

# Тема 3. Доходность и риск финансовой операции

1. Доходность финансовой операции
2. Доходность за несколько периодов
3. Синергетический эффект
4. Риск финансовой операции
5. Количественная оценка риска финансовой операции
6. Коррелированность финансовых операций
7. Финансовые операции в условиях неопределенности.  
Матрицы последствий и матрицы рисков
8. Принятие решений в условиях полной неопределенности
9. Принятие решений в условиях частичной неопределенности
10. Правило Лапласа

# 1. Доходность финансовой операции

**Финансовой** называется любая операция, начальное и конечное состояние которой имеет денежную оценку.

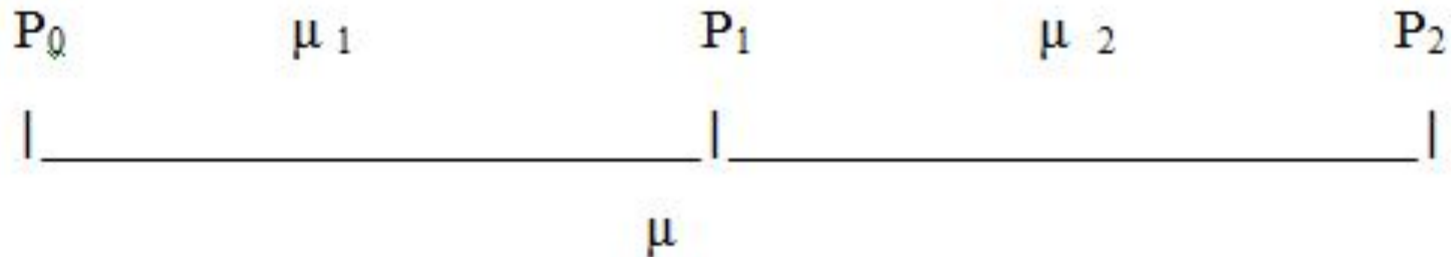
- Под денежной оценкой **начала** операции обычно понимают размер вложенных инвестиций, **затраты** или просто наличный капитал (  $P$  )
- Под денежной оценкой **конца** операции - наращенный капитал, полученный **доход** и т.п. (  $P'$  )
- **Доход** :  $P'$
- **Прибыль**:  $P' - P$
- **Доходность**:  $\mu = (P' - P) / P$  – отношение прибыли к затратам.

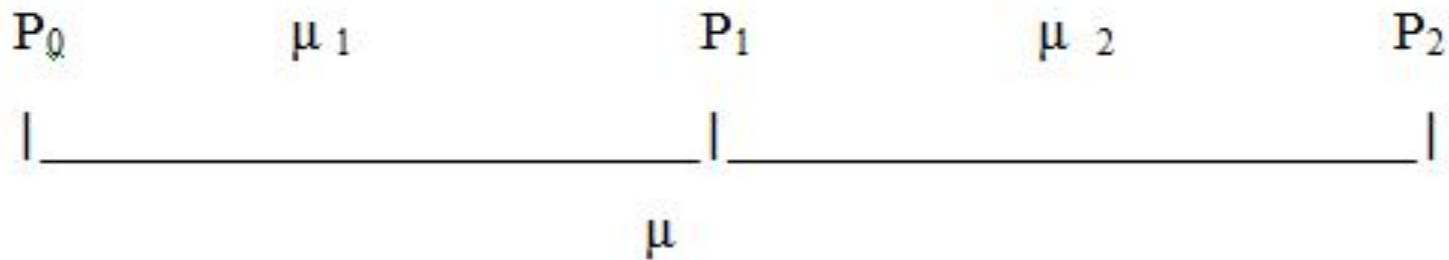
## 2. Доходность за несколько периодов

Пусть **доходности** за последовательные периоды времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$  равны  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ .

Найдем доходность  $\mu$  за период  $t = t_1 + t_2 + \dots + t_n$ .

Рассмотрим сначала два периода:  $t_1$  и  $t_2$ .





$$\mu_1 = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

$$\mu_2 = \frac{P_2 - P_1}{P_1}$$

$$\mu = \frac{P_2 - P_0}{P_0}$$

Проведя почленное деление, получим:

$$\mu_1 = \frac{P_1}{P_0} - 1$$

$$\mu_2 = \frac{P_2}{P_1} - 1$$

$$\mu = \frac{P_2}{P_0} - 1$$

Перенесем 1 в левые части:

$$\mu_1 + 1 = \frac{P_1}{P_0}$$

$$\mu_2 + 1 = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\mu + 1 = \frac{P_2}{P_0}$$

$$\mu_1 + 1 = \frac{P_1}{P_0} \quad \mu_2 + 1 = \frac{P_2}{P_1} \quad \mu + 1 = \frac{P_2}{P_0} \quad (1)$$

Перемножим первые два выражения, получим:

$$(\mu_1 + 1)(\mu_2 + 1) = \frac{P_2}{P_0} \quad (2)$$

Правая часть уравнения (2) равна правой части третьего уравнения в (1).

Приравнявая их, получим:

$$(\mu_1 + 1)(\mu_2 + 1) = \mu + 1$$

Или, окончательно:

$$\mu = (\mu_1 + 1)(\mu_2 + 1) - 1$$

**Обобщая** на случай  $n$  – периодов для доходности  $\mu$  за период  $t = t_1 + t_2 + \dots + t_n$  имеем

$$\mu = (\mu_1 + 1)(\mu_2 + 1) \cdot \dots \cdot (\mu_n + 1) - 1$$

**Для равных доходностей** за отдельные периоды времени  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$  имеем:

$$\mu = (1 + \mu_1)^n - 1$$

### 3. Синергетический эффект

$$\mu = (1 + \mu_1)(1 + \mu_2) - 1 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_1\mu_2$$

#### Пример 1.

Пусть доходности за два последовательных периода времени  $t_1$  и  $t_2$  равны 20 и 30 % соответственно.

Тогда доходность  $\mu$  за период  $t = t_1 + t_2$  равна по формуле (11):

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_1\mu_2 = 0,2 + 0,3 + 0,2 * 0,3 = 0,56$$

Т.е. 56 %.

Т.о., отличие от суммы доходностей составляет 6%.

**Пример 2.** Доходность актива за месяц  $\mu_1$  равна 2%. Найти доходность актива  $\mu$  при условии, что месячная доходность в течение года постоянна.

Применим формулу (10):

$$\mu = (1 + \mu_1)^n - 1$$

$$\mu = (1 + \mu_1)^n - 1 = (1 + 0,02)^{12} - 1 = 0,268 = 26,8\%$$



## Задача 1.

Доходность актива за год равна 36%. Найдите доходность актива за месяц, предполагая ее постоянство.

Дано:

$$\mu = 0,36$$

$$n = 12$$

$$\mu_1 = ?$$

**Решение:**

$$\mu = (1 + \mu_1)^n - 1$$

$$(1 + \mu_1)^n = \mu + 1$$

$$1 + \mu_1 = (\mu + 1)^{\frac{1}{n}}$$

$$\mu_1 = (\mu + 1)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$\mu_1 = (0.36 + 1)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.0259 = 2.6 \%$$

## 4. Риск финансовой операции

**Риском финансовой операции** в условиях неопределенности называется отклонение доходности от среднего значения.

## Виды финансовых рисков

**Банковский риск:** банковские риски подразделяются на внешние и внутренние.

К **внешним** относятся риски, не связанные с деятельностью банка или конкретного клиента: политические, экономические и т.д.

**Внутренние** риски: возможные потери, связанные с деятельностью банка – кредитный, валютный, ...

**Кредитный риск:** опасность невозврата в срок взятого кредита.

**Валютный риск:** опасность валютных потерь, вызванная колебаниями курса иностранной валюты по отношению к национальной при проведении внешнеторговых операций

**Инвестиционный риск:** риск обесценивания капиталовложений в результате действий органов власти и управления.

**Инфляционный риск:** возможность обесценивания денежных активов, доходов и прибыли компании в связи с ростом инфляции.

**Ценовой риск:** риск потерь из-за будущих изменений рыночной цены товара.

**Риск разорения:** вероятность больших потерь, ведущих к разорению инвестора.

## 5. Количественная оценка риска финансовой операции

- **Средней ожидаемой доходностью финансовой операции** называется математическое ожидание случайной величины  $Q$ :

$$M(Q) = \sum q_i p_i.$$

- **Дисперсией доходности  $Q$  финансовой операции** называется математическое ожидание квадрата отклонения доходности от своего среднего значения:

$$D(Q) = M( (q - M(q))^2 ).$$

- **Риском финансовой операции** называется среднее квадратическое (стандартное) отклонение доходности  $r(q) = \sigma(q) = \sqrt{D(q)}$

Из неравенства Чебышева следует **«правило 3 $\sigma$ »**:

Если известно среднее значение случайной величины ( $m$ ) и ее стандартное отклонение ( $\sigma$ ), то с вероятностью большей 89% можно утверждать, что значение случайной величины будет находиться в интервале ( $m-3\sigma$ ,  $m+3\sigma$ ).

## 6. Коррелированность финансовых операций

Случайные величины  $X$  и  $Y$  называются **коррелированными**, если их ковариация отлична от нуля.

Случайные величины  $X$  и  $Y$  называются **некоррелированными**, если она равна нулю.

Ковариация между двумя переменными рассчитывается следующим образом:

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

где  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

- фактические значения случайных переменных  $X$  и  $Y$



**Коэффициент корреляции** определяется по формуле:

$$r_{x,y} = \frac{Cov(X, Y)}{S_x \cdot S_y}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}}$$

## Свойства коэффициента корреляции:

- Коэффициент корреляции принимает значение в интервале  $(-1,+1)$
- Значения  $r = \pm 1$  означают самую сильную корреляцию .
- При  $r = 0$  линейная корреляционная связь отсутствует.
- Если значение близко к нулю, связь между переменными слабая.
- Если случайные величины связаны **положительной** корреляцией, это означает, что при возрастании одной случайной величины другая имеет тенденцию в среднем возрастать.
- Если случайные величины связаны **отрицательной** корреляцией, это означает, что при возрастании одной случайной величины, другая имеет тенденцию в среднем убывать.

- Для уменьшения риска при проведении финансовых операций используют метод **диверсификации**.
- При диверсификации проводят либо независимые (некоррелированные) операции, либо отрицательно коррелированные (известен принцип «не класть все яйца в одну корзину»).



## 7. Финансовые операции в условиях неопределенности. Матрицы последствий и матрицы рисков

Допустим, рассматривается вопрос о проведении финансовой операции в условиях неопределенности.

При этом у ЛПР есть несколько возможных решений  $i = 1, 2, \dots, m$ ,

а реальная ситуация неопределенна и может принимать один из вариантов  $j = 1, 2, \dots, n$ .

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ q_{m1} & \dots & q_{mn} \end{pmatrix}$$

Если ЛПР примет  $i$ -е решение,  
а ситуация примет  $j$ -ый вариант,  
то будет получен доход  $q_{ij}$ .

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ q_{m1} & \dots & q_{mn} \end{pmatrix}$$

**-матрица  
последствий  
(доходов)**

## Пример 2.1

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Если было бы известно, что ситуация **будет первая**, то ЛПР приняло бы 3-е решение (max доход =8)

Однако, решение принимается в ситуации неопределенности.

При наступлении 1-ой ситуации ЛПР рискует, выбрав 1-ое решение, получить не 8, а 5, 2 или 1.

Т.е. ЛПР рискует недополучить  $8-5=3$

$$8-2=6$$

$$8-8=0$$

$$8-1=7$$

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ q_{m1} & \dots & q_{mn} \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & \dots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

Матрица  $R = (r_{ij})$  называется **матрицей рисков**

$$r_{ij} = q_j - q_{ij}$$

$$q_j = \max_i q_{ij}$$

**Для нахождения рисков** - в каждом столбце выбирается максимальное значение дохода и из него вычитаются остальные значения этого столбца.



## Задача 2.

Пусть матрица последствий есть

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Составить матрицу рисков.

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение:

Найдем максимальный элемент

в каждом столбце:

10, 6, 9, 8.

Матрица рисков:

$$R = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

## ***8. Принятие решений в условиях полной неопределенности***

Полная неопределенность означает отсутствие информации о вероятностных состояниях среды (“природы”).

### ***Правила принятия решений:***

1. Критерий (правило) максимакса
2. Правило Вальда (правило максимина)
3. Правило Сэвиджа (критерий минимаксного риска).
4. Правило Гурвица

# 1. Критерий (правило) максимакса.

По этому критерию определяется вариант решения, максимизирующий максимальные доходы для каждого варианта ситуации.

Это критерий **крайнего (“розового”) оптимизма**, по которому наилучшим является решение, дающее максимальный выигрыш, равный:

$$\max_i \left( \max_j q_{ij} \right)$$

**Пример.** Для матрицы последствий выбрать вариант решения по критерию **максимакса**.

**Решение.**

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Находим последовательность значений :

$a_1=8, a_2=12, a_3=10, a_4=8$  (*max в каждой строке*).

Из этих значений находим наибольшее:  $a_2=12$ .

Следовательно, критерий максимакса рекомендует принять второе решение ( $i=2$ ).

## 2. Правило Вальда (правило максимина, или критерий крайнего пессимизма).

Рассматривая  $i$ -е решение, будем полагать, что на самом деле ситуация складывается самая плохая,

т.е. приносящая самый малый доход:

$$b_i = \min q_{ij}.$$

Но теперь выберем решение  $i_0$  с наибольшим значением  $b_i$

Итак, правило Вальда рекомендует принять решение  $i_0$  такое, что

$$b_{i_0} = \max_i b_i = \max_i \left( \min_j q_{ij} \right).$$

**Пример.** Для матрицы последствий выбрать вариант решения по критерию Вальда.

**Решение.**

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$b_i = \min q_{ij}$$

$b_1 = 2, b_2 = 2, b_3 = 3, b_4 = 1$  (min в каждой строке).

Из этих значений выбираем максимальное:  $b_3 = 3$ .

Значит, правило Вальда рекомендует принять 3-е решение ( $i=3$ ).

### 3. Правило Сэвиджа (критерий минимаксного риска).

Этот критерий аналогичен предыдущему критерию Вальда, но ЛПР принимает решение, руководствуясь не матрицей последствий  $Q$ , а матрицей рисков  $R = (r_{ij})$ .

По этому критерию лучшим является решение, при котором максимальное значение риска будет наименьшим.



**Пример.** Выбрать вариант решения в соответствии с критерием **Сэвиджа**.

**Решение.**

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Рассматривая матрицу рисков  $R$ , находим последовательность величин  $\max_i r_{ij}$   
 $r_1 = 8, r_2 = 6, r_3 = 5, r_4 = 7$  (max в каждой строке).

Из этих величин выбираем наименьшую:

$$r_3 = 5.$$

Значит, правило Сэвиджа рекомендует принять 3-е решение ( $i=3$ ).

#### 4. Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации).

По данному критерию выбирается вариант решения, при котором достигается максимум выражения

$$c_i = \{\lambda \min q_{ij} + (1 - \lambda) \max q_{ij}\}, \text{ где } 0 \leq \lambda \leq 1.$$

При  $\lambda=0$  критерий Гурвица совпадает с максимаксным критерием,

а при  $\lambda=1$  он совпадает с критерием Вальда.

Значение  $\lambda$  выбирается из субъективных (интуитивных) соображений.

**Пример.** Для матрицы последствий выбрать наилучший вариант решения на основе критерия Гурвица при  $\lambda = 1/2$ .

**Решение.** Рассматривая матрицу последствий Q по строкам, для каждого  $i$  вычисляем

значения  $c_i = 1/2 \min q_{ij} + 1/2 \max q_{ij}$ .  
Например,  $c_1 = 1/2 * 2 + 1/2 * 8 = 5$ ;  $Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$

аналогично находятся  $c_2 = 7$ ;  $c_3 = 6,5$ ;  $c_4 = 4,5$ .  
Наибольшим является  $c_2 = 7$ .

Следовательно, критерий Гурвица при заданном  $\lambda = 1/2$  рекомендует выбрать второй вариант ( $i=2$ ).

## *9. Принятие решений в условиях частичной неопределенности*

Если при принятии решения ЛПР **известны вероятности  $p_j$**  того, что реальная ситуация может развиваться по варианту  $j$ , то говорят, что ЛПР находится в условиях частичной неопределенности.

# *Принятие решений в условиях частичной неопределенности*

## **Правила:**

- 1) Критерий (правило) максимизации среднего ожидаемого дохода**
- 2) Правило минимизации среднего ожидаемого риска**

## Правило максимизации среднего ожидаемого дохода

Если известны вероятности  $p_j$  вариантов, то доход, получаемый при  $i$ -ом решении, является **случайной величиной**  $Q_i$  с рядом

$q_{i1}$	$q_{i2}$	...	$q_{in}$
$p_1$	$p_2$	...	$p_n$

**Математическое ожидание**  $M[Q_i]$  случайной величины  $\hat{Q}_i$  **математический** доход:

$$\bar{Q}_i = M[Q_i] = \sum_{j=1}^n p_j q_{ij} .$$

## Правило максимизации среднего ожидаемого дохода

Для каждого  $i$ -го варианта решения  
рассчитываются величины  $\bar{Q}_i$   
и выбирается вариант, для которого  
достигается

$$\max_i \bar{Q}_i = \max_i \sum_{j=1}^n p_j q_{ij}$$

**Пример.** Пусть известны вероятности развития реальной ситуации по каждому из четырех вариантов

$$p_1 = 1/2, p_2 = 1/6, p_3 = 1/6, p_4 = 1/6.$$

Выяснить, при каком варианте решения достигается наибольший

средний доход и какова величина этого дохода.

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

**Решение.** Найдем для каждого  $i$ -го варианта решения средний ожидаемый доход:

$$\bar{Q}_1 = 1/2 * 5 + 1/6 * 2 + 1/6 * 8 + 1/6 * 4 = 29/6,$$

$$\bar{Q}_2 = 25/6, \quad \bar{Q}_3 = 7, \quad \bar{Q}_4 = 17/6.$$

Максимальный средний ожидаемый доход равен 7 и соответствует третьему решению.



## Правило минимизации среднего ожидаемого риска

В тех же условиях, что и в предыдущем случае, риск ЛПР при выборе  $i$ -го решения является случайной величиной  $R_i$  с рядом

ИИЯ:

$r_{i1}$	$r_{i2}$	...	$r_{in}$
$p_1$	$p_2$	...	$p_n$

Математическое ожидание  $M[R_i]$  и есть средний ожидаемый риск

$$\bar{R}_i = M[R_i] = \sum_{j=1}^n p_j r_{ij}.$$

## Правило минимизации среднего ожидаемого риска

Правило рекомендует принять решение, влекущее минимальный средний ожидаемый риск:

$$\min_i \bar{R}_i = \min_i \sum_{j=1}^n p_j r_{ij} .$$

**Пример.** Исходные данные те же.

Определить, при каком варианте решения достигается наименьший средний ожидаемый риск,

и найти величину минимального среднего ожидаемого риска.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

**Решение.** Для каждого  $i$ -го варианта решения найдем величину среднего ожидаемого риска.

$$\bar{R}_1 = 1/2 * 3 + 1/6 * 3 + 1/6 * 0 + 1/6 * 8 = 20/6,$$

$$\bar{R}_2 = 4, \quad \bar{R}_3 = 7/6, \quad \bar{R}_4 = 32/6.$$

Следовательно, минимальный средний ожидаемый риск равен  $7/6$  и соответствует третьему решению:  $= 7/6$ .

## 10. Критерий Лапласа (равновозможности)

Предполагается, что все состояния среды **равновероятны**.

Тогда описанные выше схемы расчета можно применить, считая вероятности  $p_j$  одинаковыми для всех вариантов реальной ситуации и равными  $1/n$ .

**Пример 2.8.** Используя критерий Лапласа равновозможности выбрать наилучший вариант решения на основе:

- а) правила максимизации среднего ожидаемого дохода;
- б) правила минимизации среднего ожидаемого риска.

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

**А) Средние ожидаемые доходы с учетом равновероятности вариантов реальной ситуации:**

$$\bar{Q}_1 = (5+2+8+4)/4 = 19/4$$

$$\bar{Q}_2 = 21/4$$

$$\bar{Q}_3 = \underline{\underline{26/4}}$$

$$\bar{Q}_4 = 15/4$$

Следовательно, наилучшим вариантом решения будет **третий**, и максимальный средний ожидаемый доход будет равен **26/4**.

Б) Для каждого варианта решения рассчитаем величины **среднего ожидаемого риска** на основе матрицы рисков с учетом равновероятности вариантов ситуации

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\bar{R}_1 = (3+3+0+8)/4 = 14/4=3,5$$

$$\bar{R}_2 = 3$$

$$\bar{R}_3 = 7/4 = \underline{\underline{1,8}}$$

$$\bar{R}_4 = 18/4=4,5$$

Отсюда следует, что наилучшим будет **третий вариант**,

и при этом минимальный средний ожидаемый риск составит 1,8.

#### Задача 4.

Для матриц последствий и рисков

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

известны вероятности развития реальной ситуации по каждому из четырех вариантов:  $p_1 = 1/8$ ,  $p_2 = 1/4$ ,  $p_3 = 3/8$ ,  $p_4 = 1/4$ .

1. Выяснить, при каком варианте решения достигается **наибольший средний доход** и какова величина этого дохода.
2. при каком варианте решения достигается **наименьший средний ожидаемый риск**, и найти величину минимального среднего ожидаемого риска (проигрыша).
3. используя критерий Лапласа выбрать **наилучший вариант решения на основе правила максимизации среднего ожидаемого дохода**



**Решение:**

1. Найдем для каждого  $i$ -го варианта решения средний ожидаемый доход:

Значения каждой строчки умножаются на вероятности и суммируются

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad p_1=1/8, p_2=1/4, p_3=3/8, p_4=1/4.$$

$$\bar{Q}_1 = 1/8 * \underline{3} + 1/4 * \underline{4} + 3/8 * \underline{5} + 1/4 * \underline{6} = 4,75$$

$$\bar{Q}_2 = 7,375$$

$$\bar{Q}_3 = 5,125$$

Максимальный средний ожидаемый доход равен **7,375** и соответствует *второму решению.*

2. Для каждого  $i$ -го варианта решения найдем величину среднего ожидаемого риска.

$$R = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{На основе заданной матрицы риска } R \text{ найдем:}$$

$\bar{R}_1 = 1/8*7+1/4*2+3/8*4+1/4*2 = 3,375$  - значения каждой строки умножаются на вероятности и суммируются

$$\bar{R}_2 = 0,75,$$

$$\bar{R}_3 = 3$$

Следовательно, минимальный средний ожидаемый риск равен 0,75 и соответствует второму решению.

3. С учетом равновероятности вариантов реальной ситуации величины среднего ожидаемого дохода для каждого из вариантов решения составляют

$$Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{Q}_1 = (3+4+5+6)/4=4,5,$$

$$\bar{Q}_2 = \underline{7,75}$$

$$\bar{Q}_3 = 4,25$$

Следовательно, наилучшим вариантом решения будет **второй**, и максимальный средний ожидаемый доход будет равен **7,75**.