

Лекция 4

Электрическое поле, его характеристики, свойства.

Поле диполя.

Диполь в однородном и неоднородном электрическом поле.

Постоянный ток, его характеристики и законы.

Электропроводность металлов, электролитов, газов.

Связь с последующей деятельностью

Изучение курса «Биофизика»:

1. Биологическая электродинамика
2. Электрография

Практическое применение:

1. Электрографические методы исследования:
электрокардиография, энцефалография, миография.
2. Физиотерапия.

Электрический заряд – свойство тела, приобретаемое им или принадлежащее ему

Приобретение – за счет внешнего воздействия на тело:
электризация трением, облучение,
электролитическая диссоциация и т.д.

Заряды элементарных частиц (электроны, протоны) – их неотъемлемые свойства

Проявление свойства: взаимодействие с другими заряженными телами

Притяжение
Отталкивание } → два вида зарядов: (+) и (-)

Фундаментальный закон сохранения заряда для *изолированной* системы: $q = \text{const}$

Электрические свойства веществ определяются наличием в них *свободных носителей заряда* и (или) объектов с распределенным в пространстве зарядом и (или) комбинацией свойств веществ

Металлы + графит: свободные носители *элементарного* заряда – электроны:

$$k_{\neq} - 1,6 \cdot 10^{-19} \quad ; \quad k_{e} = 9,1 \cdot 10^{-31}$$

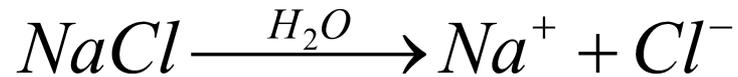
Соли: полярные молекулы типа *NaCl* со смещением электронной плотности (распределенным зарядом):



В обычном состоянии свободных носителей нет:

диэлектрики

Полярная молекула + растворитель →
электролитическая диссоциация → новое свойство:
появление свободных носителей заряда – ионов:



$$K_{Na^+} = +1,6 \cdot 10^{-19} \quad ; \quad K_{Cl^-} = -1,6 \cdot 10^{-19}$$

Растворы электролитов содержат свободные носители
заряда обоих знаков

Металлы и растворы электролитов – проводники

Газы в обычном состоянии – совокупность нейтральных
молекул. Свободные носители отсутствуют.

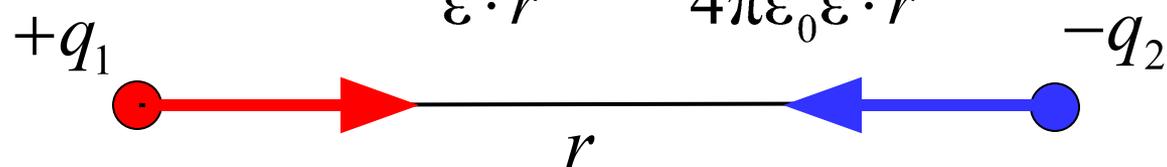
Свободные носители образуются за счет внешних
воздействий:



Простейшая модель заряженного тела:

точечный заряд: носитель – материальная точка

Закон Кулона для взаимодействия двух точечных зарядов:

$$F_K = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\varepsilon \cdot r^2} = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2}$$


$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{H}{\cancel{K}^2 \cancel{M}^2} \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\cancel{K}^2 \cancel{M}^2}{H} \left(\frac{\Phi}{M} \right)$$

ε – относительная диэлектрическая проницаемость
среды

$\varepsilon = 1$ для воздуха и вакуума; $\varepsilon > 1$ для диэлектриков

Любое протяженное заряженное тело – совокупность
точечных зарядов является источником

электрического поля:



Одна из форм существования
материи

Удобная физическая
модель

Электростатическое поле

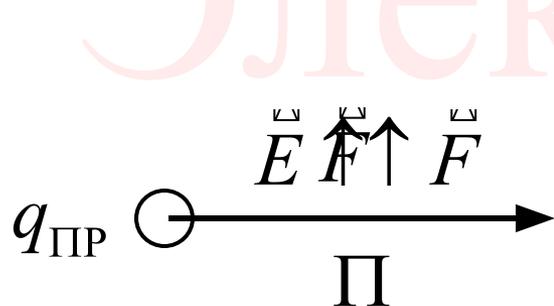
Можно
наблюдать
с помощью
органов чувств

Упрощение
описания
электрических
взаимодействий

«Инструмент исследования» электрического поля – пробный (+) точечный электрический заряд, помещаемый в различные точки пространства (поля)

1. На пробный (+) заряд со стороны поля

действует сила \vec{F} : Напряженность поля в *данной* точке



$$E = \frac{\vec{F}}{q_{\text{ПР}}} = \text{const}$$

2. Пробный (+) заряд в *данной* точке обладает потенциальной энергией Π :

Потенциал поля в *данной* точке (нестрого): $\varphi = \frac{\Pi}{q_{\text{ПР}}} = \text{const}$

Напряженность поля точечного заряда (закон Кулона):

направление вектора напряженности – по направлению силы, действующей на (+) пробный заряд,

помещенный в данную точку поля: $\vec{E} \uparrow \uparrow \vec{F}_+$

модуль:
$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Принцип суперпозиции (наложения):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E}_i$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E}_i$$

$$[E] = \frac{H}{Kл} = \frac{B}{M}$$

Потенциал данной точки поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Принцип суперпозиции (наложения):

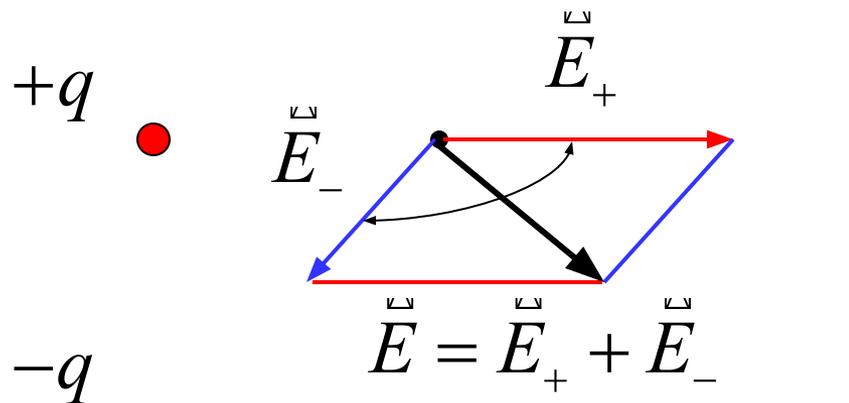
$$\varphi = \sum_{i=1}^{i=n} \varphi_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

$$\varphi = \int d\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В} \quad (\text{Вольт})$$

Иллюстрация к принципу суперпозиции:

Дискретные заряды:

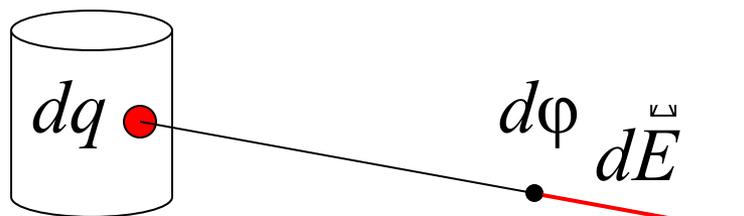


$$E_+ = \frac{|q_+|}{4\pi\epsilon_0 r_+^2} \quad E_- = \frac{|q_-|}{4\pi\epsilon_0 r_-^2}$$

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_-$$

$$\varphi_+ = \frac{q_+}{4\pi\epsilon_0 r_+} \quad \varphi_- = \frac{q_-}{4\pi\epsilon_0 r_-}$$

Распределенный заряд:

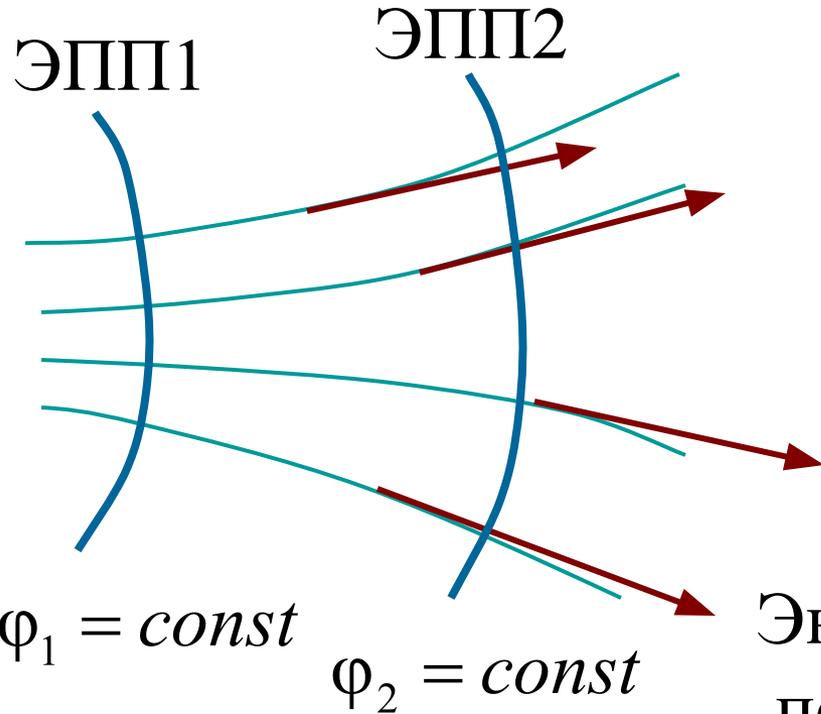


$$dE = \frac{|dq|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \vec{E} = \int d\vec{E}_i$$

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi = \int d\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Графическое «изображение» электрического поля



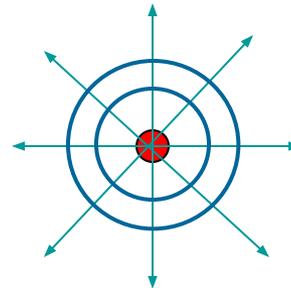
Силовые линии:

1. В любой точке: $\vec{E} \perp \vec{n}$
2. По густоте линий судят о модуле напряженности

Эквипотенциальные поверхности:
поверхности равного потенциала

1. В любой точке: $\vec{E} \perp \vec{n}$

Точечный заряд:



Связь между характеристиками:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(i \frac{\partial\varphi}{\partial x} + j \frac{\partial\varphi}{\partial y} + k \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)$$

$$\Delta\varphi = -\int_L \vec{E} d\vec{l}$$

Прямая задача электростатики: по заданному распределению заряда, создающего электрическое поле, определить напряженность или потенциал поля в каждой точке:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z) \quad \text{или} \quad \varphi = \varphi(x, y, z)$$

В медицинской практике решаются чаще обратные задачи (электрография):

Объект живой природы – крайне неравновесное состояние, связанное, в том числе, с неравномерным распределением электрического заряда по объему объекта

Ион	Концентрация ионов, ммоль/кг Н ₂ О	
	Цитоплазма (<i>i</i>)	Межклеточная жидкость (0)
K ⁺	360	10
Na ⁺	69	425
Cl ⁻	157	496

Клеточная мембрана:

Межклеточная жидкость – раствор электролита

(+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+)

l

(-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-)

Цитоплазма – раствор электролита

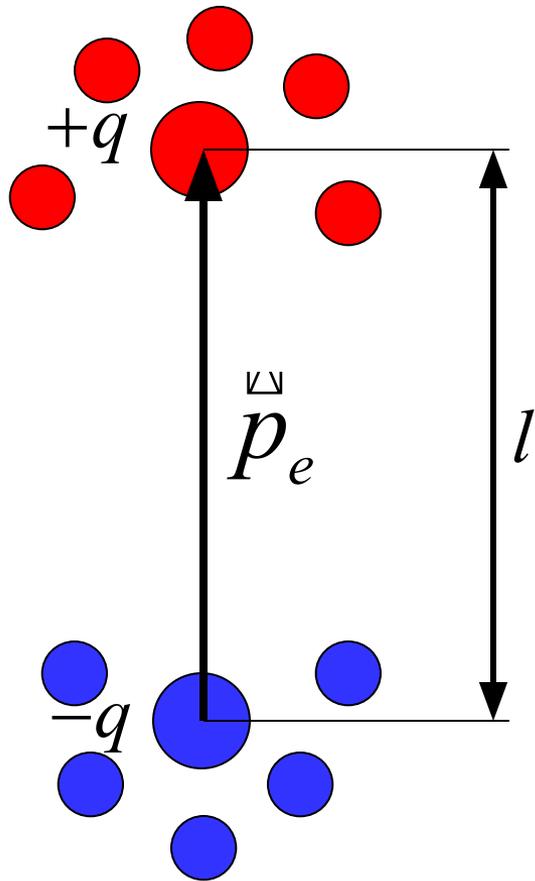
$$\sum q = 0$$

(+) и (-) одинаковые по модулю заряды разделены
в пространстве перегородкой толщиной l

Бесконечно большое число зарядов \rightarrow очень сложная
обратная (и даже прямая) задача

Суммарный заряд тела = 0

Мгновенное распределение (+) и (-) зарядов в теле
(следствие процесса жизнедеятельности):



$$\varphi = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{q_i}{\epsilon \epsilon_0 r_i} \rightarrow \varphi = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{q_i}{\epsilon \epsilon_0 r_i}$$

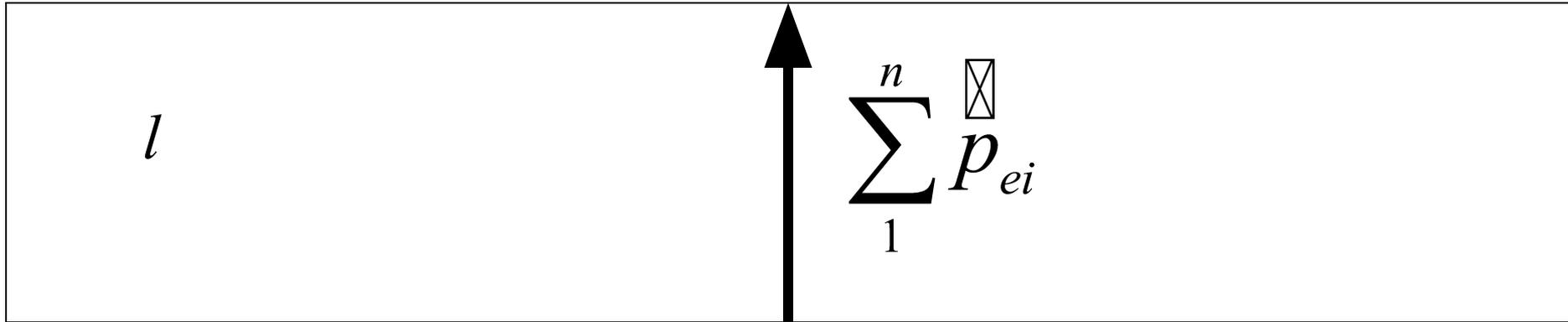
Полученная простая система из
*двух равных по модулю,
противоположных по знаку зарядов –
электрический диполь.*

Электрический момент диполя:

$$|\vec{p}_e| = |q|l$$

Межклеточная жидкость – раствор электролита

(+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+)



(-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-)

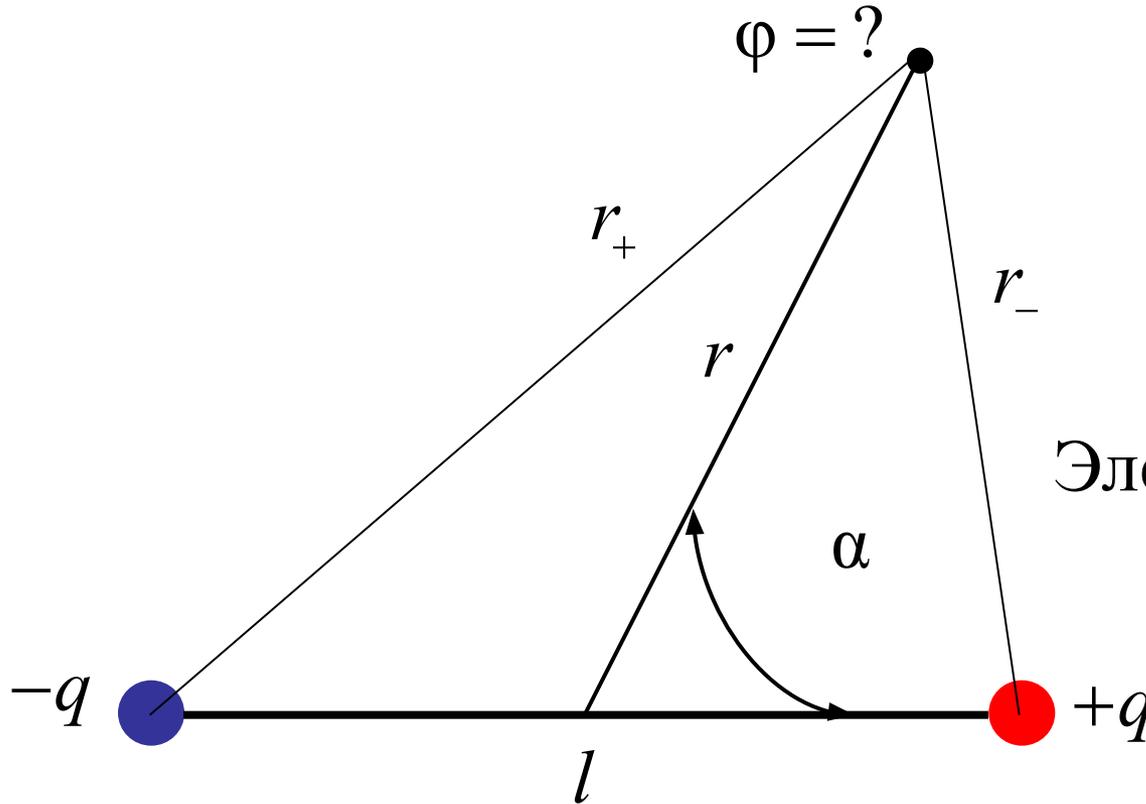
Цитоплазма – раствор электролита

Первая *электрическая* модель клеточной мембраны:
объект с суммарным электрическим дипольным моментом:

$$\sum_1^n \boxtimes P_{ei} = |q|l$$

Активные свойства диполя, как источника поля:

Потенциал поля диполя: $\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{q_+}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_+} + \frac{q_-}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_-}$

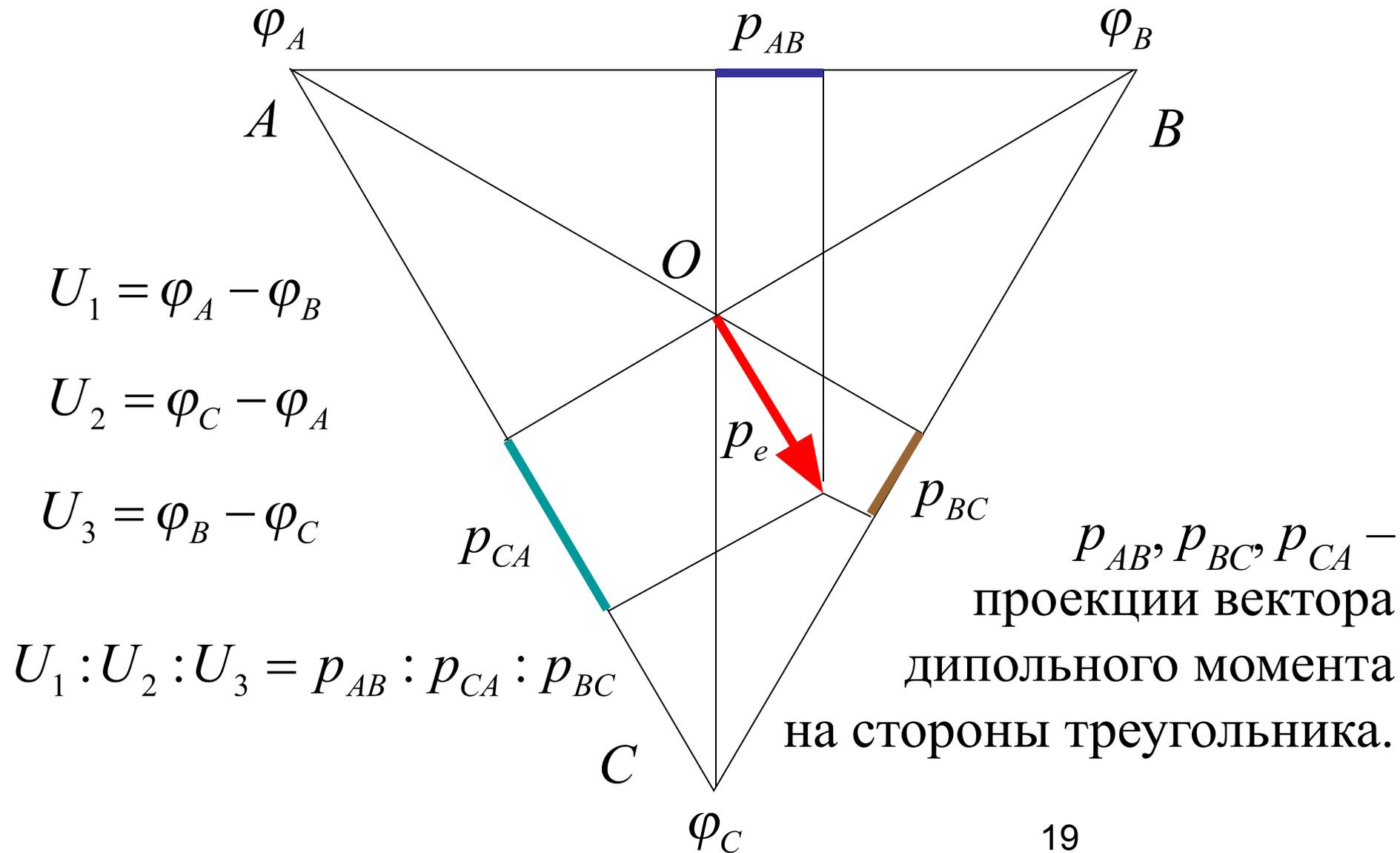


$$\varphi = \frac{p_e}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cos \alpha$$

Электрический диполь – единая система, моделирующая электрические свойства многих биологических объектов.

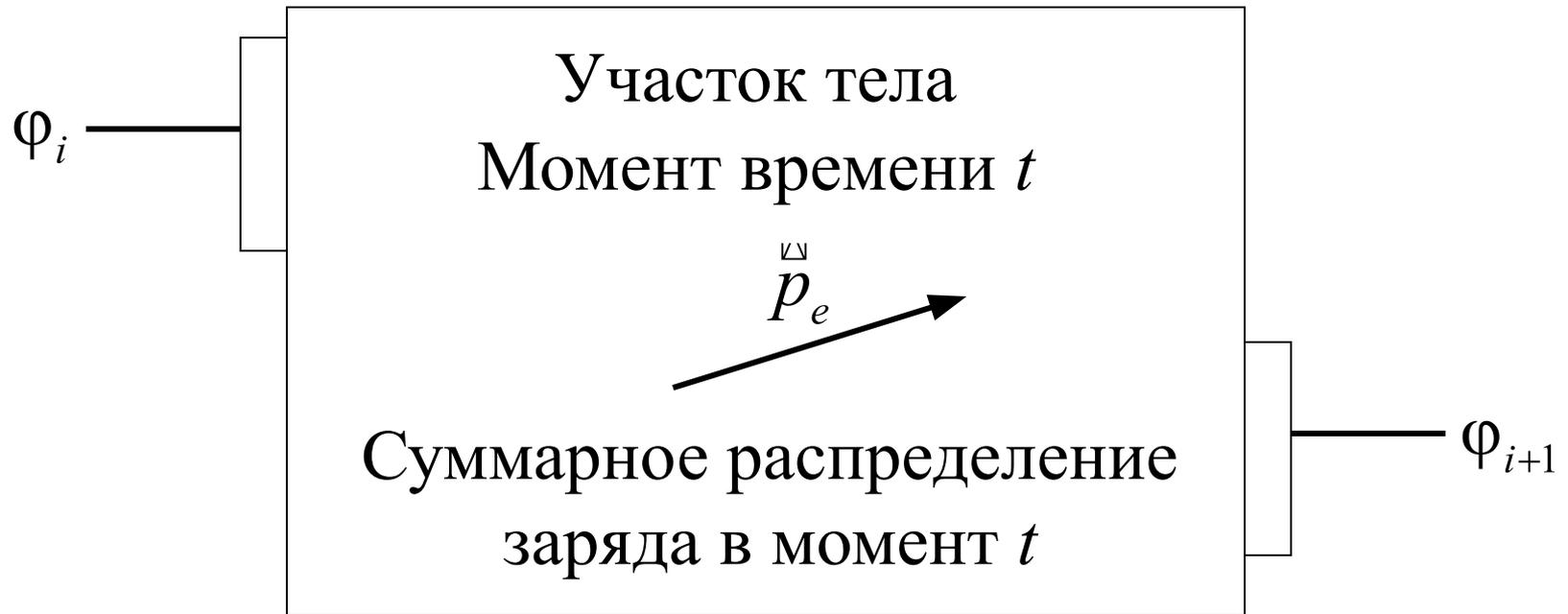
Математическое и физическое упражнение

Электрический диполь в центре равностороннего Δ -ка:



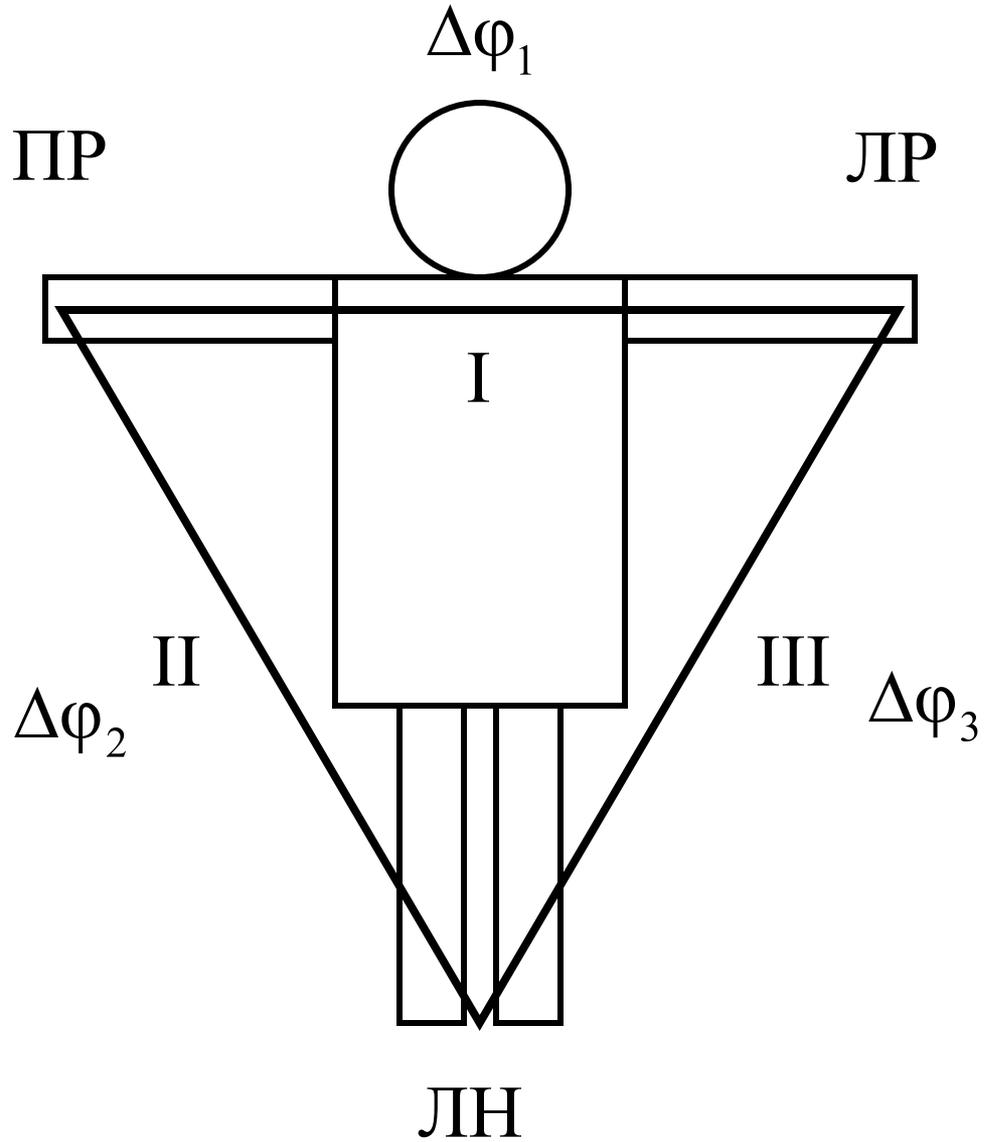
Основная идея электрографии: 1. Распределенный заряд моделируется электрическим диполем

2. Измеряются разности потенциалов между парами точек тела как функции времени $\Delta\varphi(t) = \varphi_{i+1}(t) - \varphi_i(t)$



3. По совокупности парных измерений $\Delta\varphi$ вынести суждение о направлении и модуле \vec{p}_e и о распределении заряда в данном участке

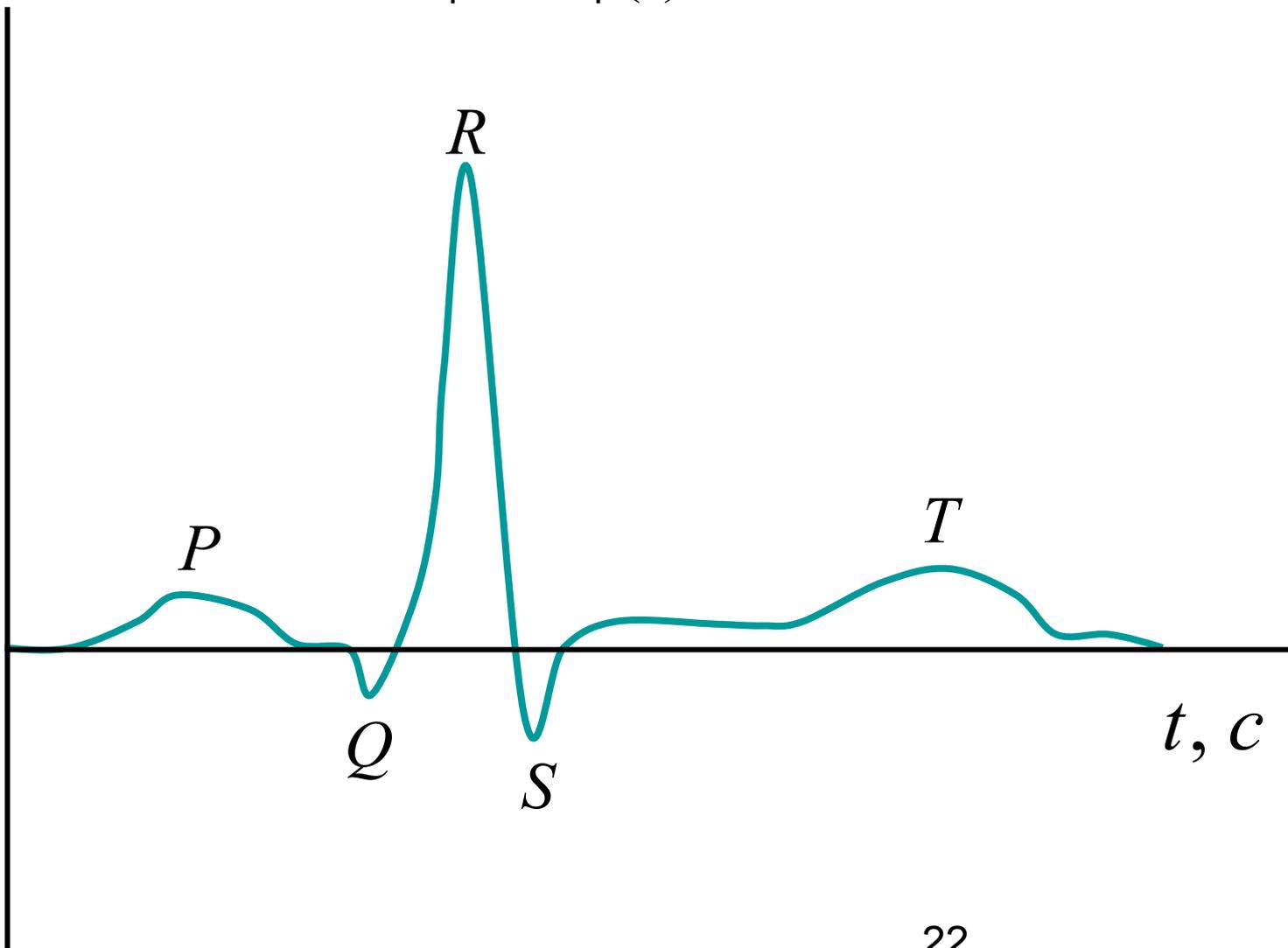
Электрокардиография



Электрокардиограмма

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi(t)$$

$\Delta\varphi, \text{ мВ}$



Результаты расшифровки

Для всех отведений:

$$A_P(+)\leftrightarrow$$

$$A_Q(-)\leftrightarrow$$

$$A_R(+)\leftrightarrow$$

$$A_S(-)\leftrightarrow$$

$$A_T(+)\leftrightarrow$$

Норма

Для каждого отведения:

$$\Delta t_{PQ}\leftrightarrow$$

$$\Delta t_{QR}\leftrightarrow$$

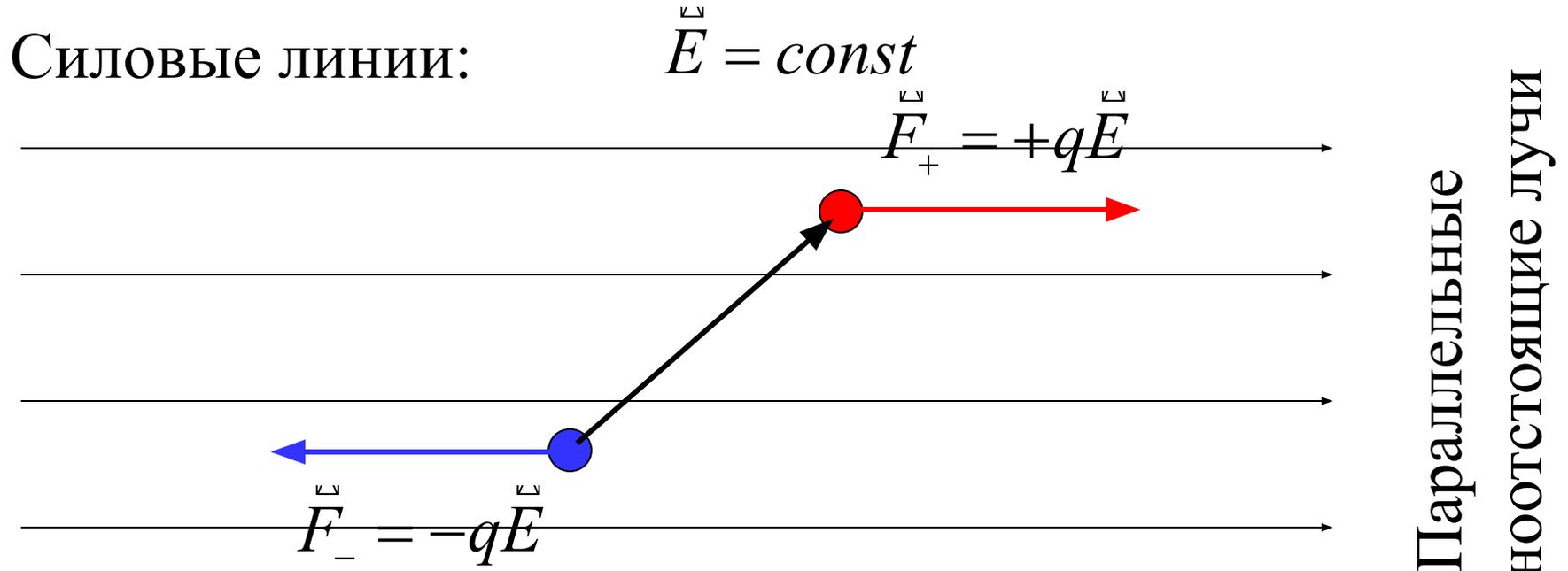
$$\Delta t_{RS}\leftrightarrow$$

$$\Delta t_{ST}\leftrightarrow$$

$$\Delta t_{\Pi}\leftrightarrow$$

Норма

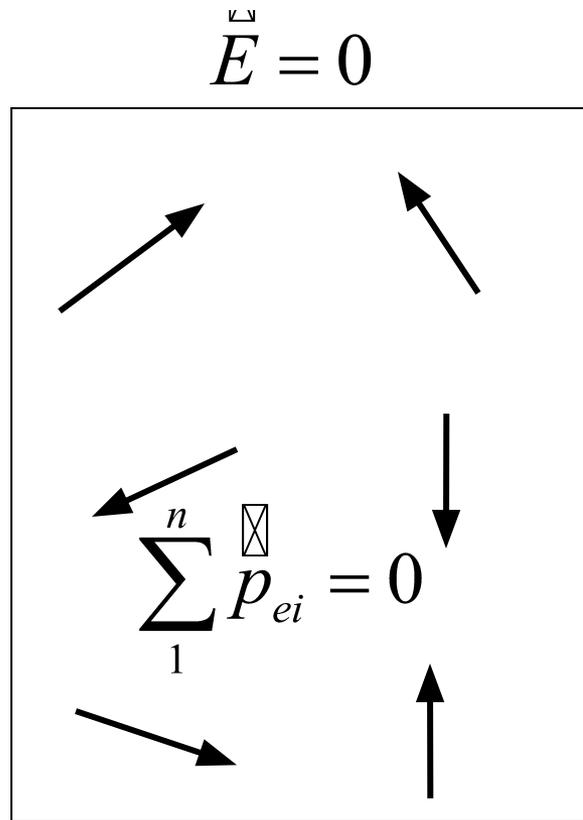
Пассивные свойства диполя во внешнем поле
существует источник *внешнего однородного* поля:



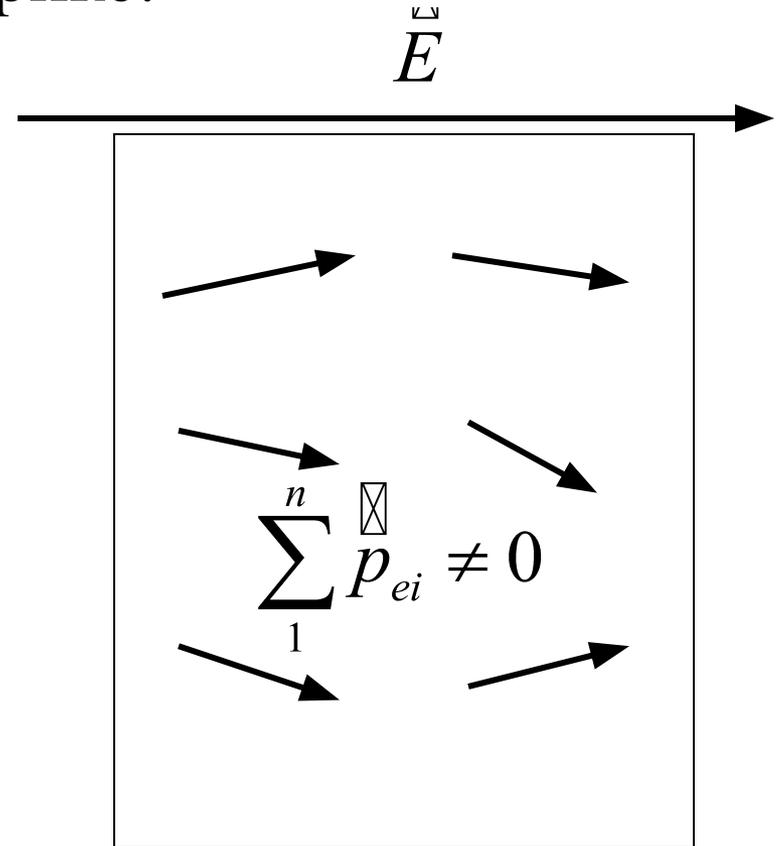
Ориентация диполя во внешнем поле
по силовым линиям внешнего поля

Если внешнее поле неоднородное, то ориентации
по полю предшествует «втягивание» диполя в поле

Ориентация молекулярных диполей во внешнем поле в диэлектрике:



Суммарный дипольный
момент диполей = 0



Преимущественная
ориентация диполей
по полю

Ориентация молекулярных диполей в диэлектрике по внешнему полю – поляризация диэлектрика: уменьшение напряженности электрического поля в диэлектрике по сравнению с напряженностью внешнего поля

Количественные характеристики:

1. Поляризация – суммарный дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{ei}$$

$$\vec{P} \uparrow \downarrow \vec{E}$$

Следствие: напряженность поля в диэлектрике меньше напряженности внешнего поля

2. Относительная диэлектрическая проницаемость вещества диэлектрика:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}$$

Показывает, во сколько раз напряженность поля в диэлектрике меньше напряженности внешнего поля

Электрическая емкость

Проводящая среда: металл или раствор электролита

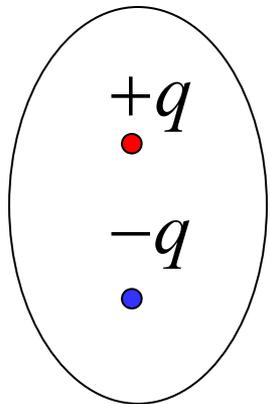
Особенности:

1. Наличие в среде свободных носителей заряда

2. Отсутствие в проводящей среде электрического поля: запрет второго начала термодинамики

3. Проводящему объекту сообщается извне электрический заряд:

- а. заряд распределяется по поверхности объекта;
- б. потенциал поверхности объекта пропорционален сообщенному заряду:



$$\text{Следствие } \varphi = \frac{q}{C} \quad \begin{array}{l} \text{Причина} \\ \text{Свойство} \end{array}$$

C – новое свойство проводящего объекта, зависящее от других свойств объекта и свойств окружающей среды накапливать электрический заряд – электрическая емкость объекта

$$[\Phi] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \text{Фарад} \quad (\quad)$$

Пример: электроемкость проводящего шара:

$$C = \underline{\epsilon \epsilon_0} R$$

Конденсатор – устройство для накопления заряда
(электрической энергии)

Конструкция содержит минимум три элемента:



Заряды обкладок равны по модулю
Заряд конденсатора – заряд одной обкладки
 φ_1 и φ_2 – потенциалы обкладок

Нестрогое определение потенциала:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_{\text{ПР}}} = \text{const}$$

Π – *потенциальная энергия положения*, зависящая от выбора нуля отсчета потенциальной энергии

$$(\Pi = mgh)$$

Разность потенциальных энергий (разность потенциалов) от выбора нуля не зависит

Разность потенциалов между обкладками (напряжение):

$$U = |\varphi_1 - \varphi_2|$$

Не зависит от выбора нуля

Связь между зарядом конденсатора и разностью потенциалов между его обкладками (напряжением между обкладками):

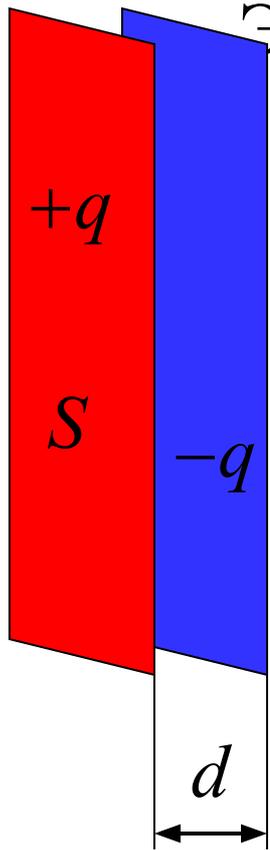
$$U = |\varphi_1 - \varphi_2| = \frac{q}{C}$$

C – электрическая емкость конденсатора – свойство устройства, определяемое другими свойствами его (размеры, свойства диэлектрика и природы)

Большинство объектов «конденсаторной структуры» сводятся к модели плоского конденсатора:

обкладки – одинаковые бесконечные проводящие плоскости, разделенные слоем диэлектрика

Электрическая емкость такой структуры:



$$|+q| = |-q|$$

S – площадь обкладки

ε – относительная диэлектрическая
проницаемость диэлектрика

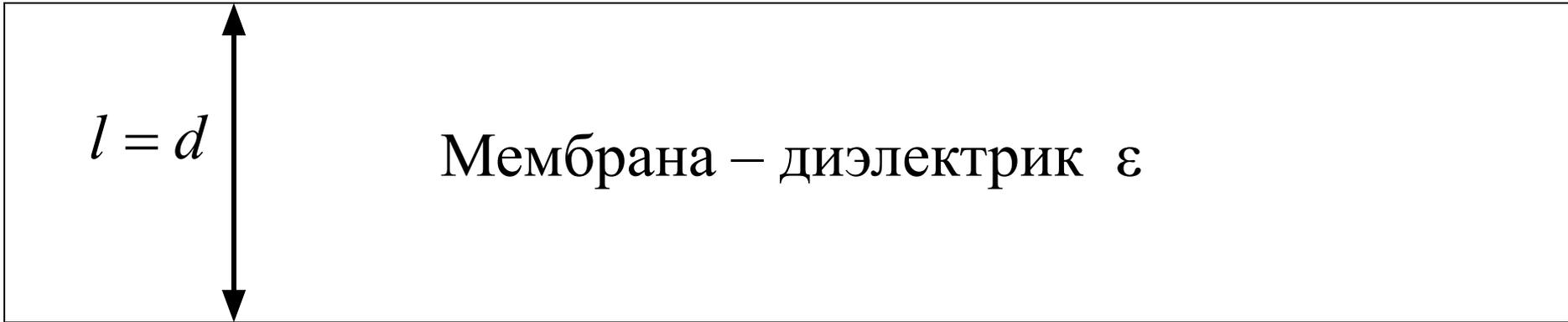
d – диэлектрик, толщиной d

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Для цепи *постоянного* тока *идеальный* конденсатор –
разрыв цепи

Межклеточная жидкость – раствор электролита –
проводник 1

(+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+) (+)



(-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-)

Цитоплазма – раствор электролита – проводник 2

Вторая *электрическая* модель клеточной мембраны:
конденсатор с емкостью C :

$$C = \epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Моделирование *пассивных* электрических свойств
биологических тканей:
(свойств в электрическом поле внешнего источника):

цитоплазма – проводник (резистор);

межклеточная жидкость – проводник (резистор);

мембрана – диэлектрик между проводниками (конденсатор)

Электрический ток – *направленное* движение свободных носителей заряда под действием внешнего электрического поля

Условия протекания тока в среде:

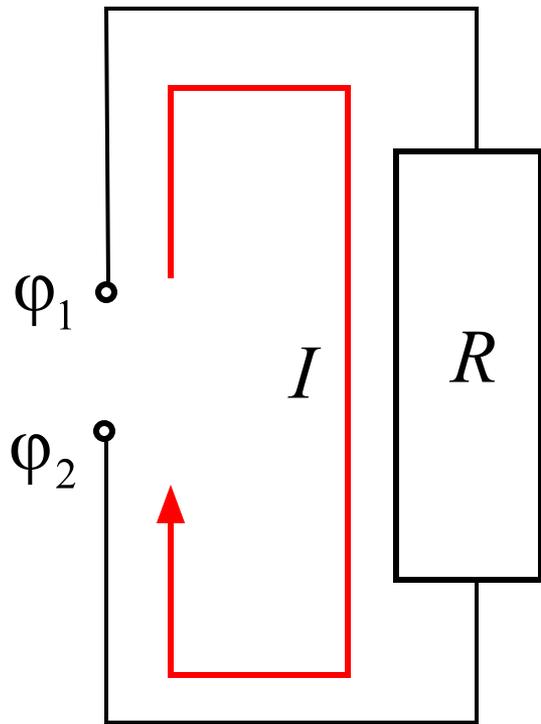
1. Наличие свободных носителей заряда:
проводники + электролиты
диэлектрики + воздействия на них

2. Наличие внешнего источника энергии (преобразует любой вид энергии в энергию направленного движения свободных носителей заряда)

Цитоплазма и межклеточная жидкость

Внешний
источник

$$U = |\varphi_1 - \varphi_2|$$



Элемент электрической
цепи – резистор,
«подчиняется» закону Ома.
Обладает свойствами
проводников.

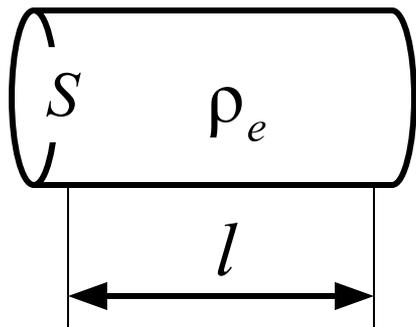
Следствие $I = \frac{U}{R}$ Причина
Свойство

I – сила тока – заряд, переносимый током за единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad [I] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ампер} \cdot \text{с}} \quad (\quad)$$

R – омическое (активное) сопротивление – свойство проводящего тела, зависящее от геометрических свойств тела и свойств вещества тела

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = \frac{\text{В}}{\text{А}} =$$



$$R = \rho_e \frac{l}{S} \quad \left(R_{\Gamma} = \frac{8\eta l}{\pi \rho R^4} \right)$$

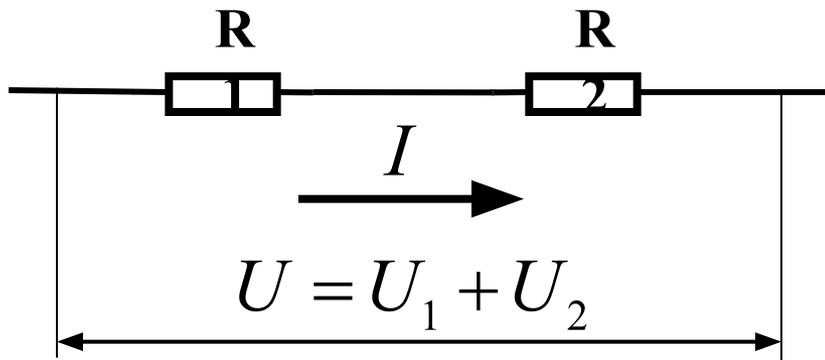
$$U = |\varphi_1 - \varphi_2| = \text{const}$$

$$I = \text{const}$$

Цепь постоянного тока

Схемы соединения резисторов:

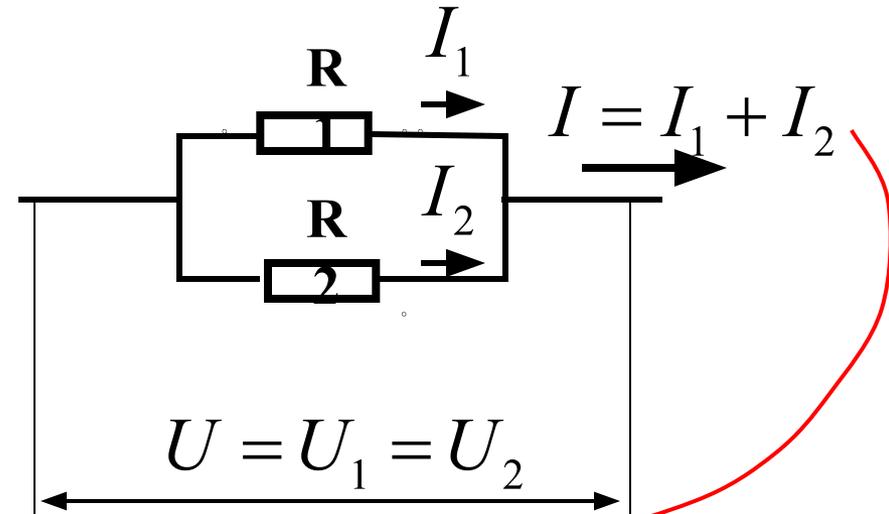
Последовательная:



$$IR = IR_1 + IR_2$$

$$R = R_1 + R_2$$

Параллельная:



$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

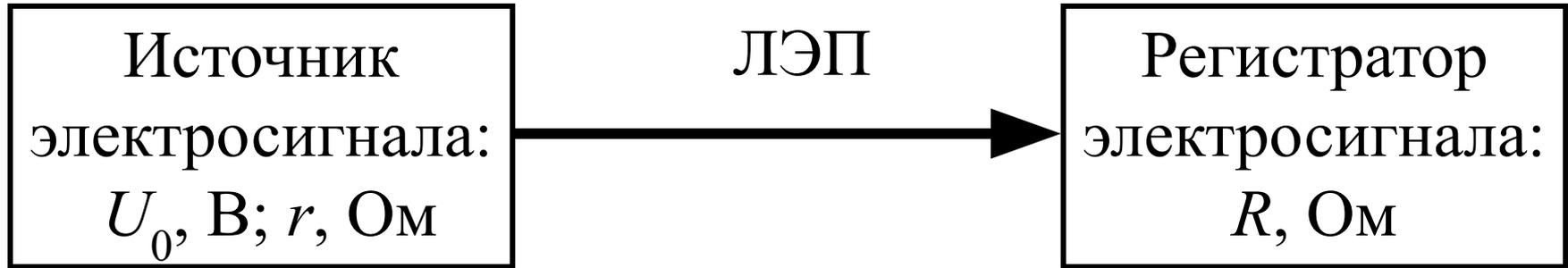
При протекании электрического тока через резистор происходит *необратимое* преобразование электрической энергии в тепловую:

$$\Delta Q = I^2 R \Delta t$$

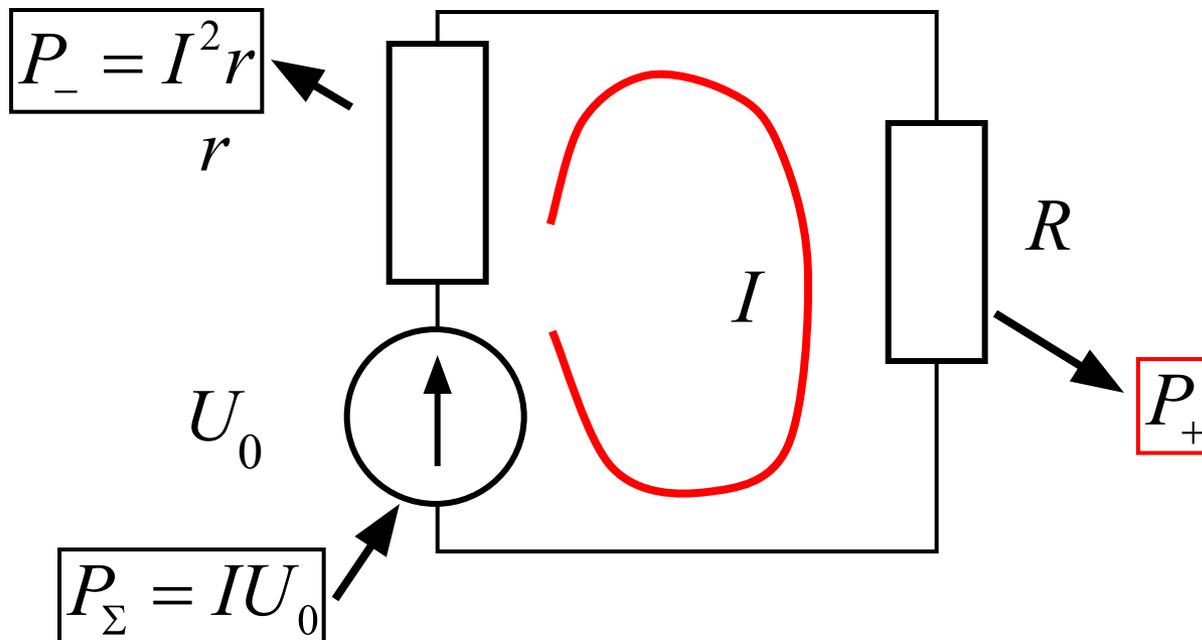
Выделяемая в резисторе мощность – активная:

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = I^2 R = IU$$

Полная электрическая цепь постоянного тока:



U_0 – активные электрические свойства тканей;
 r – пассивные электрические свойства тканей



Закон Ома:

$$I = \frac{U_0}{R_\Sigma} = \frac{U_0}{R + r} (*)$$

Энергобаланс:

$$P_\Sigma = P_+ + P_-$$

Мощность регистрируемого электросигнала:

$$P_+ = P_\Sigma - P_-$$

$$P_+ = IU_0 - I^2 r$$

$$U_0 = \text{const}; r = \text{const} \Rightarrow P_+ = f(I)$$

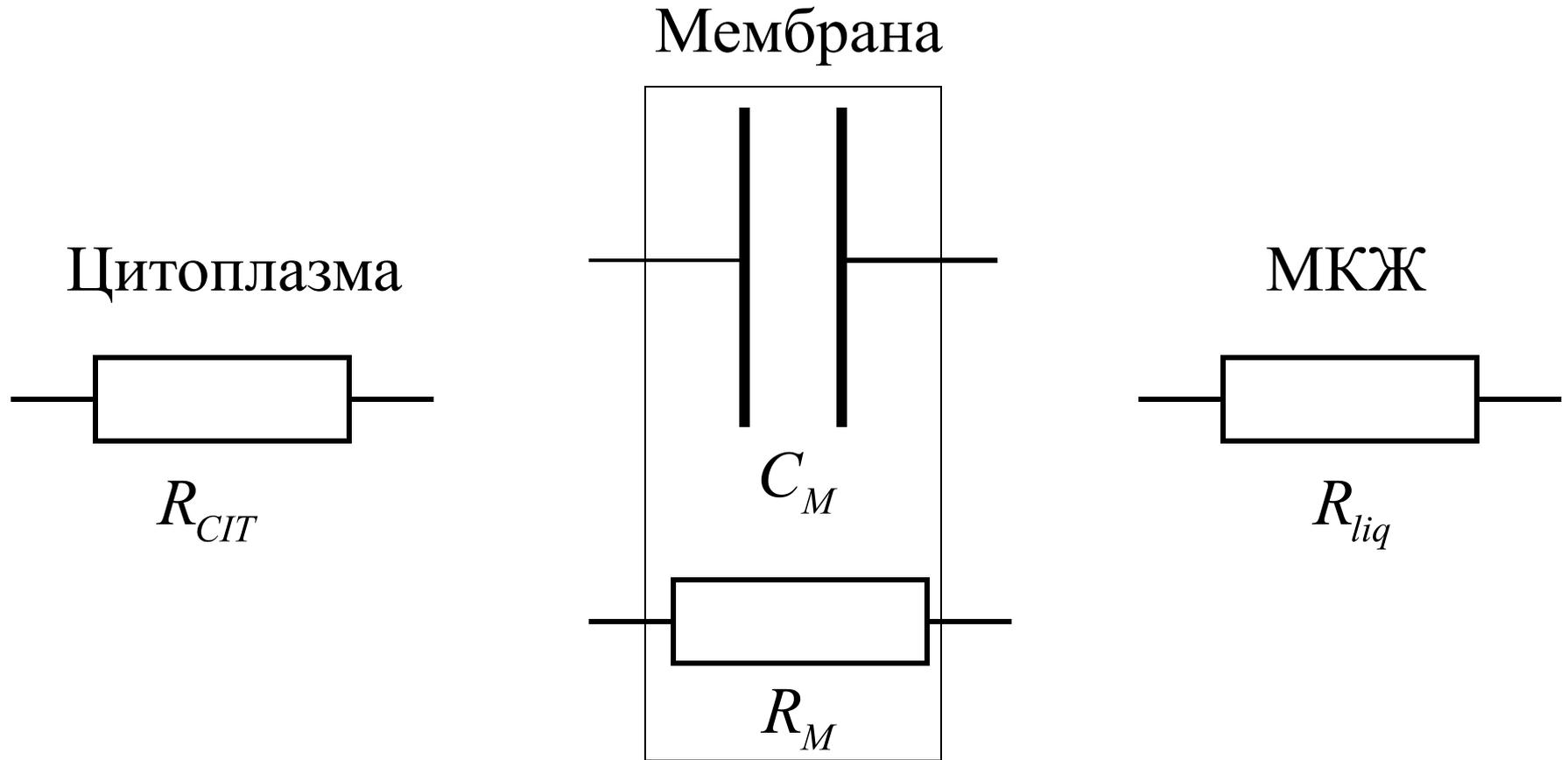
$$\text{Для } P_{+\text{max}}, \quad : \quad \frac{dP_+}{dI} = 0$$

$$(IU_0 - I^2 r)' = U_0 - 2Ir = 0$$

$$I = \frac{U_0}{2r} \quad +(*) \quad I = \frac{U_0}{R+r} \Rightarrow R = r$$

Условие согласования источника электросигнала с нагрузкой (регистратором): мощность регистрируемого электросигнала максимальна

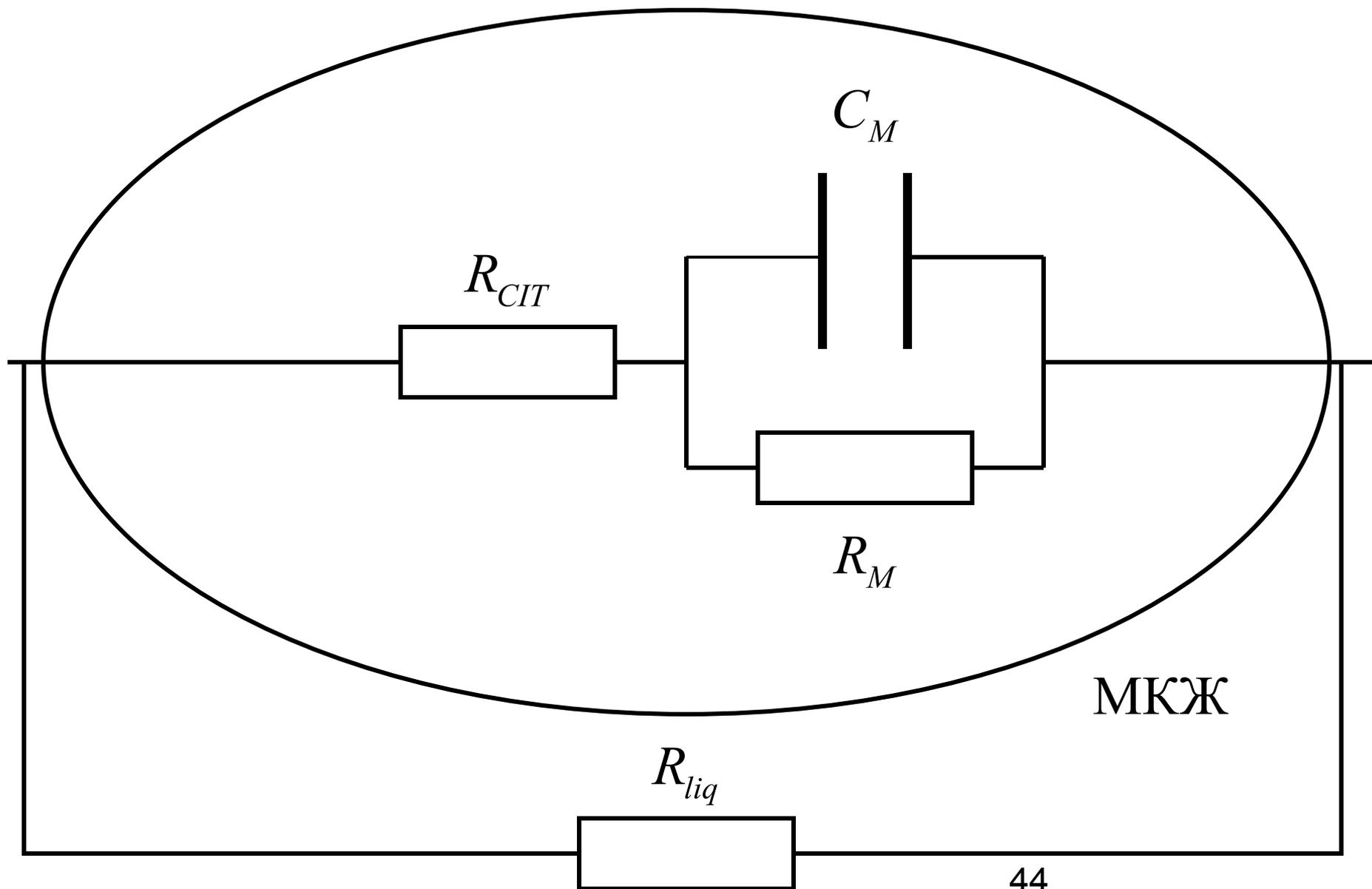
Эквивалентная электрическая схема биологической ткани



Оценка C :
$$C = \varepsilon_0 \frac{\Phi}{d} \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{нФ}}{\text{мм}} \frac{1}{10 \cdot 10^{-9}} \approx 10^{-3} \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

43

Клетка в целом:

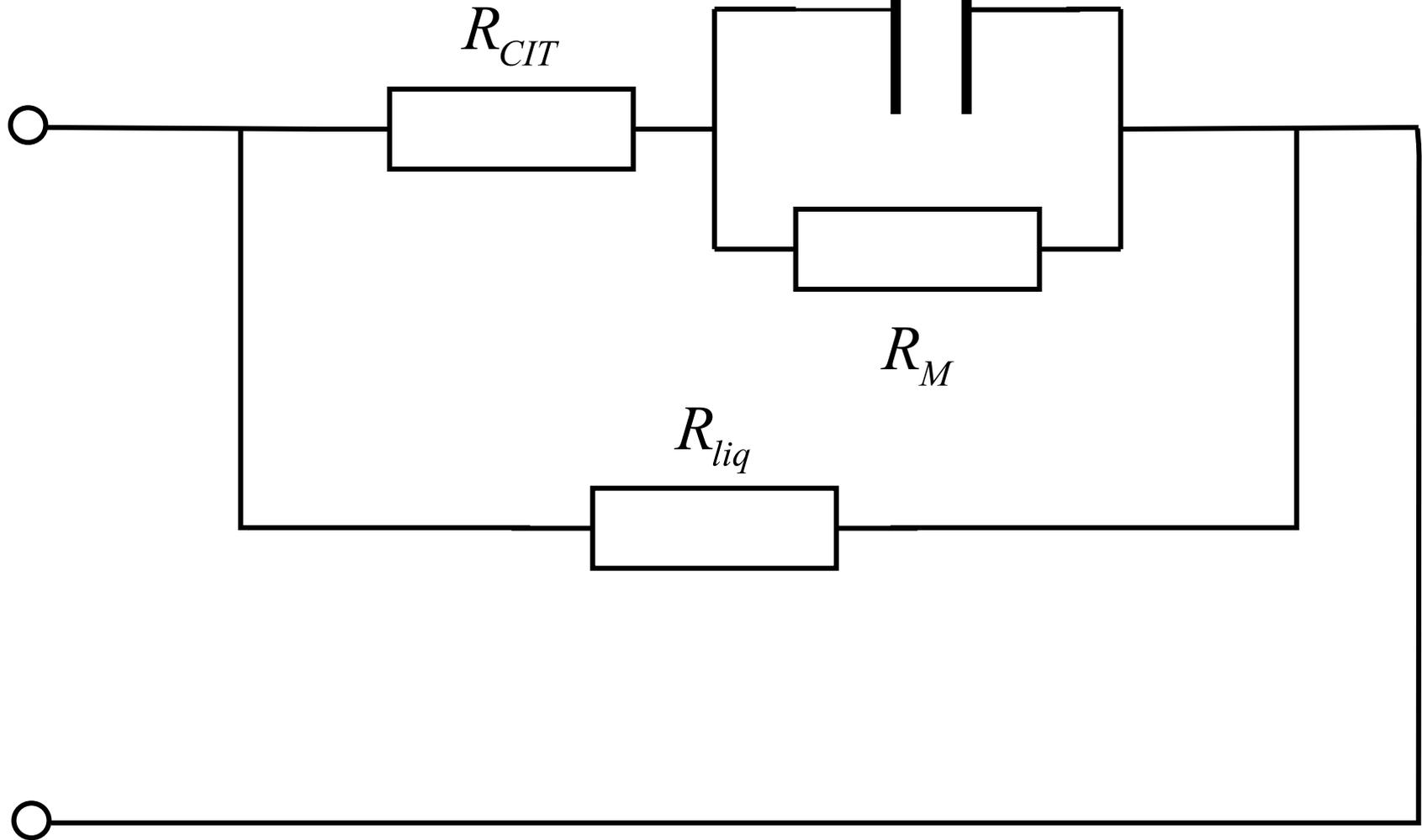


МКЖ

R_M $\boxtimes \boxtimes$ R_{CIT}

R_M $\boxtimes \boxtimes$ R_{liq}

C_M



Общие выводы:

1. Источники электрического поля – электрические заряды;
2. Электрическое поле – удобная физическая модель, позволяющая проще решать сложные задачи;
3. Характеристики поля связаны между собой и подчинены принципу суперпозиции;
4. Электрический диполь – простейшая модель системы распределенных в пространстве зарядов;
5. Биологические ткани обладают, в основном, резистивными и емкостными электрическими свойствами
6. Пассивные электрические свойства тканей моделируются RC – электрическими цепями