

# **Подготовка к ОГЭ**

## **Модуль геометрия**

**Итоговое повторение курса  
геометрии 8 класса**

# Многоугольники

**Задача:** Сумма углов выпуклого многоугольника  $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Сколько сторон имеет многоугольник, если каждый угол которого равен  $120^\circ$ .

**Решение**

Обозначим  $n$  – количество вершин многоугольника.

Так как сумма углов выпуклого многоугольника  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .

То следовательно  $(n - 2) \cdot 180^\circ = 120^\circ \cdot n$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = 120^\circ \cdot n$$

$$60^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$$n = 360^\circ : 60^\circ$$

$$n = 6$$

**Ответ:** 6 сторон.

# Четырехугольники

Параллелограмм

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

Трапеция

# Прямоугольник, его свойства и признаки

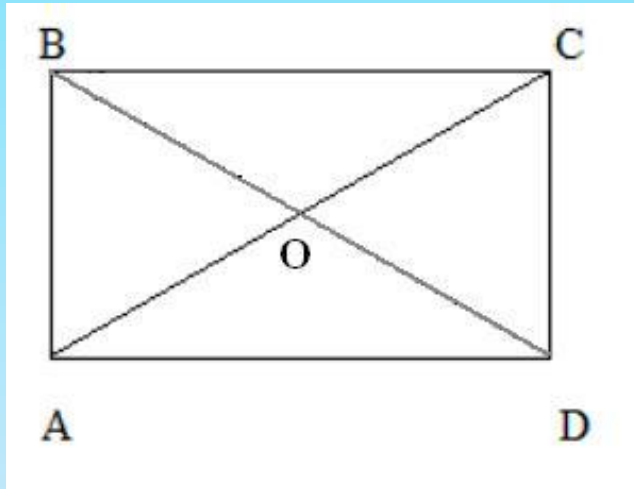
## 2. Свойства

- Диагонали равны  
 $BD = AC$ .

*Обратное утверждение*

## 3. Признаки

- Если в параллелограмме диагонали равны, то он прямоугольник.



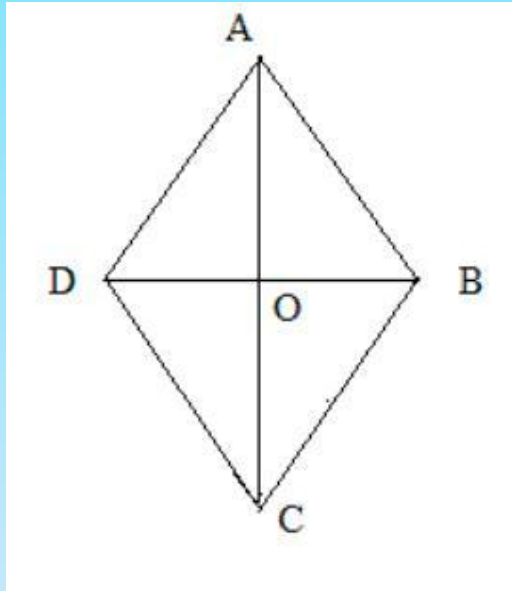
## 1. Определение

Параллелограмм, у которого все углы прямые.

$$\angle A = 90^\circ; \quad \angle B = 90^\circ;$$

$$\angle C = 90^\circ; \quad \angle D = 90^\circ.$$

# Ромб, его свойства и признаки



## *Определение*

Параллелограмм, у которого все стороны равны.

$$AB = BC = CD = AD$$

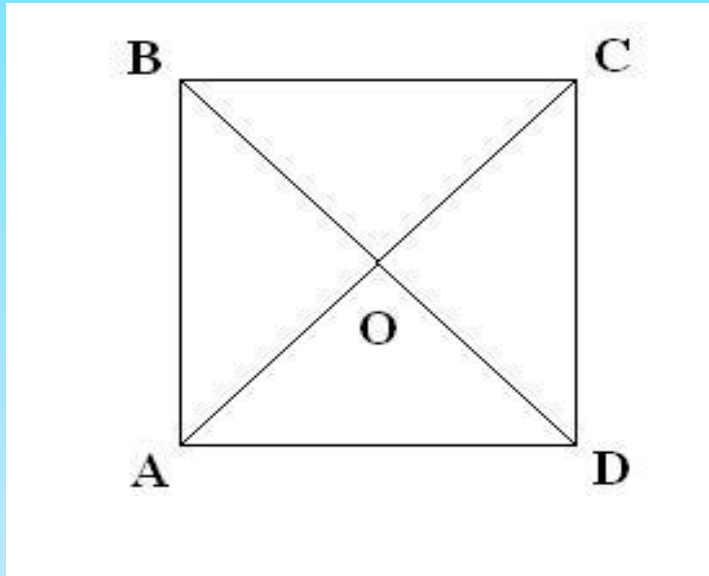
## *Свойства*

- Диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

# Квадрат, его свойства и признаки

## Свойства

- Диагонали равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.



## Определение

Прямоугольник, у которого все стороны равны.

$$\angle A = 90^\circ; \quad \angle B = 90^\circ; \quad \angle C = 90^\circ; \quad \angle D = 90^\circ.$$

$$AB = BC = CD = AD.$$

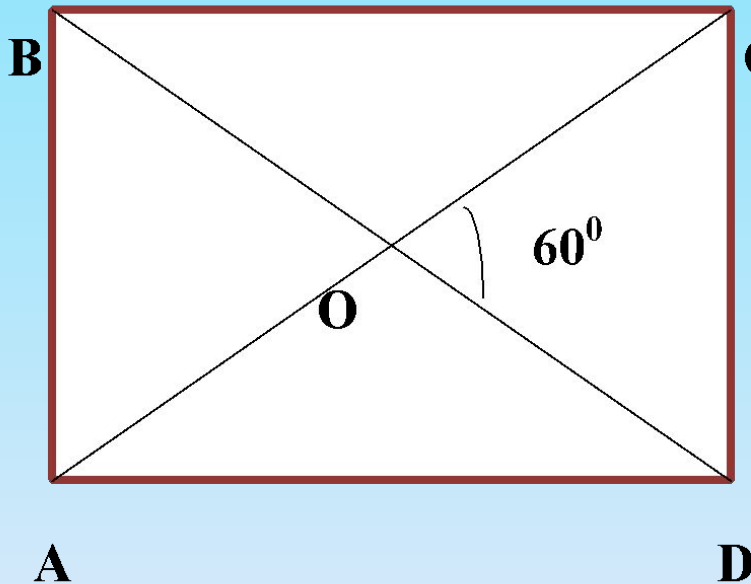
- Признаки
- Если в ромбе все углы равны, то он квадрат.
- Если в ромбе диагонали равны, то он квадрат.

$$AC \perp BD, \quad AC = BD;$$

$$\angle BAO = \angle DAO; \quad \angle BCO = \angle DCO;$$

$$\angle ABO = \angle CBO; \quad \angle ADO = \angle CDO.$$

# Задача



Дано:  $ABCD$  – прямоугольник;  $\angle COD = 60^\circ$ .

Найти:  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$ .

Ответ:  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $\angle BOC = 120^\circ$ .

# Задача

**Дано:** ABCD – прямоугольник;

$\angle ABD$  больше  $\angle CBD$  на  $20^\circ$ .

**Найти:** углы треугольника AOD.

**Ответ:**  $\angle A = 35^\circ$ ,  $\angle O = 110^\circ$ ,  $\angle D = 35^\circ$

◦



# Задача

В ромбе угол между диагональю и стороной равен  $25^\circ$ . Найдите углы ромба.

Ответ:  $50^\circ$ ;  $130^\circ$

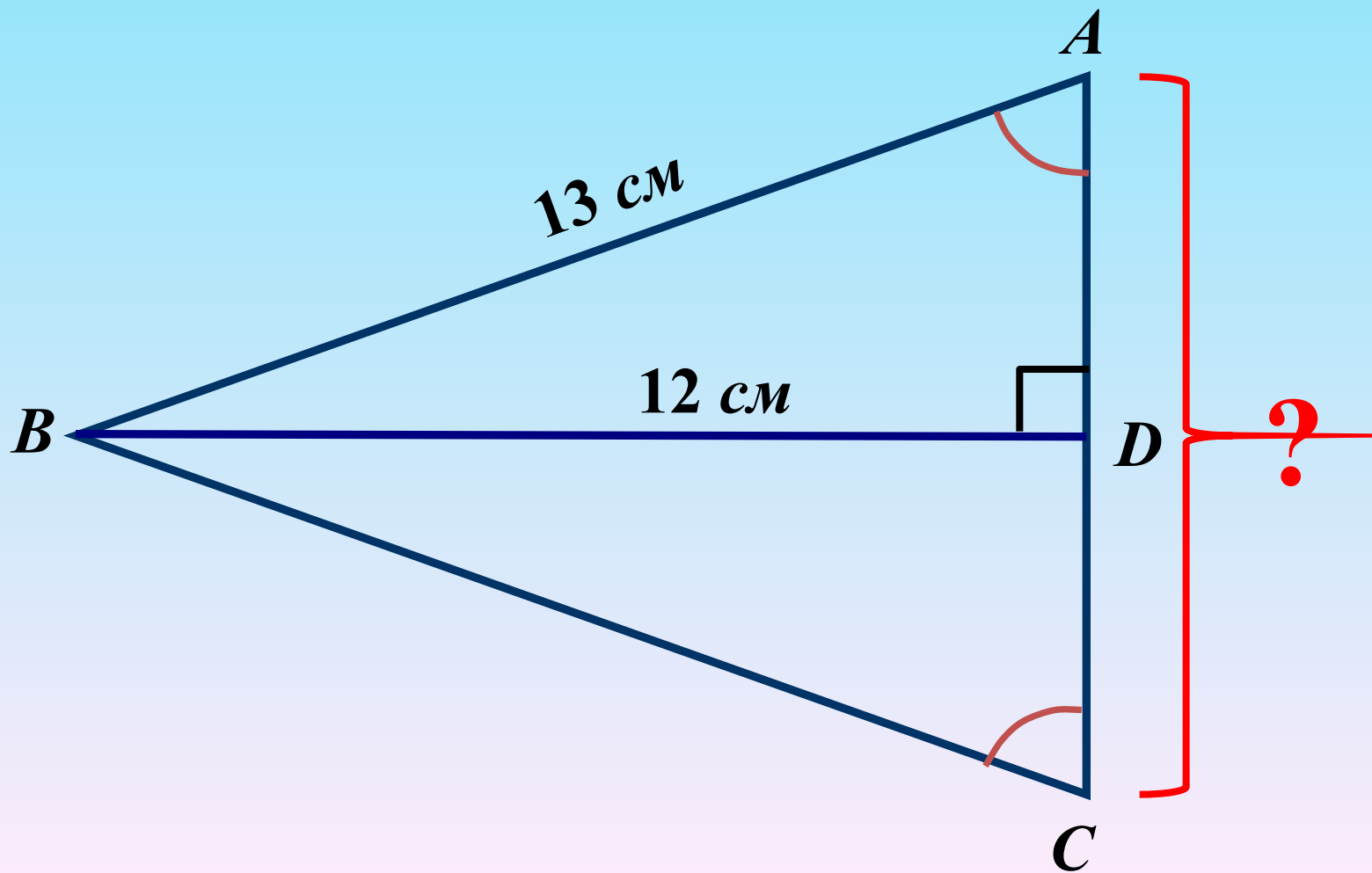
# Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

*Это простота - красота - значимость*

**Дано:**  $\triangle ABC$

**Найти:**  $AC$

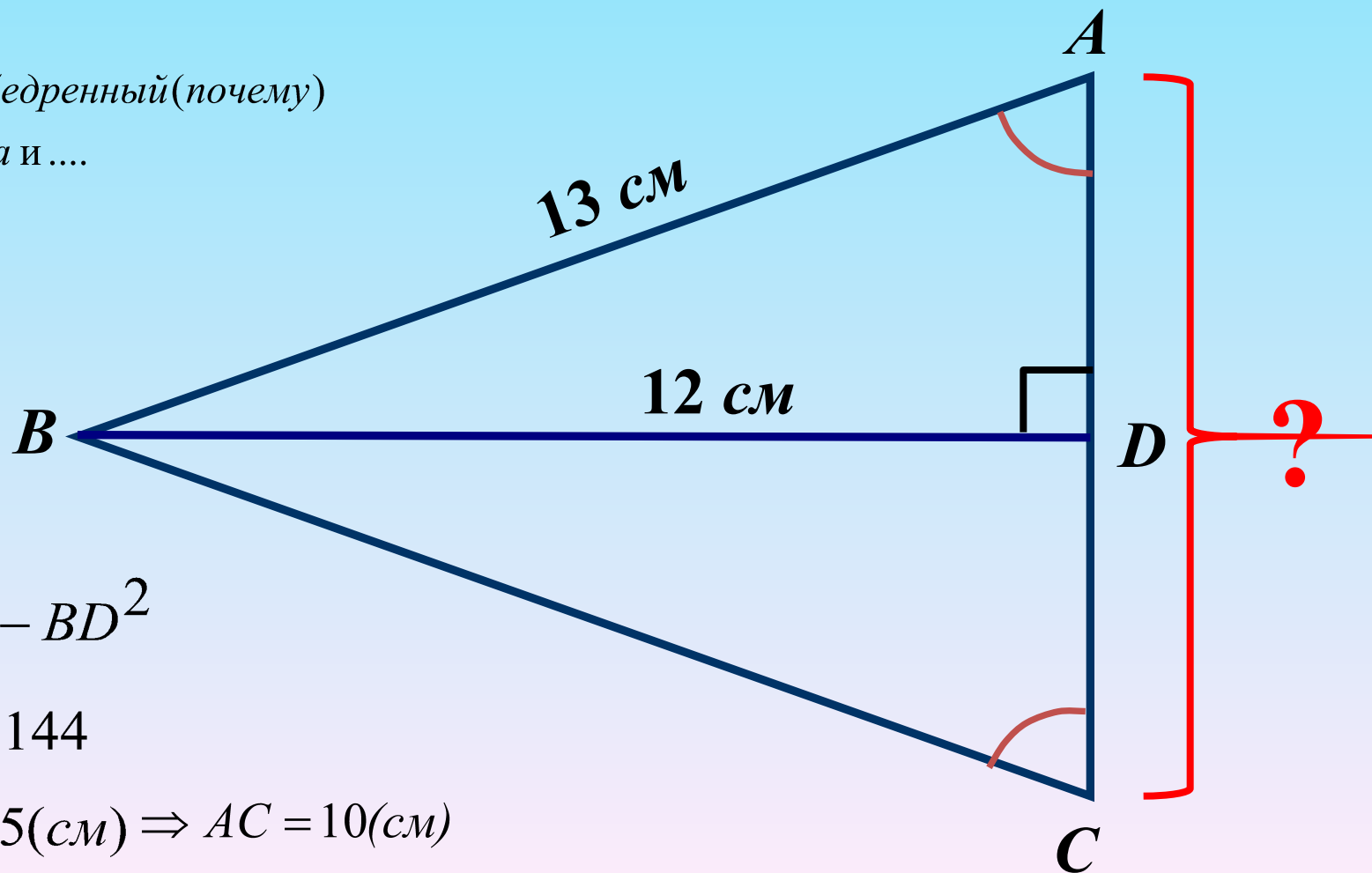


**Дано:**  $\triangle ABC$

**Найти:**  $AC$

$\triangle ABC$  – равнобедренный (почему)

$\Rightarrow BD$  – высота и ...



$$AC = 2AD$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = 169 - 144$$

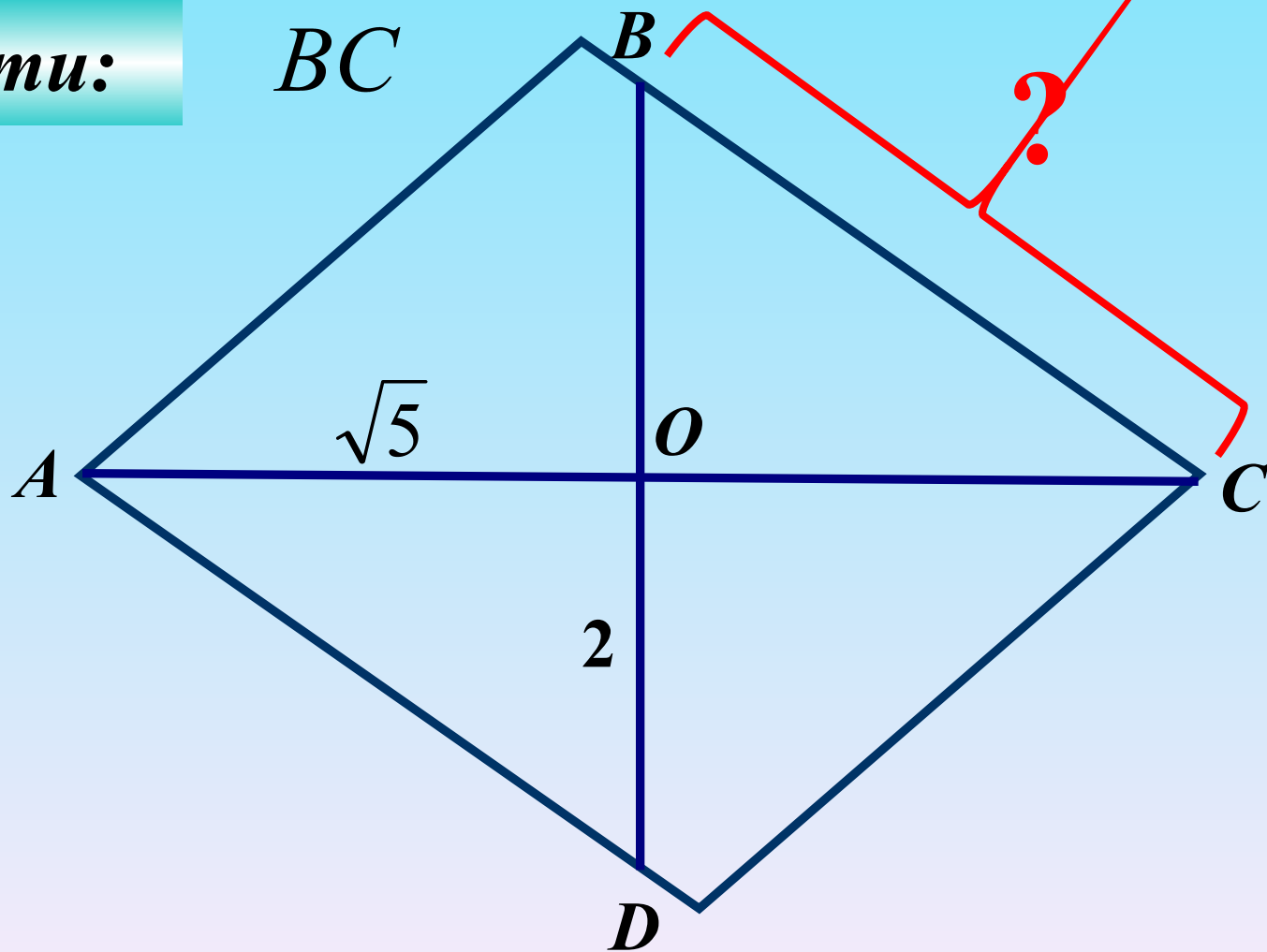
$$AD = \sqrt{25} = 5(\text{см}) \Rightarrow AC = 10(\text{см})$$

**Дано:**

$ABCD$  – ромб

**Найти:**

$BC$



**Дано:**

$ABCD$  – ромб

**Найти:**  $BC$

**Решение:**

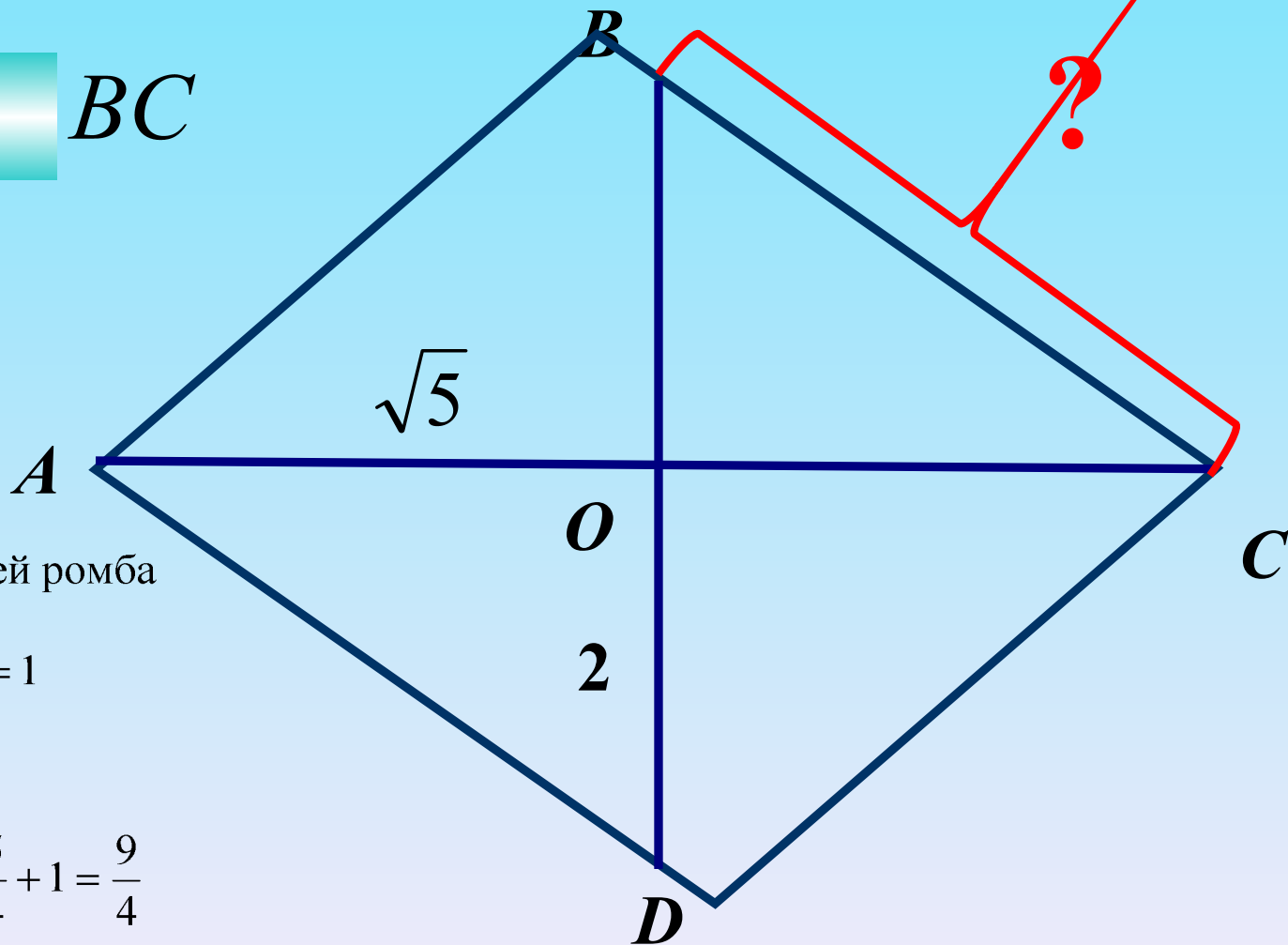
1. Свойство диагоналей ромба

$$2. OC = \frac{\sqrt{5}}{2}, OB = \frac{2}{2} = 1$$

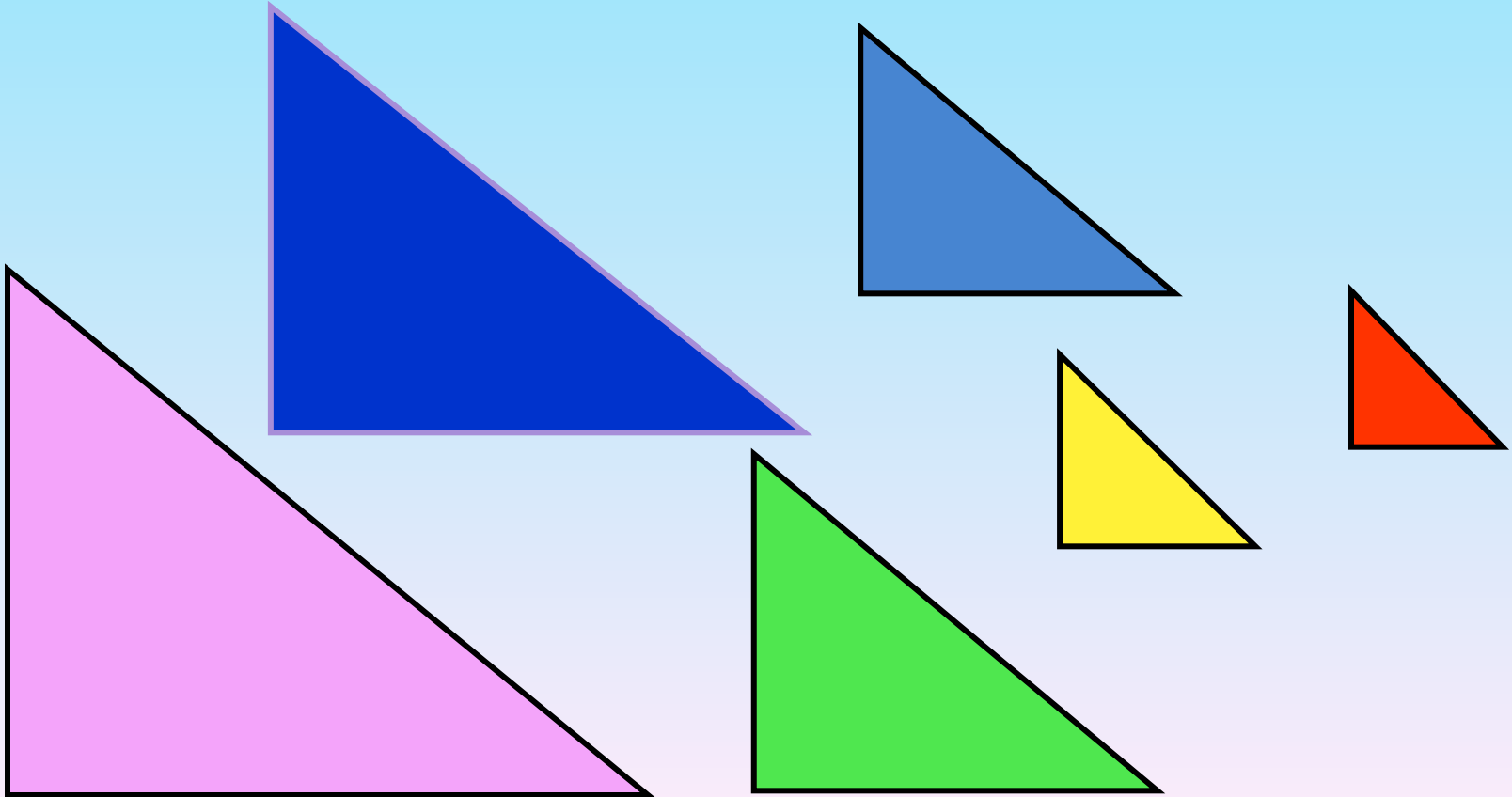
$$3. BC^2 = OB^2 + OC^2$$

$$BC^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

$$BC = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

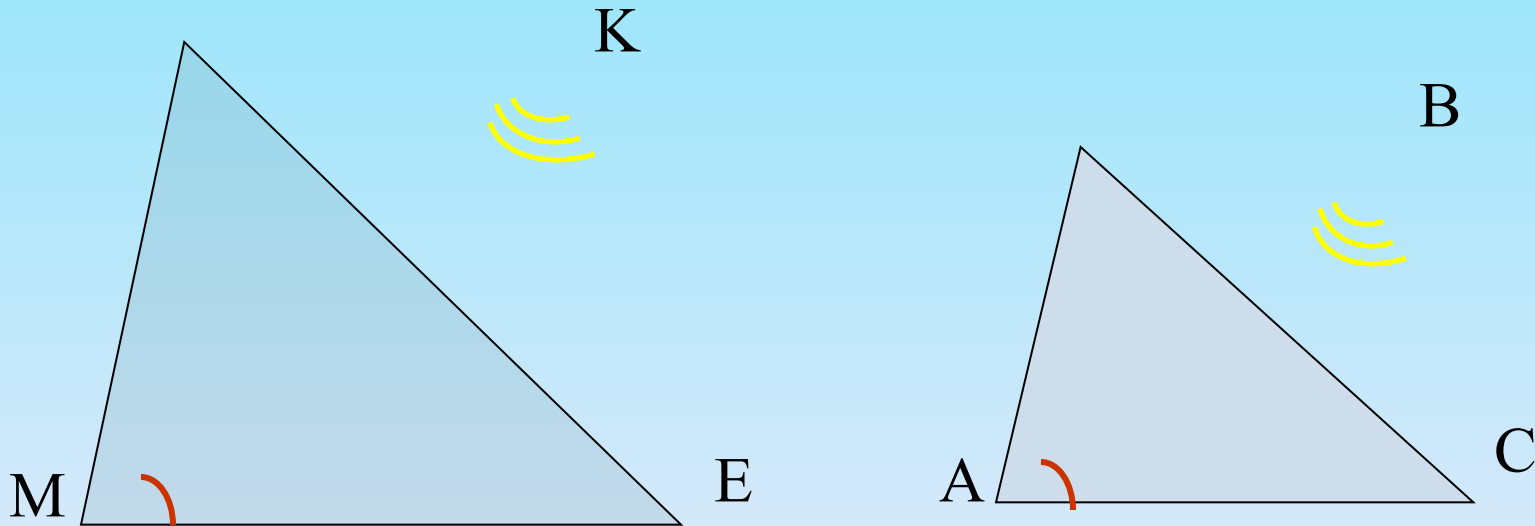


# Первый признак подобия треугольников



## Теорема (первый признак подобия треугольников).

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

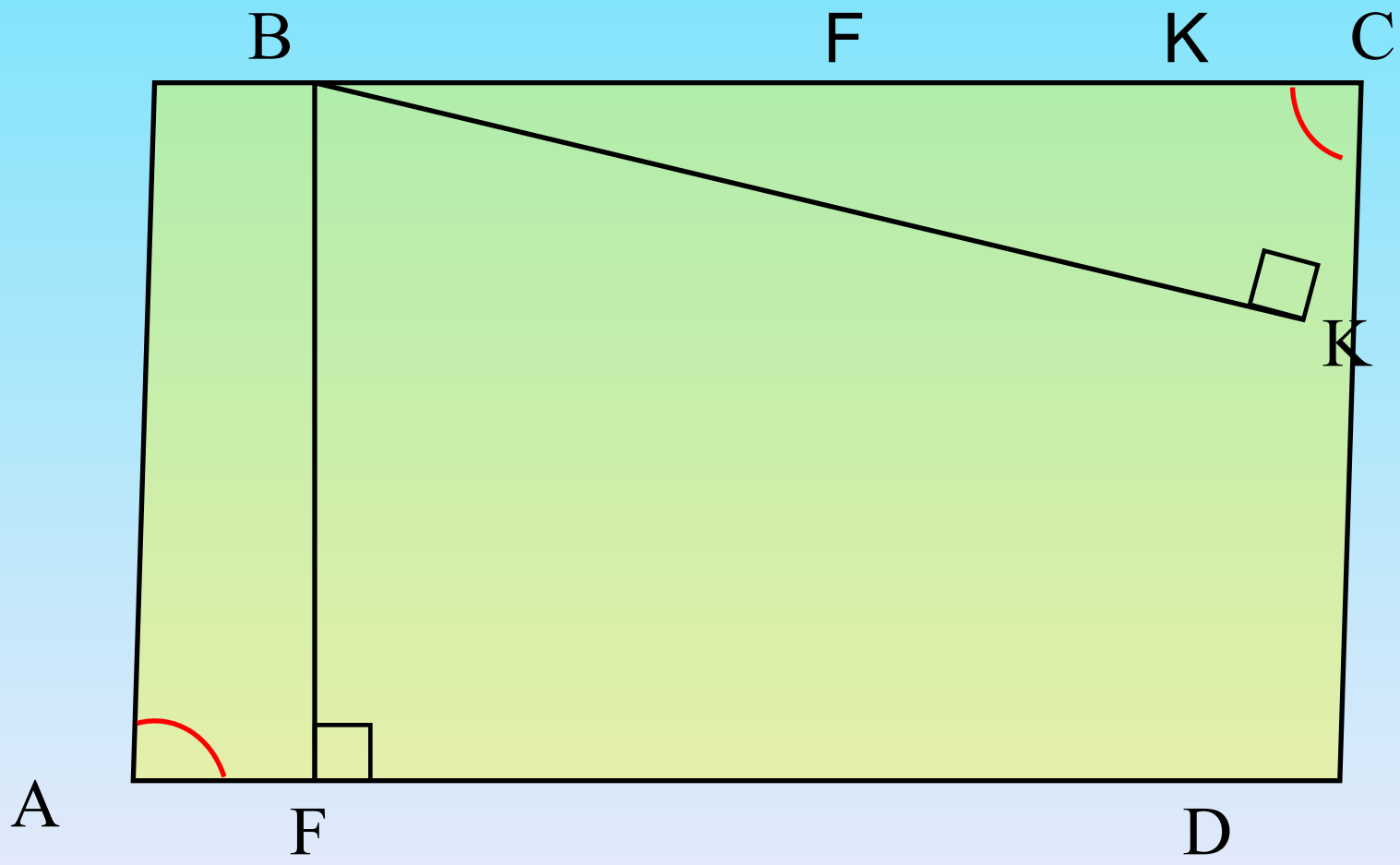


Если  $\angle M = \angle A$ ,  $\angle K = \angle B$ , то  $\triangle MKE \sim \triangle ABC$ .



№

$\triangle ABF \cong \triangle CBK$



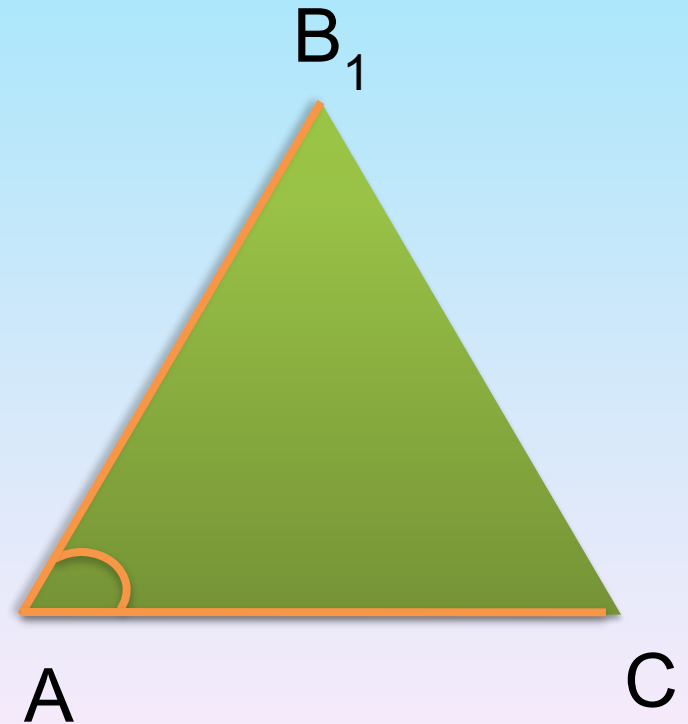
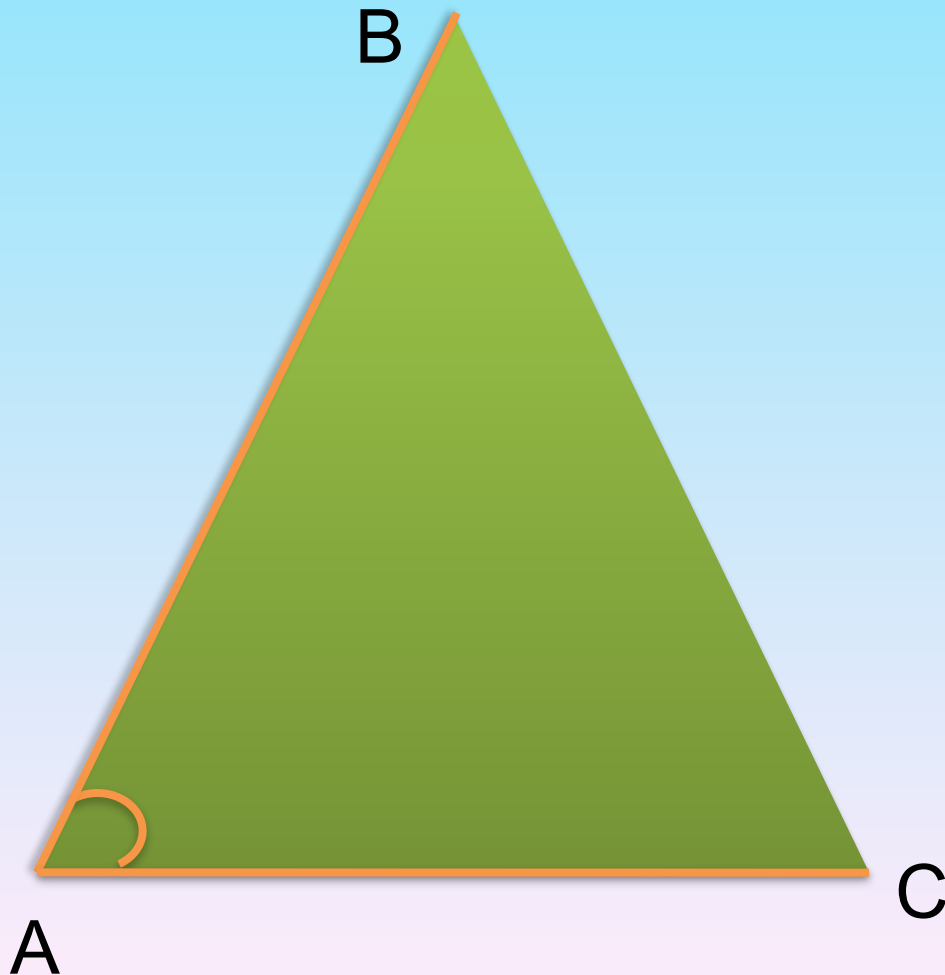
ABCD - параллелограмм

# **Второй признак подобия треугольников**

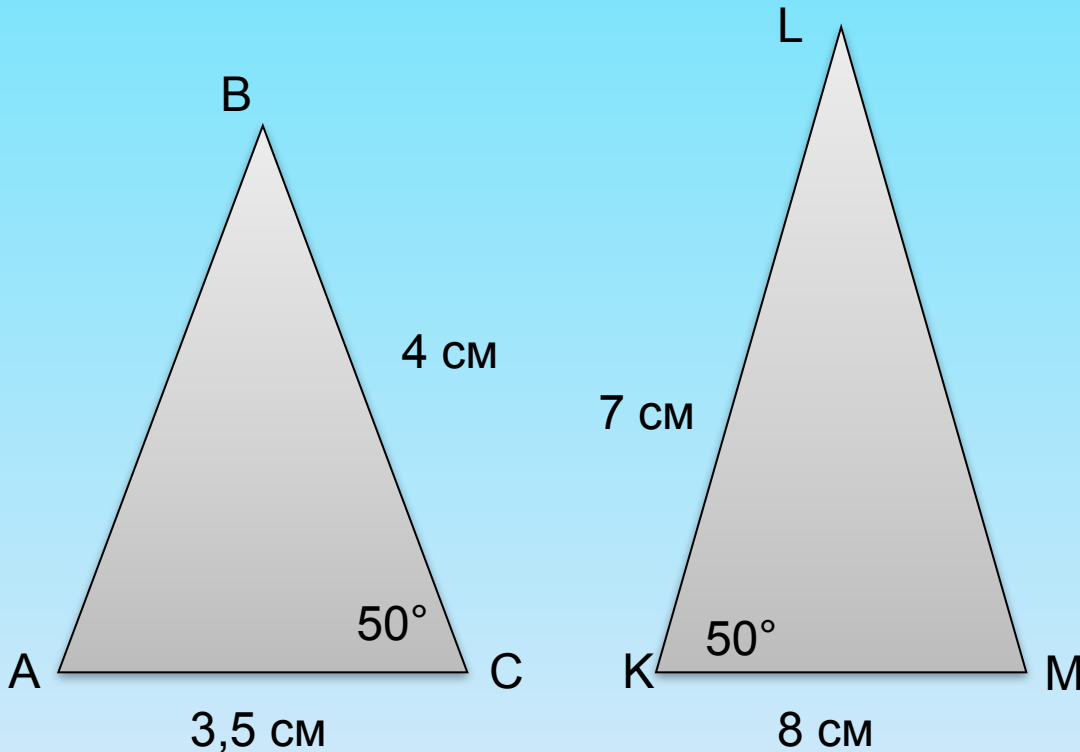
**II признак подобия треугольников.** Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



## Докажите подобие треугольников



$$\angle C = \angle K$$

$$\angle C = \angle K$$

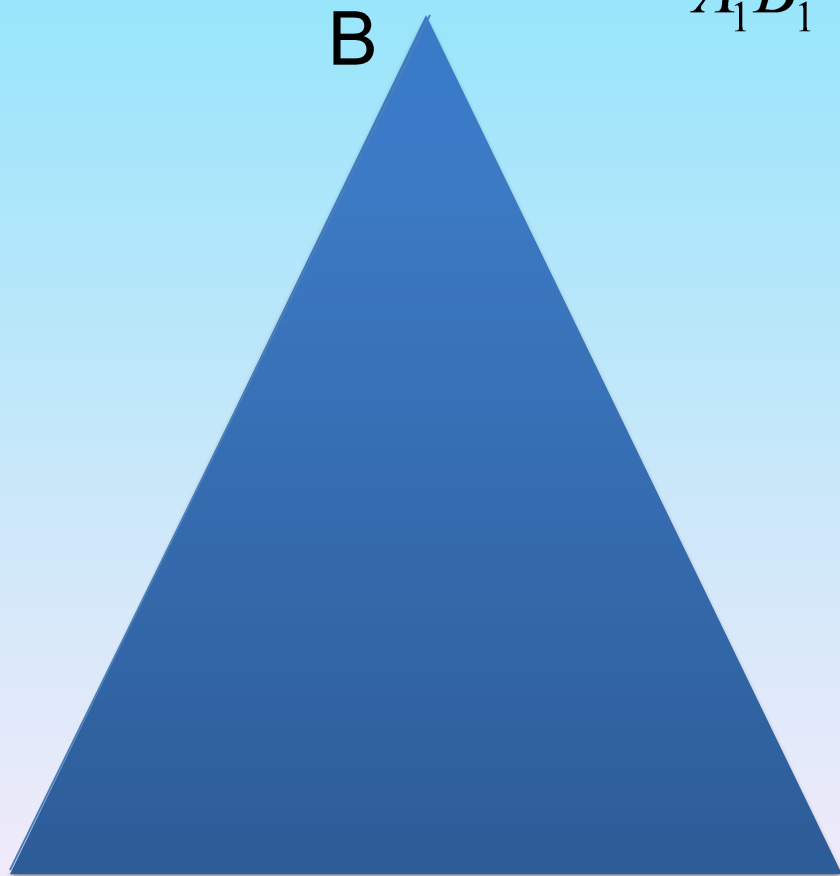
$$\angle C = \angle K$$

$\rightarrow \angle C = \angle K$

**III признак подобия треугольников.** Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

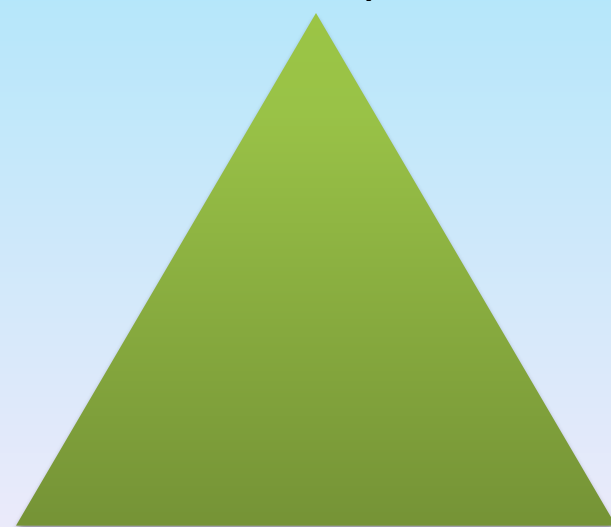
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

В



$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

B<sub>1</sub>



A

C

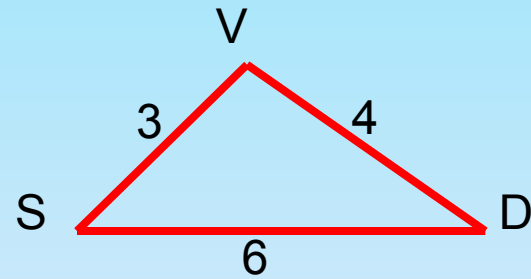
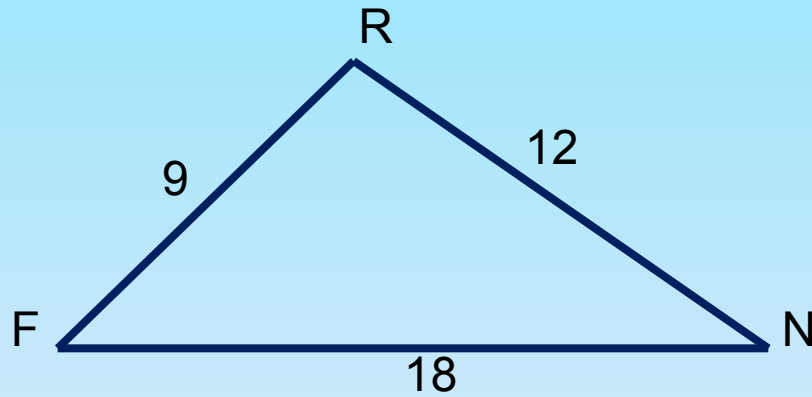
A

C

1

# Задачи

Являются ли треугольники подобными ?



$$\frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = \frac{3}{1}$$

**ВЗАИМНОЕ  
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И  
ОКРУЖНОСТИ**

# Свойство касательной:

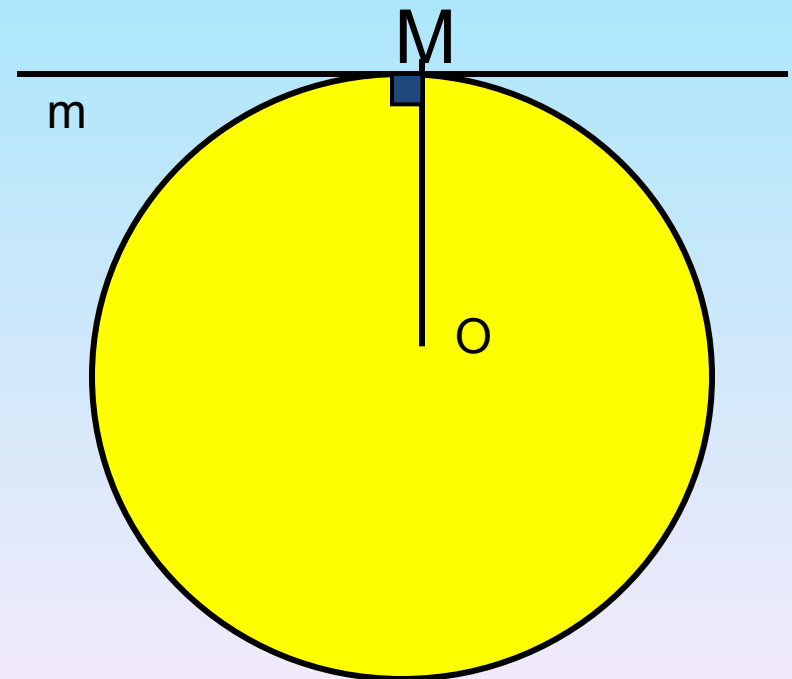
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

$m$  – касательная к  
окружности с  
центром  $O$

$M$  – точка касания

$OM$  - радиус

$$m \perp OM$$





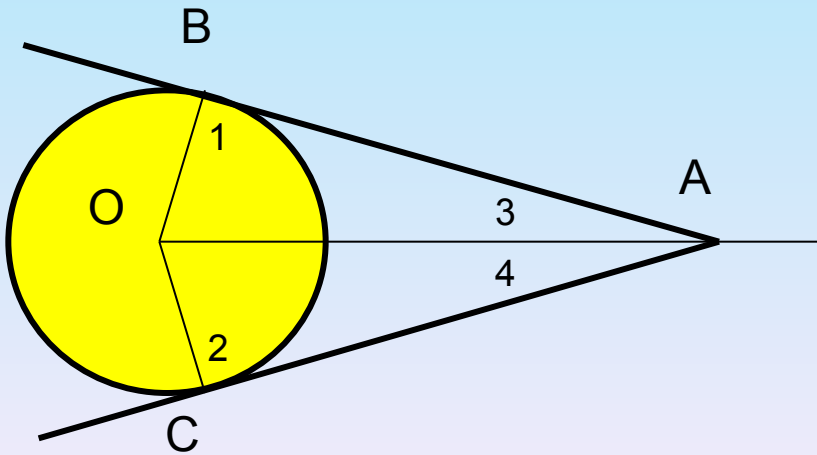
# Свойство касательных, проходящих через одну точку:

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

$$AB=AC$$

$$\angle 1 = 90^\circ, \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\angle 3 = \angle 4$$



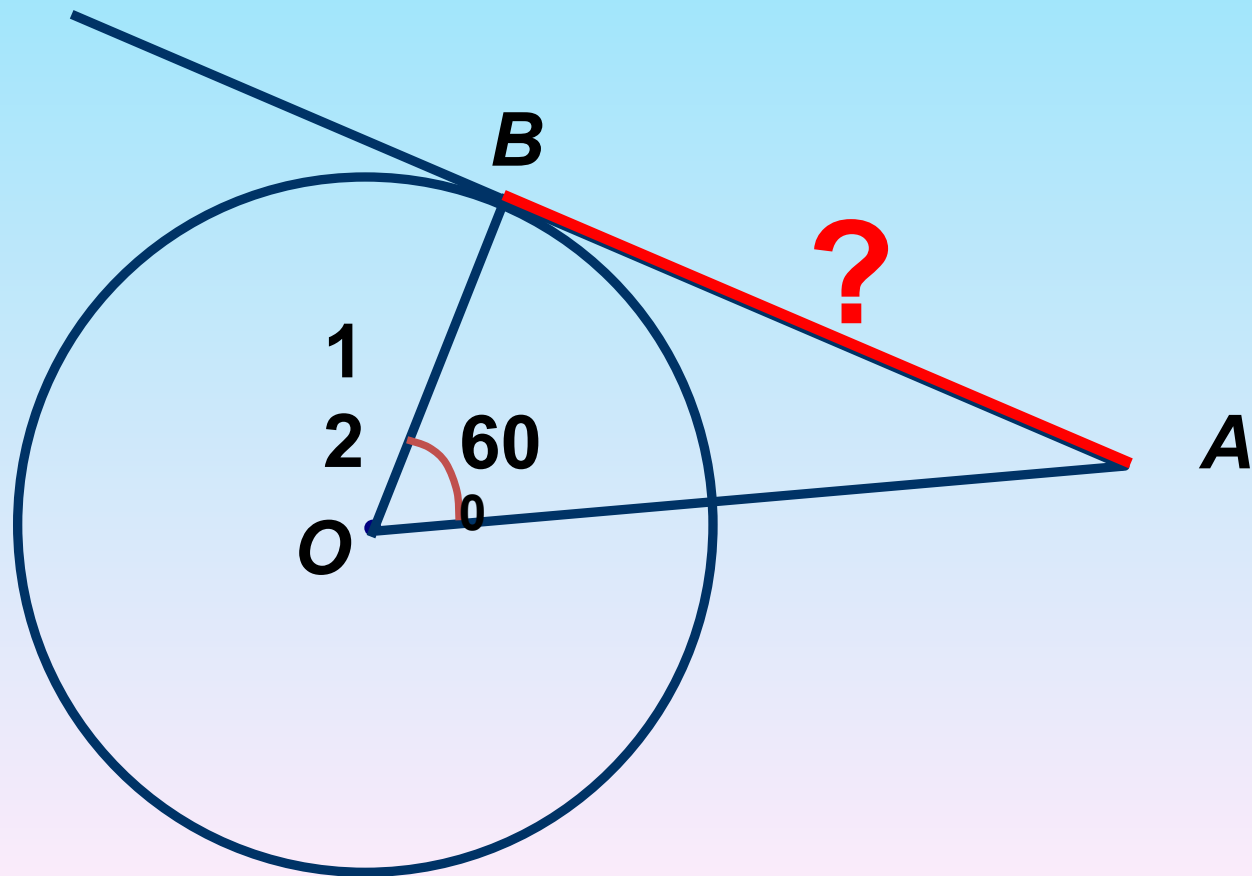
№ Дано:

*Окружность*

Найти:

*AB*

*AB – касательная*



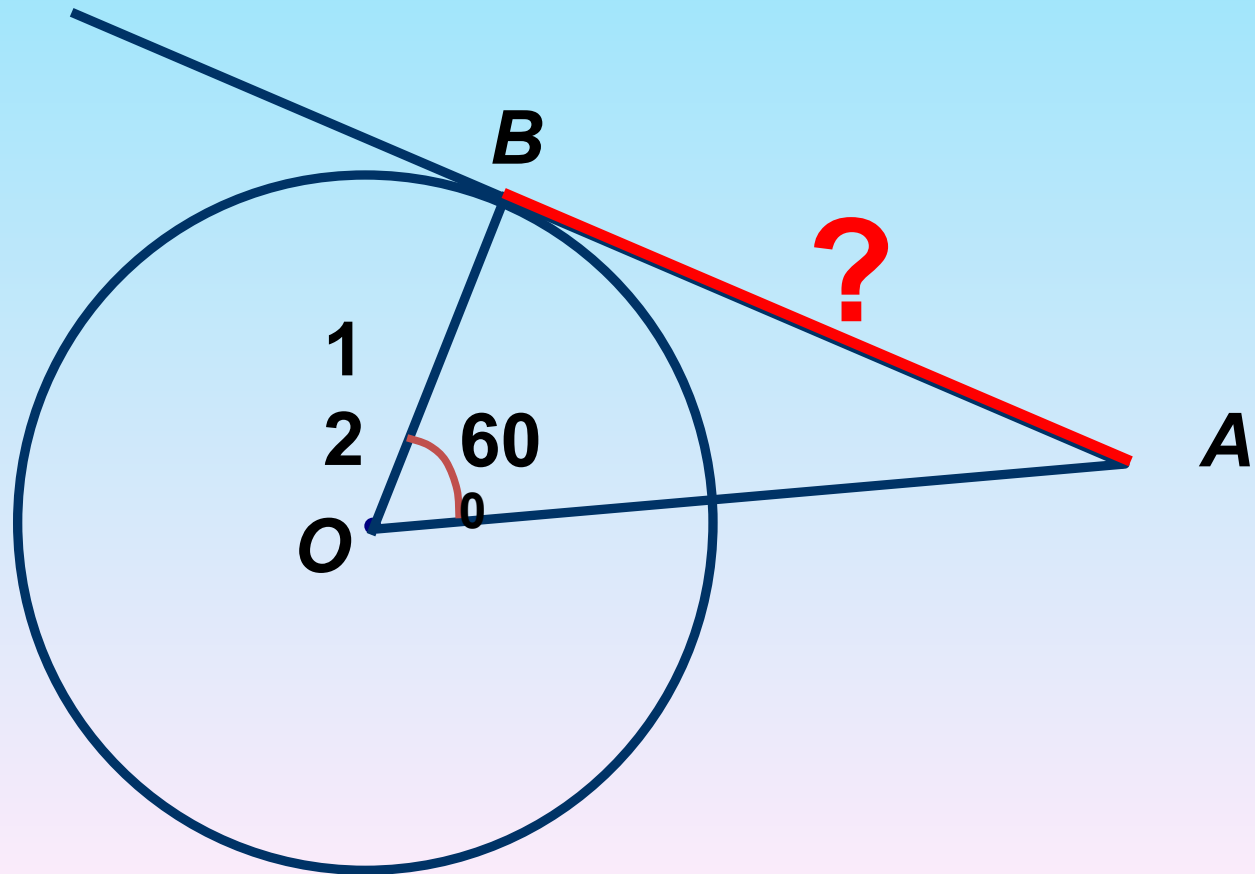
$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{24^2 - 12^2} = 12\sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{OB}{AB}$$

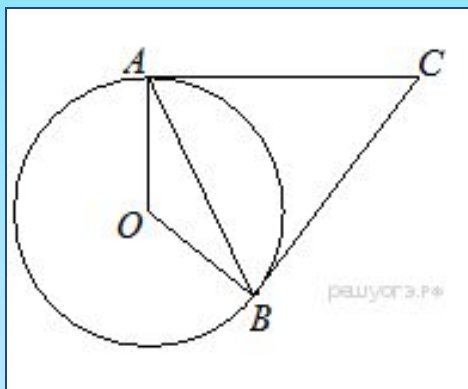
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AB}$$

$$AB = 12\sqrt{3}$$



№

Касательные в точках  $A$  и  $B$  к окружности с центром  $O$  пересекаются под углом  $72^\circ$ .  
Найдите угол  $ABO$ . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Введём обозначение как показано на рисунке. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны, поэтому  $AC = BC$ , следовательно, треугольник  $ABC$  — равнобедренный. Отку-

да 
$$\angle CAB = \angle CBA = \frac{180^\circ - \angle ACB}{2} = 54^\circ.$$

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую он заключает, значит, дуга  $AB$  равна  $108^\circ$ .

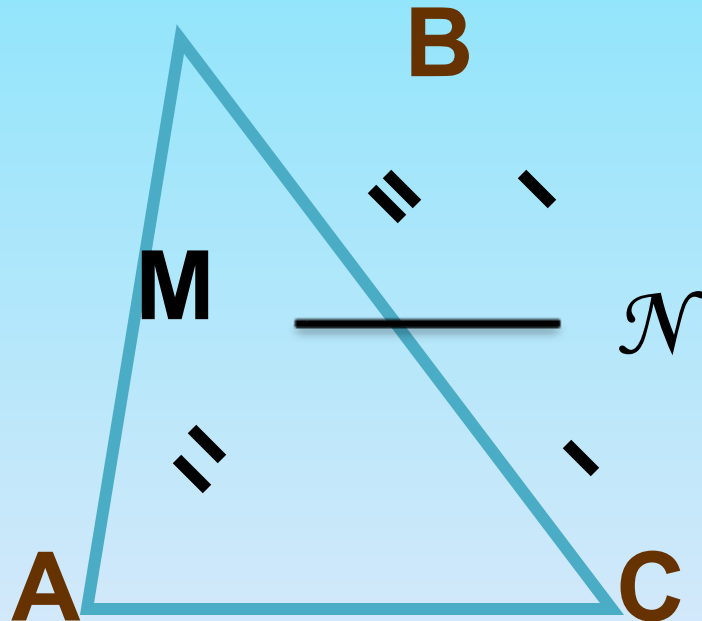
Угол  $AOB$  — центральный, поэтому он равен дуге, на которую опирается, следовательно, равен  $108^\circ$ .

Рассмотрим треугольник  $AOB$ , он равнобедренный, следовательно, 
$$\angle OAB = \angle ABO = \frac{(180^\circ - 108^\circ)}{2} = 36^\circ.$$

Ответ: 36.

# Средняя линия треугольника

**Определение:** **Средней линией** треугольника называется **отрезок**, соединяющий середины двух его сторон.



$$AM = MB$$

$$AN = NC$$

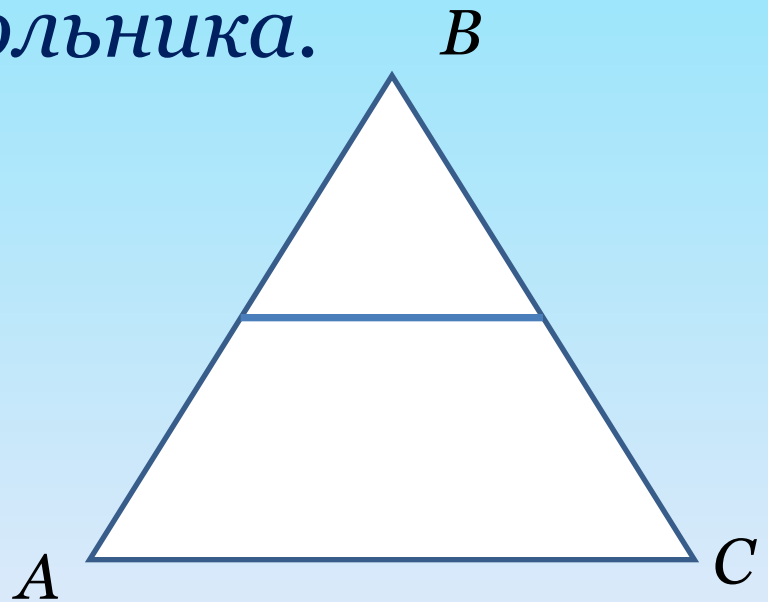
**MN** — средняя линия треугольника ABC.

# Средняя линия треугольника

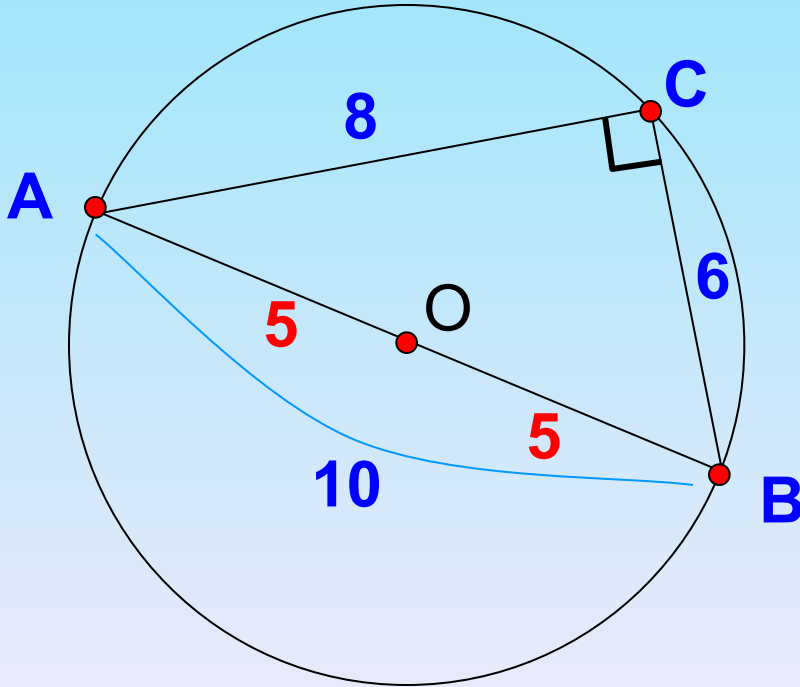
Средняя линия равностороннего треугольника  $ABC$  равна 8 см. Найти периметр этого треугольника.

$$a_3 = 16 \quad P = 3a_3$$

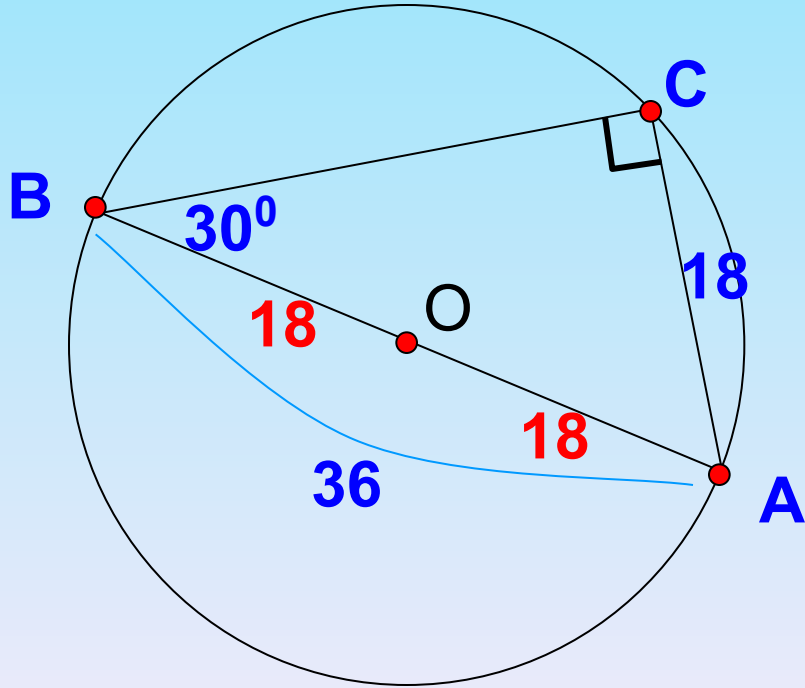
$$P_{\triangle ABC} = 48 \text{ см}$$



Около прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если  $AC=8$  см,  $BC=6$  см.



Около прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если  $AC=18$  см,  $\angle B = 30^\circ$ .



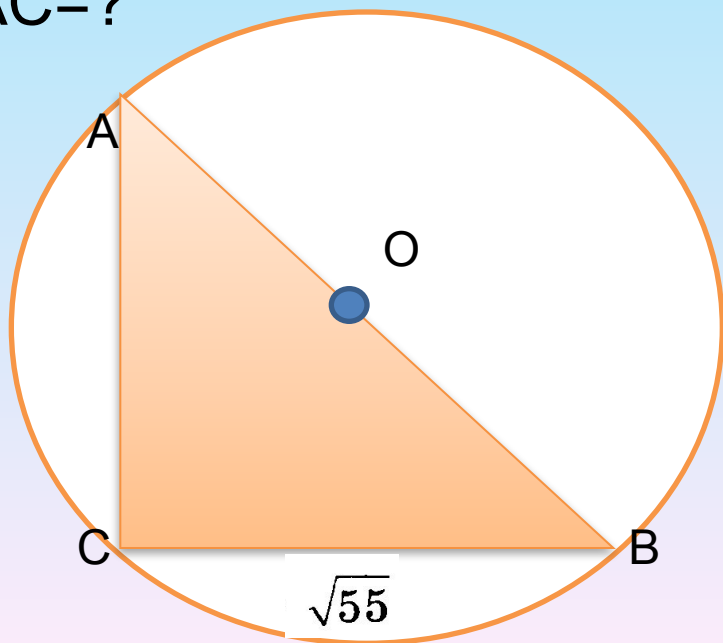


В треугольнике  $ABC$   $BC = \sqrt{55}$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 4. Найдите  $AC$ .

$$BC = \sqrt{55}$$

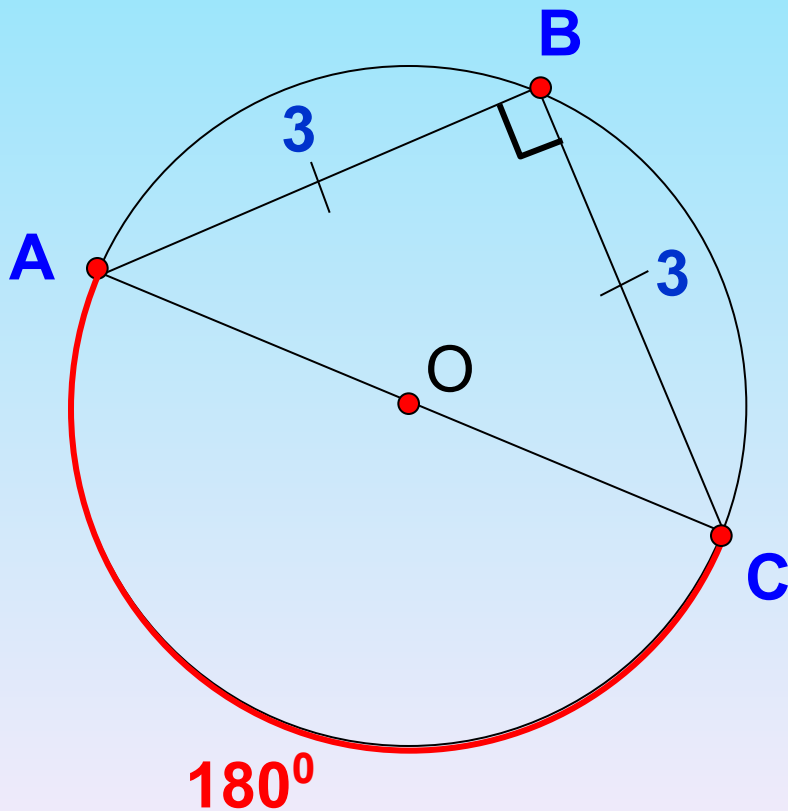
$$R=4$$

$$AC=?$$



$$\angle C = \angle K$$

Боковые стороны треугольника, изображенного на рисунке, равны 3 см. Найти радиус описанной около него окружности.



# Домашнее задание

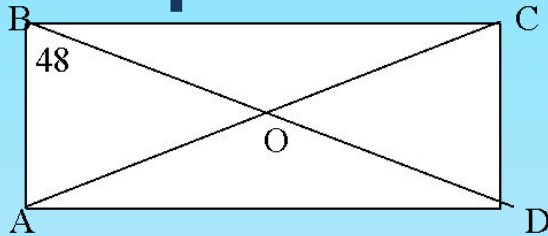
В треугольнике  $ABC$   $BC = \sqrt{55}$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 4. Найдите  $AC$ .

Около прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если  $AC=8$  см,  $BC=6$  см.

Около прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$  описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если  $AC=18$  см,  $BC = 24$  см.

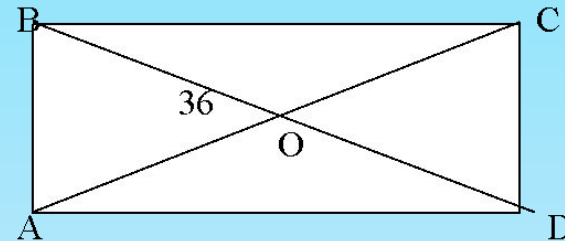
# Домашнее задание

## Вариант 1.



1. Дано: ABCD – прямоугольник;  $\angle ABD = 48^\circ$ .  
Найти:  $\angle COD$ ,  $\angle CAD$ .
2. Угол ромба равен  $32^\circ$ .  
Найдите углы, которые образует его сторона с диагоналями.

## Вариант 2.



1. Дано: ABCD – прямоугольник;  $\angle BOA = 36^\circ$ .  
Найти:  $\angle CAD$ ,  $\angle BDC$ .
2. Дано: ABCD – прямоугольник;  $\angle ADB$ :  
 $\angle CDB = 4:5$ .  
Найти: углы треугольника AOB.