



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
МЕЖДУНАРОДНЫХ ОТНОШЕНИЙ



Кафедра философии

# Основы формальной ЛОГИКИ

Тема 5

## Сложные суждения

# Сложные суждения

## □ Исчисление высказываний

- Понятие высказывания
- Формы высказываний
- Логические значения высказываний

## □ Виды сложных суждений

- Отрицание
- Конъюнкция
- Дизъюнкция
- Исключающая (строгая) дизъюнкция
- Импликация
- Эквиваленция (эквивалентность)

## □ Логические отношения между сложными суждениями и их членами

## □ Функция истинности

- Вычисление функции истинности
- равносильные формулы

# Исчисление высказываний

## Понятие высказывания

- **Высказывание** – предложение, выражающее суждение.
  - Если суждение, составляющее содержание (смысл) высказывания, истинно, то и высказывание **истинно**; **ложным** же называется высказывание, выражающее ложное суждение.
- **Логические постоянные** – логические союзы (связки) и кванторы.
  - **Логические операторы** – символы, представляющие логические связи и кванторы.
- **Логические (пропозициональные) связки** – слова и словосочетания «не», «неверно, что», «и», «или», «либо..., либо», «если..., то», «тогда и только тогда, когда» и др., а также их ближайшие синонимы.
- **Кванторы** – словосочетания «для всех... имеет место, что», «для некоторых имеет место, что» и их ближайшие синонимы.
- **Элементарные высказывания** – высказывания, не содержащие логических постоянных.
- **Сложные высказывания** – высказывания, содержащие логические постоянные.

# Исчисление высказываний

## Формы и логические значения высказываний

- **Логические (истинностные) значения высказываний** – «истинность» и «ложность».
- **Предметная переменная** – переменная, которая принимает значение из множества, для которого определён соответствующий предикат.
  - Предметные переменные принято обозначать строчными буквами латинского алфавита  $x, y, z$ .
- **Формы высказываний** – неполные высказывания, содержащие предметные переменные.
- Форма высказывания превращается в истинное или ложное высказывание в результате
  - подстановки **единичных терминов** вместо всех предметных переменных;
  - присоединения **квантора**.
- Истинность или ложность сложного высказывания является **функцией** логических значений элементарных высказываний, т.е. определяется в зависимости от истинности или ложности составляющих его элементарных высказываний.

# Виды сложных суждений

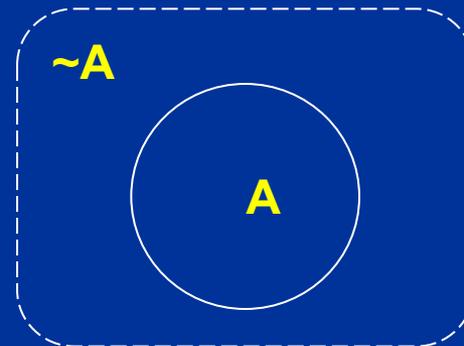
## Отрицание

**Отрицание** –  
логическая операция,  
в результате которой из данного высказывания  
получается высказывание, **контрадикторное** исходному.

Логическое значение отрицания  
определяется следующим образом:

- 1) отрицание **ложно**, если отрицаемое суждение **истинно**,
- 2) отрицание **истинно**, если отрицаемое суждение **ложно**.

| A | $\sim A$ |
|---|----------|
| и | л        |
| л | и        |



# Виды сложных суждений

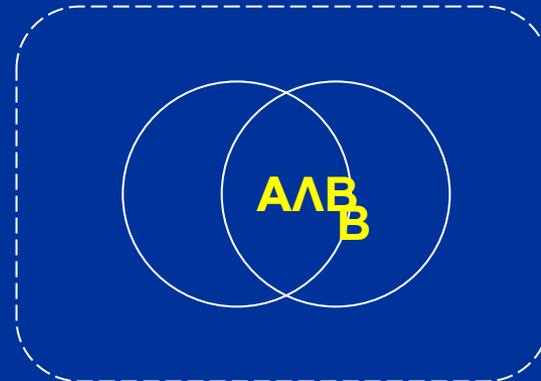
## Конъюнкция

**Конъюнкция** –  
логическая операция,  
соединяющая несколько высказываний с помощью  
союза (пропозициональной связки) «и».

Логическое значение конъюнкции  
определяется следующим образом:

- 1) конъюнкция **истинна**, только если **все** её члены **истинны**;
- 2) конъюнкция **ложна**, если **хотя бы один** из её членов **ложно**.

| <b>A</b> | <b>B</b> | <b>A ∧ B</b> |
|----------|----------|--------------|
| <b>и</b> | <b>и</b> | <b>и</b>     |
| <b>и</b> | <b>л</b> | <b>л</b>     |
| <b>л</b> | <b>и</b> | <b>л</b>     |
| <b>л</b> | <b>л</b> | <b>л</b>     |



# Виды сложных суждений

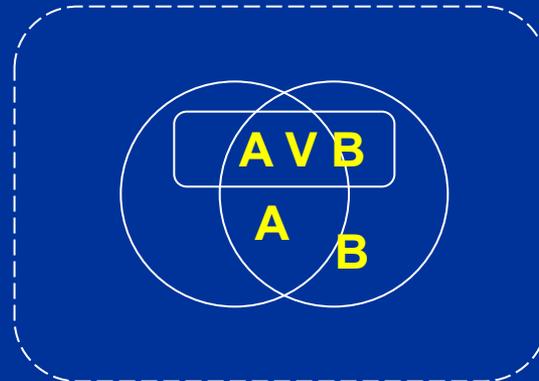
## Дизъюнкция

**Дизъюнкция** –  
логическая операция,  
соединяющая несколько высказываний с помощью  
союза (пропозициональной связки) «или».

Логическое значение дизъюнкции  
определяется следующим образом:

- 1) дизъюнкция **истинна**, если **хотя бы один** из её членов **истинен**;
- 2) дизъюнкция **ложна**, только если **все** её члены **ложны**.

| <b>А</b> | <b>В</b> | <b>А ∨ В</b> |
|----------|----------|--------------|
| <b>и</b> | <b>и</b> | <b>и</b>     |
| <b>и</b> | <b>л</b> | <b>и</b>     |
| <b>л</b> | <b>и</b> | <b>и</b>     |
| <b>л</b> | <b>л</b> | <b>л</b>     |



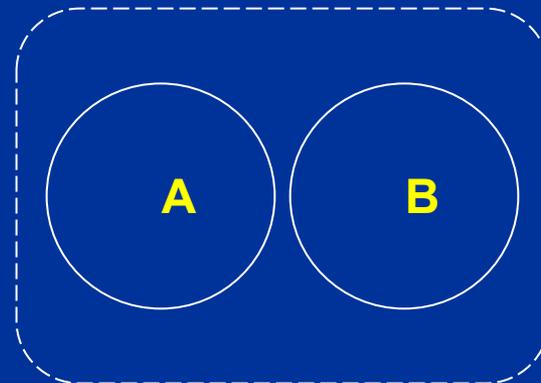
# Виды сложных суждений

## Исключающая (строгая) дизъюнкция

**Исключающая (строгая) дизъюнкция** – логическая операция, соединяющая два высказывания с помощью союза (пропозициональной связки) «**либо..., либо...**».

Логическое значение исключающей (строгой) дизъюнкции определяется следующим образом: 1) **строгая дизъюнкция истинна**, если **один** из её членов **истинен**, а другой **ложно**;  
2) **строгая дизъюнкция ложна**, если её члены **оба истинны** или **оба ложны**.

| <b>А</b> | <b>В</b> | <b>А ∨ В</b> |
|----------|----------|--------------|
| <b>и</b> | <b>и</b> | <b>л</b>     |
| <b>и</b> | <b>л</b> | <b>и</b>     |
| <b>л</b> | <b>и</b> | <b>и</b>     |
| <b>л</b> | <b>л</b> | <b>л</b>     |



# Виды сложных суждений

## Импликация

**Импликация –**  
логическая операция,  
соединяющая два высказывания с помощью  
союза (пропозициональной связки) «если..., то...».

Логическое значение импликации определяется следующим образом:

- 1) импликация **истинна** во всех случаях, когда  
**антецедент истинен** или консеквент **ложен**;
- 2) импликация **ложна** только если **антецедент истинен**, а **консеквент ложен**.

**Антецедент –**  
первый член  
импликации,  
заключённый **между**  
**союзом «если» и**  
**частицей «то».**

| <b>А</b> | <b>В</b> | <b><math>A \rightarrow B</math></b> |
|----------|----------|-------------------------------------|
| <b>и</b> | <b>и</b> | <b>и</b>                            |
| <b>и</b> | <b>л</b> | <b>л</b>                            |
| <b>л</b> | <b>и</b> | <b>и</b>                            |
| <b>л</b> | <b>л</b> | <b>и</b>                            |

**Консеквент –**  
второй член  
импликации,  
стоящий **после**  
**частицы «то».**

# Виды сложных суждений

## Эквиваленция (эквивалентность)

### Эквиваленция –

логическая операция, соединяющая два высказывания с помощью союза (пропозициональной связки)

«если и только если..., то...» или «тогда и только тогда, когда...».

Логическое значение эквиваленции определяется следующим образом:

- 1) эквиваленция **истинна**, если её члены **оба истинны** или **оба ложны**;
- 2) эквиваленция **ложна**, если **один** из её членов **истинен**, а другой **ложен**.

| <b>А</b> | <b>В</b> | <b>А ↔ В</b> |
|----------|----------|--------------|
| <b>и</b> | <b>и</b> | <b>и</b>     |
| <b>и</b> | <b>л</b> | <b>л</b>     |
| <b>л</b> | <b>и</b> | <b>л</b>     |
| <b>л</b> | <b>л</b> | <b>и</b>     |

# Виды сложных суждений

## Таблицы истинности

| A | B | $A \wedge B$ | $A \vee B$ | $A \vee \vee B$ | $A \rightarrow B$ | $A \leftrightarrow B$ |
|---|---|--------------|------------|-----------------|-------------------|-----------------------|
| и | и | и            | и          | л               | и                 | и                     |
| и | л | л            | и          | и               | л                 | л                     |
| л | и | л            | и          | и               | и                 | л                     |
| л | л | л            | л          | л               | и                 | и                     |

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

- Как явствует из определения отрицания, **отрицание** и отрицаемое высказывание находятся в отношении **контрадикторности**.
- **Конъюнкция** является **подчиняющим** суждением по отношению к любому из своих членов, а также к **дизъюнкции** с теми же членами.
- **Дизъюнкция** является **подчинённым** суждением по отношению к любому из своих членов, а также к **конъюнкции** с теми же членами.
- Члены **исключающей дизъюнкции** **контрадикторны** друг другу, а сама исключающая дизъюнкция **контрадикторна эквиваленции** с теми же членами.
- Антецедент импликации является **подчиняющим** суждением по отношению к консеквенту, а консеквент – **подчиняющим** суждением по отношению к самой **импликации**.
- Антецедент и консеквент **эквиваленции** является **равнозначными (равносильными)** суждениями, сама же эквиваленция **контрадикторна исключающей дизъюнкции** с теми же членами.

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

□ **Конъюнкция** является **подчиняющим** суждением по отношению к любому из своих членов, а также к **дизъюнкции** с теми же членами.

• Если  **$A \wedge B$**  истинно, то  **$A$**  истинно.

$$(A \wedge B) \rightarrow A$$

• Если  **$A$**  ложно, то  **$A \wedge B$**  ложно.

$$\sim A \rightarrow \sim (A \wedge B)$$

• Если  **$A \wedge B$**  истинно, то  **$B$**  истинно

$$(A \wedge B) \rightarrow B$$

• Если  **$B$**  ложно, то  **$A \wedge B$**  ложно.

$$\sim B \rightarrow \sim (A \wedge B)$$

• Если  **$A \wedge B$**  истинно, то  **$A \vee B$**  истинно.

$$(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$$

• Если  **$A \vee B$**  ложно, то  **$A \wedge B$**  ложно.

$$\sim (A \vee B) \rightarrow \sim (A \wedge B)$$

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

- **Дизъюнкция** является **подчинённым** суждением по отношению к любому из своих членов , а также к **конъюнкции** с теми же членами.

- Если **A** истинно, то **A ∨ B** истинно.
- Если **A ∨ B** ложно , то **A** ложно.
- Если **B** истинно, то **A ∨ B** истинно
- Если **A ∨ B** ложно , то **B** ложно.
- Если **A ∧ B** истинно, то **A ∨ B** истинно.
- Если **A ∨ B** ложно , то **A ∧ B** ложно.

$$A \rightarrow (A \vee B)$$

$$\sim (A \vee B) \rightarrow \sim A$$

$$B \rightarrow (A \vee B)$$

$$\sim (A \vee B) \rightarrow \sim B$$

$$(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$$

$$\sim (A \vee B) \rightarrow \sim (A \wedge B)$$

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

□ Члены **исключающей дизъюнкции** **контрадикторны** друг другу, а сама исключающая дизъюнкция **контрадикторна эквиваленции** с теми же членами.

- Если  **$A \vee\vee B$**  истинно и  **$A$**  истинно, то  **$B$**  ложно.
- Если  **$A \vee\vee B$**  истинно и  **$B$**  истинно, то  **$A$**  ложно.
- Если  **$A \vee\vee B$**  истинно и  **$A$**  ложно, то  **$B$**  истинно.
- Если  **$A \vee\vee B$**  истинно и  **$B$**  ложно, то  **$A$**  истинно.
- Если  **$A \vee\vee B$**  истинно, то  **$A \leftrightarrow B$**  ложно
- Если  **$A \vee\vee B$**  ложно, то  **$A \leftrightarrow B$**  истинно.
- Если  **$A \leftrightarrow B$**  истинно, то  **$A \vee\vee B$**  ложно
- Если  **$A \leftrightarrow B$**  ложно, то  **$A \vee\vee B$**  истинно.

$$((A \vee\vee B) \wedge A) \rightarrow \sim B$$

$$((A \vee\vee B) \wedge B) \rightarrow \sim A$$

$$((A \vee\vee B) \wedge \sim A) \rightarrow B$$

$$((A \vee\vee B) \wedge \sim B) \rightarrow A$$

$$(A \vee\vee B) \rightarrow \sim (A \leftrightarrow B)$$

$$\sim (A \vee\vee B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$$

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow \sim (A \vee\vee B)$$

$$\sim (A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \vee\vee B)$$

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

- Антецедент импликации является **подчиняющим** суждением по отношению к консеквенту, а консеквент – **подчиняющим** суждением по отношению к самой **импликации**.

• Если  $A \rightarrow B$  истинно и  $A$  истинно, то  $B$  истинно.

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

• Если  $A \rightarrow B$  истинно и  $B$  ложно, то  $A$  ложно.

$$((A \rightarrow B) \wedge \sim B) \rightarrow \sim A$$

• Если  $B$  истинно, то  $A \rightarrow B$  истинно.

$$B \rightarrow (A \rightarrow B)$$

• Если  $B$  ложно, то  $A \rightarrow B$  ложно.

$$\sim (A \rightarrow B) \rightarrow \sim B$$

# Логические отношения между сложными суждениями и их членами

□ Антецедент и консеквент **эквиваленции** является **равнозначными (равносильными)** суждениями, сама же эквиваленция **контрадикторна** **исключающей дизъюнкции** с теми же членами.

- Если  $A \leftrightarrow B$  истинно и  $A$  истинно, то  $B$  истинно.
- Если  $A \leftrightarrow B$  истинно и  $A$  ложно, то  $B$  ложно.
- Если  $A \leftrightarrow B$  истинно и  $B$  истинно, то  $A$  истинно.
- Если  $A \leftrightarrow B$  истинно и  $B$  ложно, то  $A$  ложно.
- Если  $A \leftrightarrow B$  истинно, то  $A \vee \vee B$  ложно
- Если  $A \leftrightarrow B$  ложно, то  $A \vee \vee B$  истинно.
- Если  $A \vee \vee B$  истинно, то  $A \leftrightarrow B$  ложно
- Если  $A \vee \vee B$  ложно, то  $A \leftrightarrow B$  истинно.

$$(A \leftrightarrow B) \vee \vee (A \vee \vee B)$$

$$((A \leftrightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

$$((A \leftrightarrow B) \wedge \sim A) \rightarrow \sim B$$

$$((A \leftrightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$$

$$((A \leftrightarrow B) \wedge \sim B) \rightarrow \sim A$$

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow \sim (A \vee \vee B)$$

$$\sim (A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \vee \vee B)$$

$$(A \vee \vee B) \rightarrow \sim (A \leftrightarrow B)$$

$$\sim (A \vee \vee B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$$

$$(A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$$

# Функция истинности

## Вычисление функции истинности

| A | B | $A \wedge B$ | $(A \wedge B) \rightarrow B$ | $((A \wedge B) \rightarrow B) \vee B$ |
|---|---|--------------|------------------------------|---------------------------------------|
| и | и | и            | и                            | и                                     |
| и | л | л            | и                            | и                                     |
| л | и | л            | и                            | и                                     |
| л | л | л            | и                            | и                                     |

# Функция истинности

## Вычисление функции истинности

| A | B | $A \wedge B$ | $(A \wedge B) \rightarrow B$ | $((A \wedge B) \rightarrow B) \wedge B$ |
|---|---|--------------|------------------------------|---|
| и | и | и            | и                            | и                                       |
| и | л | л            | и                            | л                                       |
| л | и | л            | и                            | и                                       |
| л | л | л            | и                            | л                                       |

# Функция истинности

## Равносильные формулы

| A | B | $\sim B$ | $A \rightarrow \sim B$ |
|---|---|----------|------------------------|
| и | и | л        | л                      |
| и | л | и        | и                      |
| л | и | л        | и                      |
| л | л | и        | и                      |

| A | B | $A \wedge B$ | $\sim (A \wedge B)$ |
|---|---|--------------|---------------------|
| и | и | и            | л                   |
| и | л | л            | и                   |
| л | и | л            | и                   |
| л | л | л            | и                   |

# Функция истинности

## Равносильные формулы

Отрицание конъюнкции равносильно дизъюнкции отрицаний:

$$\sim (A \wedge B) = \sim A \vee \sim B$$

Отрицание дизъюнкции равносильно конъюнкции отрицаний:

$$\sim (A \vee B) = \sim A \wedge \sim B$$

Импликация равносильна дизъюнкции отрицания антецедента и (утверждения) консеквента:

$$A \rightarrow B = \sim A \vee B$$

Отрицание импликации равносильно конъюнкции (утверждения) антецедента и отрицания консеквента:

$$\sim (A \rightarrow B) = A \wedge \sim B$$

Законы  
де Моргана

# Вопросы?

