) и неподвижной (перрон) СО.

Часы в движущейся СО отсчета кликают реже, чем в неподвижной, - эффект сжатия времени.

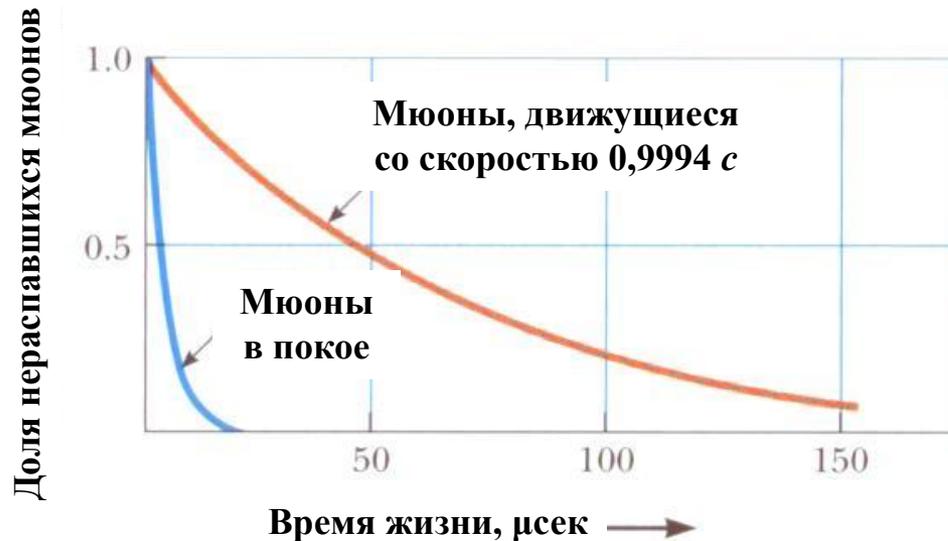
Промежуток времени между событиями

Значимость эффекта сжатия времени
только для больших скоростей



Промежуток времени между событиями

Сжатие времени – возможность мюонам (элементарным частицам в космических лучах) достичь поверхности Земли.



Промежуток времени между событиями

Парадокс близнецов



До полета

После полета

Необходимость учета того, что лишь близнец на Земле находился в инерциальной системе отсчета.

Сокращение длины в движущихся системах отсчета

Наблюдатель на Земле

(неподвижный по отношению к звездам):

L_p – расстояние между двумя звездами (собственное расстояние, т.к. измеряется в покоящейся системе отсчета),

v – скорость космического корабля,

$\Delta t = L_p / v$ – время, необходимое для преодоления расстояния между звездами, измеренное по часам наблюдателя на Земле.

Сокращение длины в движущихся системах отсчета

Космонавт, летящий от одной звезды к другой:

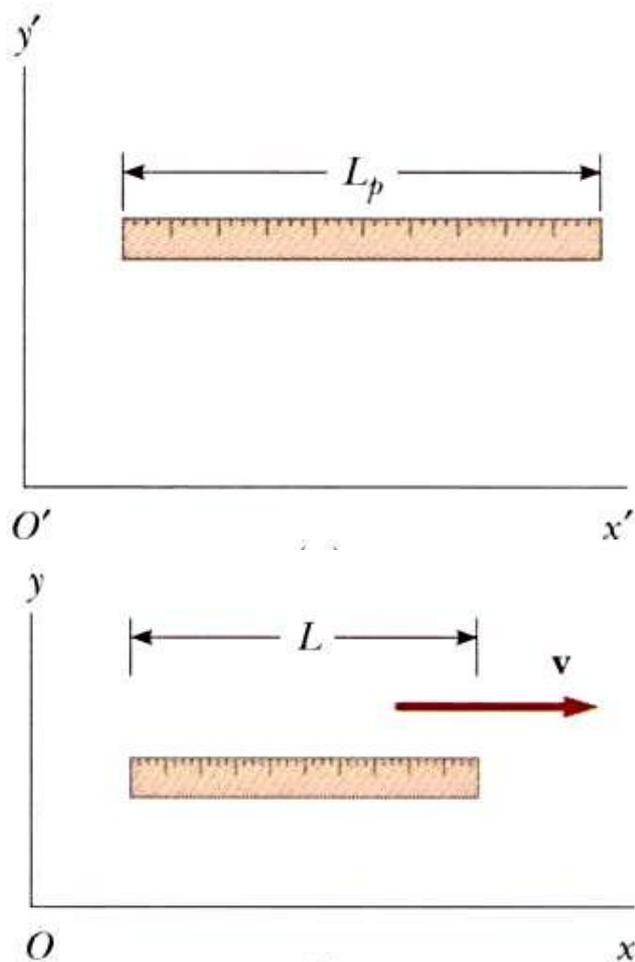
$\Delta t_p = \Delta t / \gamma$ – время, необходимое для преодоления расстояния между звездами, с точки зрения космонавта.

Измерение промежутка времени Δt_p полета между звездами в одной и той же точке движущейся системы отсчета (ракете).

$L = v \Delta t_p$ – расстояние между двумя звездами, измеренное в движущейся системе отсчета (космонавтом в ракете).

$$L = v \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{L_p}{\gamma} = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

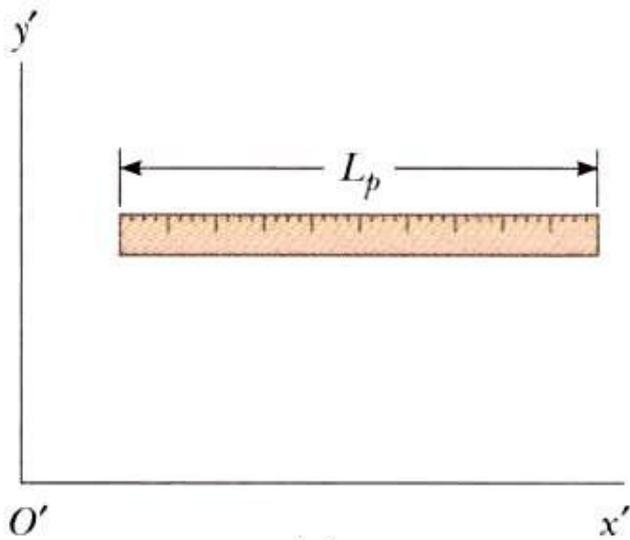
Сокращение длины в движущихся системах отсчета



L_p – длина стержня, измеренная (наблюдателем) в системе отсчета (на Земле), относительно которой он покоится.

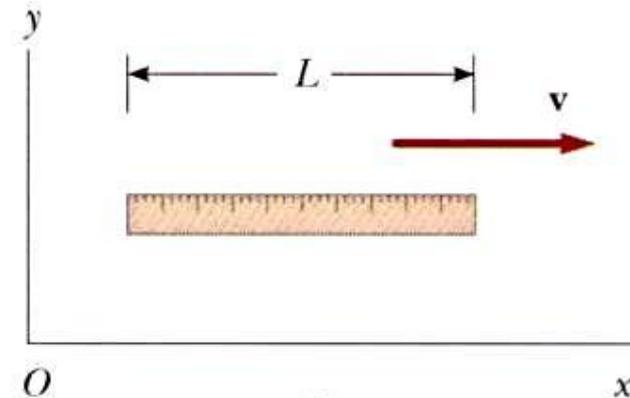
L – длина стержня, измеренная (космонавтом) в системе отсчета (ракета), относительно которой он движется.

Сокращение длины в движущихся системах отсчета



$$L = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1 \quad L < L_p$$



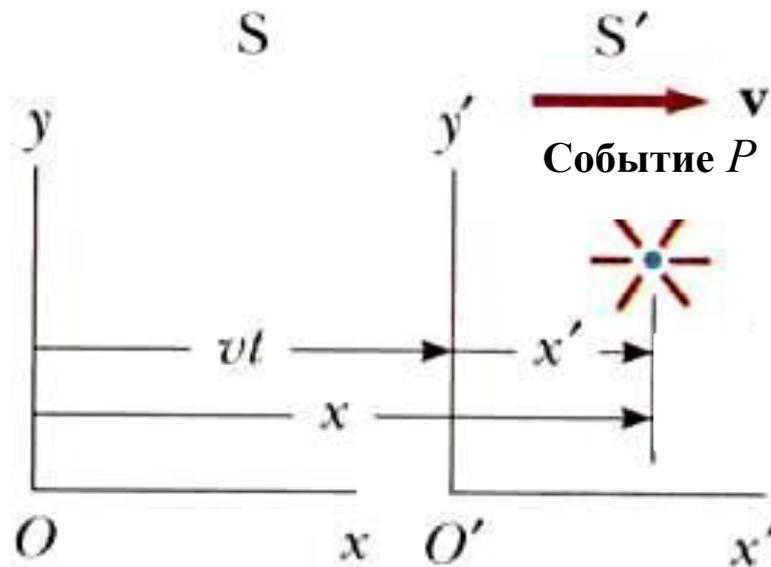
НСО: сокращение длины движущегося объекта по сравнению с его длиной в состоянии покоя.

Изменение размеров тела – только в направлении движения.

Преобразования систем координат

Координаты события в точке P :

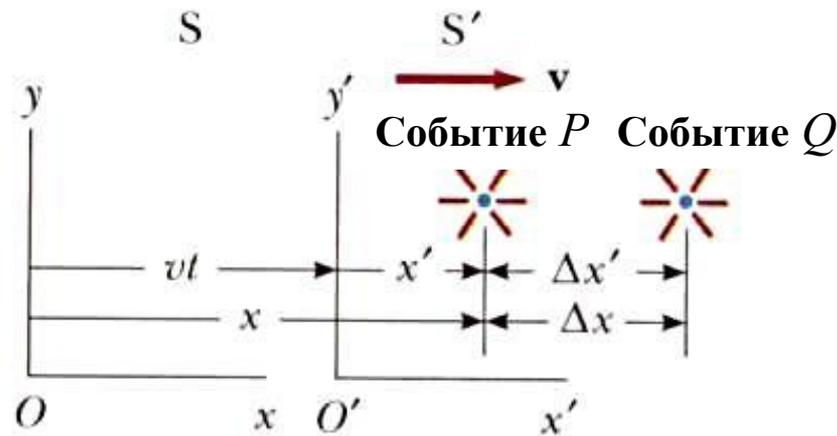
для наблюдателя в системе отсчета $S - (x, y, z, t)$,
для наблюдателя в системе отсчета $S' - (x', y', z', t')$.



Преобразования Галилея

События P и Q :

согласно преобразованиям Галилея $\Delta x = \Delta x'$ -
независимость расстояния между двумя точками
от того движется наблюдатель или нет.



**Эксперимент: несправедливость преобразований Галилея
при скоростях, близких к c , –
движение приводит к сокращению длины.**

Преобразования Лоренца

Уравнения преобразований Лоренца,
справедливые для всех скоростей

$$S \rightarrow S'$$

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$S' \rightarrow S$$

$$x = \gamma(x' + vt') \quad y = y' \quad z = z' \quad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

$v \ll c$ – получение уравнений Галилея из уравнений Лоренца

$$S \rightarrow S'$$

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

Преобразования Лоренца

Расстояние между событиями

$$\left. \begin{aligned} \Delta x' &= \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ \Delta t' &= \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) \end{aligned} \right\} S \rightarrow S' \quad \left. \begin{aligned} \Delta x &= \gamma(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta t &= \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right) \end{aligned} \right\} S' \rightarrow S$$

$\Delta x' = x'_2 - x'_1$, $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ - измерения наблюдателем в СО S'

$\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$ - измерения наблюдателем в СО S

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

**Движение двух наблюдателей друг относительно друга
и отслеживание одного и то же события
(движения одного и того же объекта).**

Малые скорости: преобразования Галилея $u'_x = u_x - v$

Большие скорости: преобразования Лоренца ???

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

Движение системы отсчета S'
по отношению к системе отсчета S
со скоростью v в положительном направлении оси x .

Уравнения Лоренца:

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

Результат дифференцирования уравнений Лоренца:

$$dx' = \gamma(dx - vdt) \qquad dt' = \gamma\left(dt - \frac{v}{c^2}dx\right)$$

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - v dt}{dt - \frac{v}{c^2} dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right)} \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right)}$$

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

$$S \rightarrow S' \quad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

$$v \ll c \quad u'_x \approx u_x - v \quad (\text{преобразование Галилея})$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

**Независимость скорости распространения света
от скорости движения системы отсчета**

$$u_x = c \quad u'_x = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c \left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v}{c}} = c$$

$$S \rightarrow S' \quad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

Преобразования Лоренца

Преобразование скоростей

$$v \rightarrow -v \quad u_x \rightarrow u'_x$$

$$S' \rightarrow S \quad u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

Контрольный вопрос

Команда космического корабля смотрит 2-часовой фильм на борту корабля.

Для наблюдателя на Земле, смотрящего тот же фильм с помощью телескопа через иллюминатор корабля, продолжительность фильма:

а) > 2 часов, б) < 2 часов, в) $= 2$ часам.