

Объём цилиндра

Урок 34

Решение задач

№ 663 г

Вопросы для повторения:

- Что называется цилиндром, осью цилиндра, высотой цилиндра, радиусом цилиндра?
- Что является основанием цилиндра?
- Что является развёрткой боковой поверхности цилиндра?

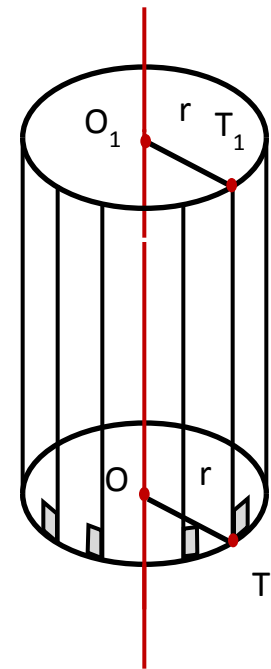
Что называется цилиндром, осью цилиндра, высотой цилиндра, радиусом цилиндра?

Цилиндр — тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами $O(r)$, $O_1(r)$

Ось цилиндра — прямая OO_1

Высота цилиндра — длина образующей

Радиус цилиндра — радиус основания



Что является основанием цилиндра?

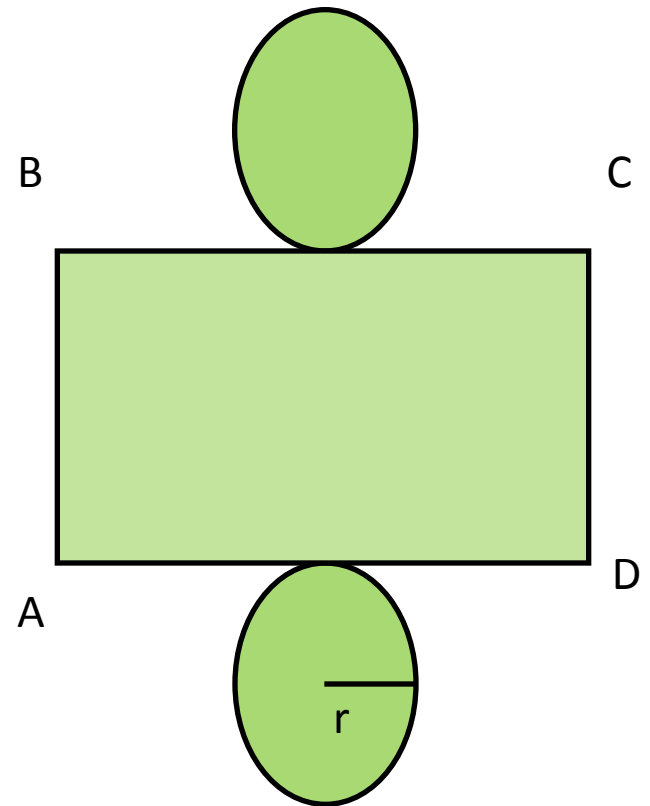


Круги — основания цилиндра

Что является развёрткой боковой поверхности цилиндра?



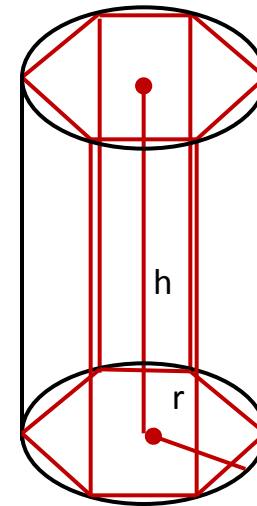
Развёртка боковой поверхности цилиндра — прямоугольник со сторонами, равными высоте цилиндра и длине окружности основания





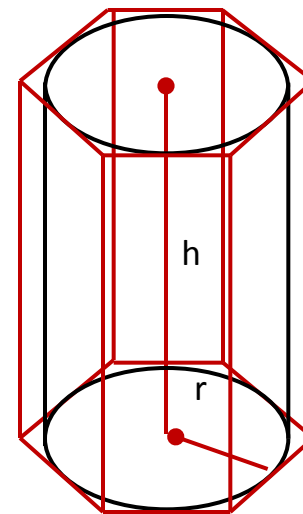
Определение

Призма вписана в цилиндр, если её основания вписаны в основания цилиндра



Определение

Призма описана около цилиндра, если её основания описаны около основания цилиндра





Теорема

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту

$$V = \pi r^2 h$$

Теорема

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту

Дано

• цилиндр

P — h —

радиус, высота
Доказать: $V_{\text{цил.}} = S_{\text{осн.}} \cdot h$

Доказательств

во: n -угольная призма, вписанная в цилиндр P радиуса r и высотой h

P_n — цилиндр, r_n — радиус

F_n — описанная призма для

P и V_n — объёмы цилиндров P и P_n

$$F_n = S_n \cdot h, S_n$$

S_n — площадь основания призмы P_n

$P \supset F_n \supset P_n$

$$\Rightarrow V_n < S_n \cdot h < V \quad (1)$$

$$n \rightarrow \infty, r_n \rightarrow r \Rightarrow V_n \rightarrow V$$

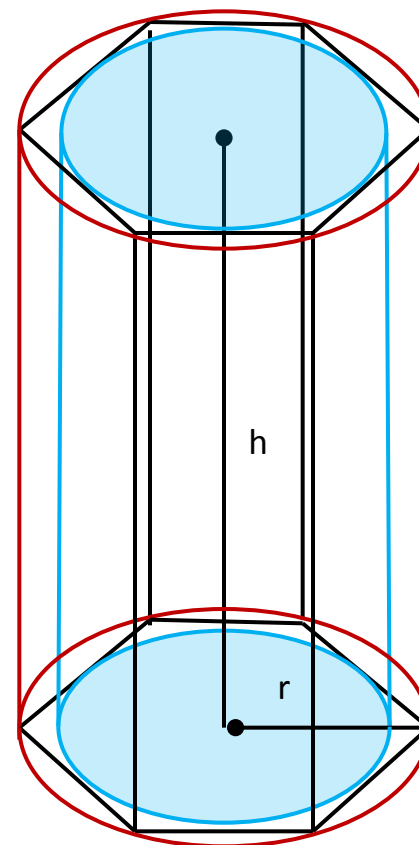
$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = V$$

$$(1) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n \cdot h = V$$

$$\text{Но } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pi r^2$$

$$V = \pi r^2 h$$

Теорема
доказана



Решение упражнений

№ 666 (ав)

Задача

1 Дано

цилиндр

V — объём, r — радиус

h — высота

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \end{array} \right\} \Rightarrow h = 3 \text{ см}$$

б) $r = h, V = 8\pi \text{ см}^3$

Найти: а) V , б)

Решени

а) $V = \pi r^2 h$

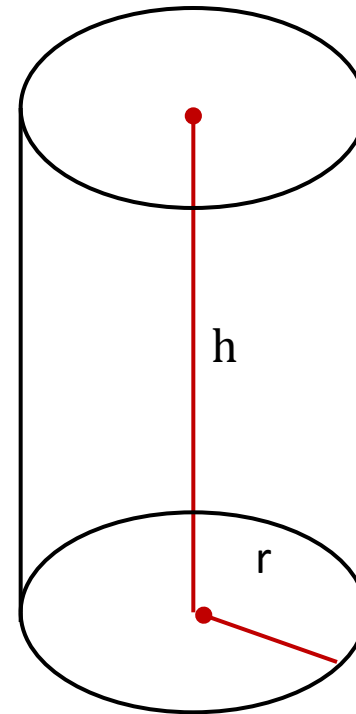
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Ответ: $V = 24\pi \text{ см}^3$

б) $V = \pi r^2 h$

$r = h, V = \pi h^2 h = \pi h^3$

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$



$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Ответ: $h = 2 \text{ см}$

Задача

Дано

цилиндры

$$h_1 = 45 \text{ см}$$

$V_1 = V_2$ — объём жидкости

$$d_2 = 3d_1$$

Найти:

h_2
Решени

$$V_1 = V_2$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot 45$$

$$V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2$$

$$\pi r_1^2 \cdot 45 = \pi r_2^2 \cdot h_2$$

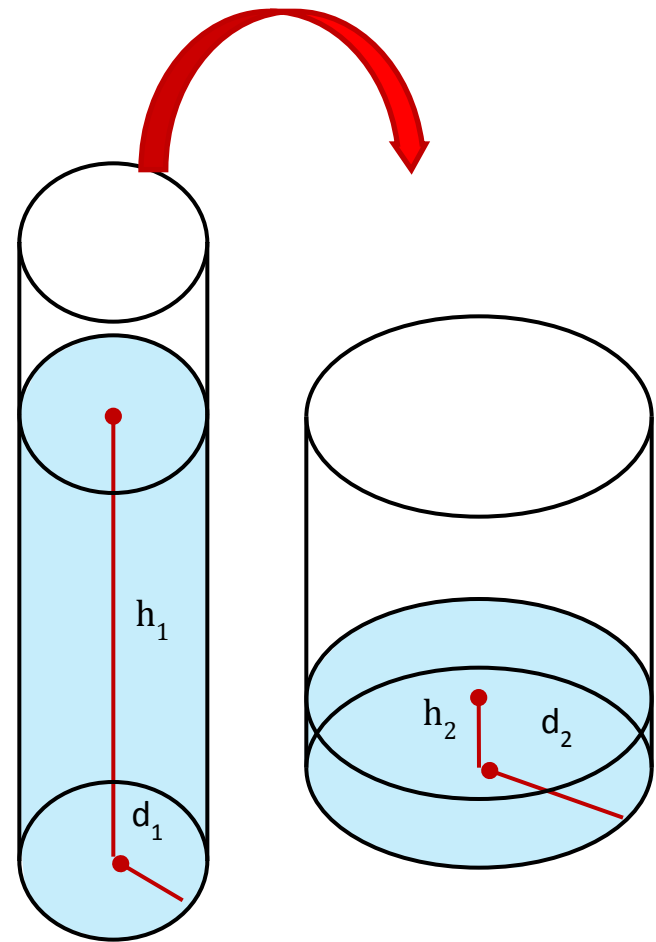
$$d_2 = 3d_1, r_2 = 3r_1$$

$$r_1^2 \cdot 45 = (3r_1)^2 h_2$$

$$r_1^2 \cdot 45 = 9r_1^2 h_2$$

$$h_2 = 5 \text{ см}$$

Ответ: $h_2 = 5 \text{ см}$



Задача

Дано

цилиндр, конус

R — общий радиус

h — общая высота

$$V_{\text{к.}} = 42$$

Найти:

Решени

Объём конуса:

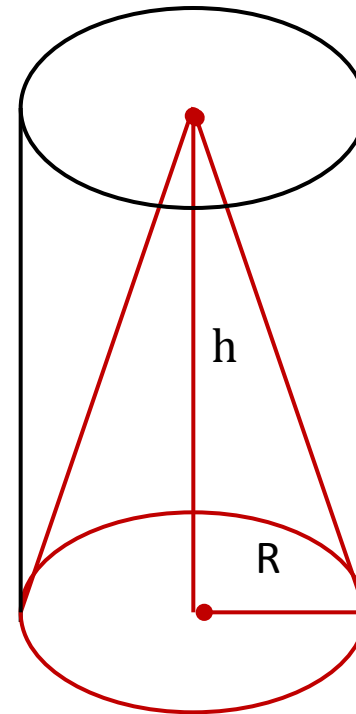
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Объём цилиндра:

$$V_{\text{ц.}} = S_{\text{осн.}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h$$

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{ц.}} = 3 \cdot 42 = 126$$

Ответ: $V_{\text{ц.}} = 126$



Домашнее задание

- П.77
- № 666 б
- № 667