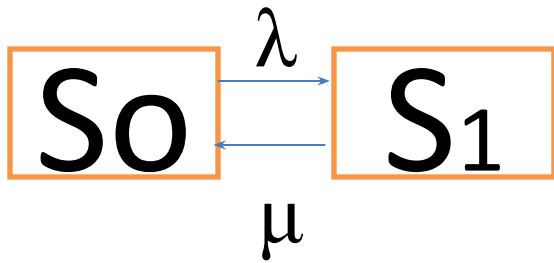


Тема №2 Структура и
классификация систем
массового обслуживания (СМО)

Одноканальная СМО с отказом



Параметры СМО

$n=1$ - число каналов;

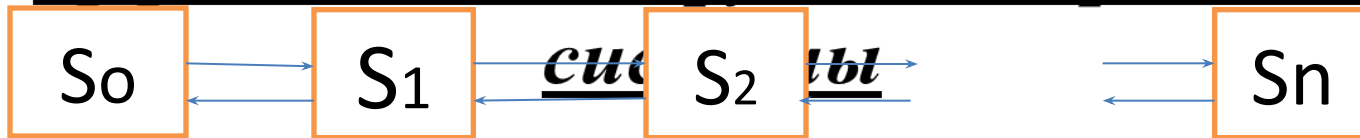
$\text{in}\Pi_{\text{вх}} = \lambda$, поток простейший ($\lambda = \text{const}$, не зависит от t)

$\text{in}\Pi_{\text{обс}} = \mu$, поток простейший ($\mu = \text{const}$, не зависит от t)

- **Предельные характеристики
эффективности функционирования
системы**

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна
2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята
3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы
4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы
5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

- Предельные характеристики**
эффективности функционирования



1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

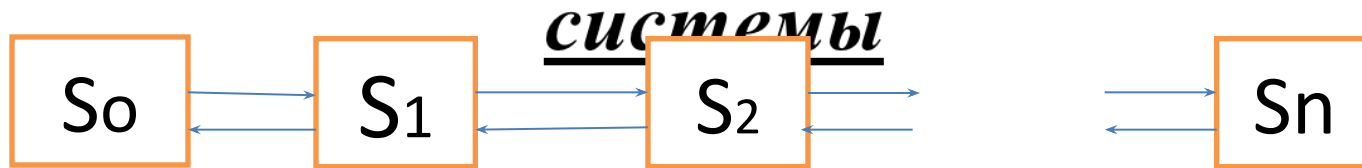
4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• **Предельные характеристики
эффективности функционирования
системы**

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна
2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята
3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы
4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы
5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• **Предельные характеристики**
эффективности функционирования



1. $P_0 = \frac{\lambda^n}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• *Предельные характеристики*
эффективности функционирования
системы

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

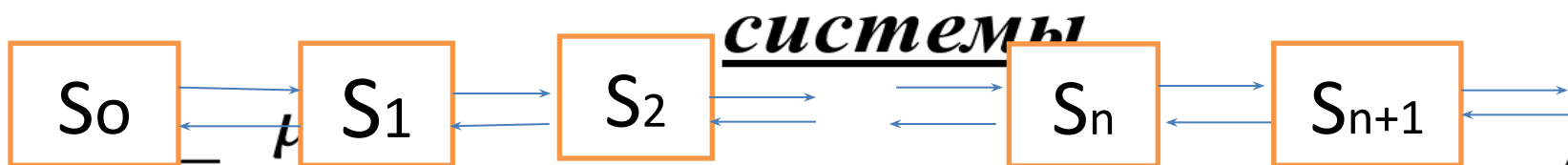
2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

Предельные характеристики эффективности функционирования



1. $P_0 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

- **Предельные характеристики
эффективности функционирования
системы**

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• **Предельные характеристики**
эффективности функционирования
системы

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна
2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята
3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы
4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы
5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

Предельные характеристики эффективности функционирования



2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

- **Предельные характеристики
эффективности функционирования
системы**

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

Предельные характеристики эффективности функционирования



2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• **Предельные характеристики**
эффективности функционирования
системы

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна

2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята

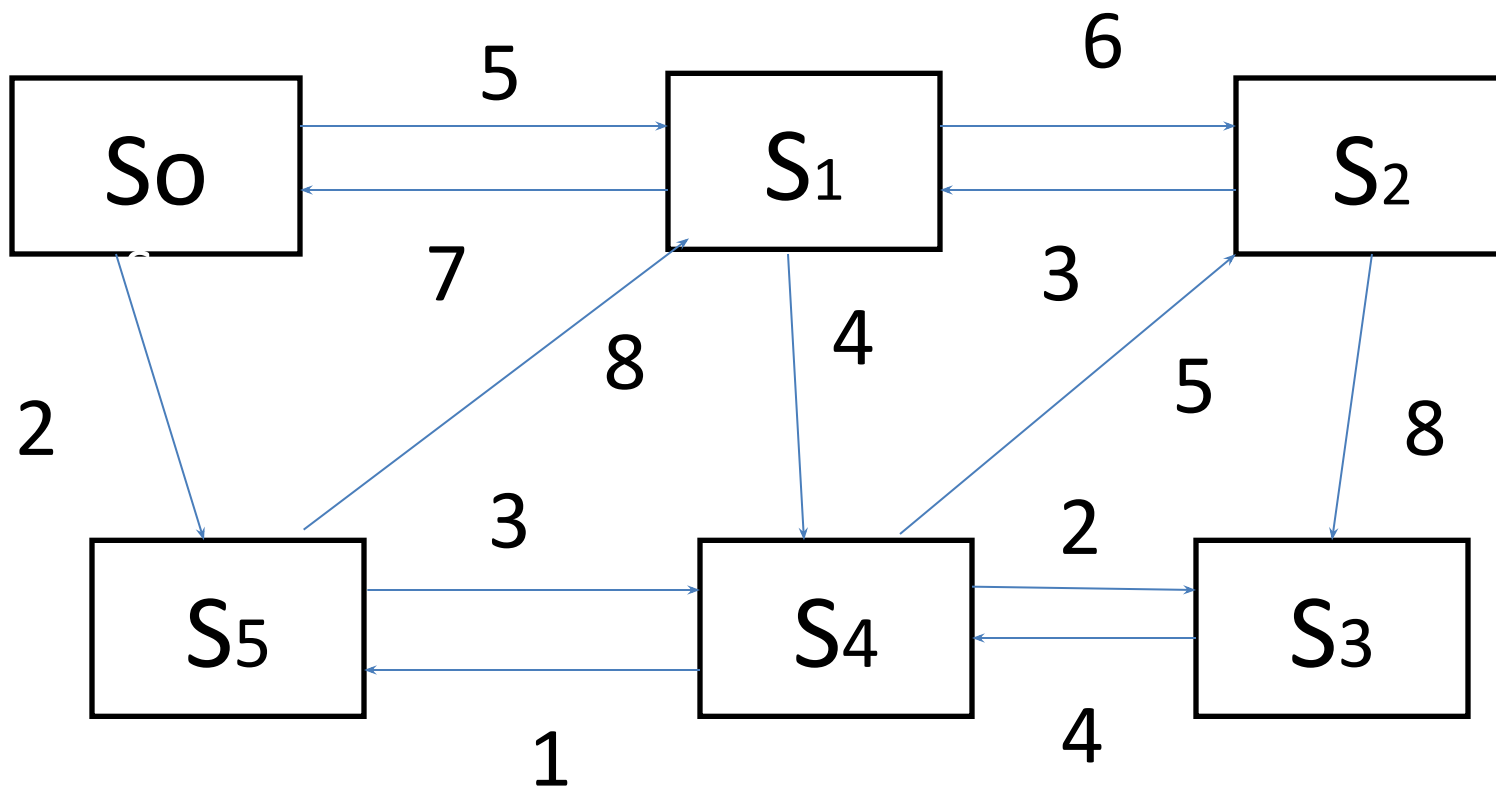
3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы

4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы

5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки

• **Предельные характеристики
эффективности функционирования
системы**

1. $P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система свободна
2. $P_{отк} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$ - вероятность того, что система занята
3. $Q = 1 - P_{отк}$ - относительная пропускная способность системы
4. $A = \lambda Q$ - абсолютная пропускная способность системы
5. $\bar{T}_{обсл} = \frac{1}{\mu}$ - среднее время обслуживания одной заявки



Составить уравнения Колмогорова для нахождения предельных вероятностей по следующему графу состояний.

Задача

Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с одной группой проведения осмотра. На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0.75 ч. На осмотр поступает в среднем 27 машин в сутки. Потоки заявок и обслуживаний простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застаёт ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра не обслуженной. Определить предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического осмотра. Найти минимальное число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0.9.

Задача

В центр по ремонту вычислительной техники поступают заказы от предприятий. Если заняты все два мастера, то вновь поступающий заказ не принимается, и предприятие вынуждено обратиться в другую мастерскую. Среднее время работы с одним заказом составляет 3 ч. Интенсивность потока заявок 0.85 з/ч. Найти предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы центра. Как изменятся показатели эффективности работы, если мы примем на работу еще двух мастеров? Каждая обслуженная заявка приносит доход 12 ден. ед. Содержание каждого канала обходится 40 ден.ед.

Задача

Имеется двухканальная простейшая СМО с отказами. На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью 12 заявок каждые два часа. Среднее время обслуживания одной заявки 0.82 ч. Каждая обслуженная заявка приносит доход 32 ден. ед. Содержание каждого канала обходится 41 ден. ед. Выяснить, выгодно или невыгодно в экономическом отношении увеличить число каналов до четырёх.

Задача

Мастерская по ремонту телевизоров временно имеет одного мастера. Интенсивность поступления телевизоров на ремонт 4 телевизора за рабочий день, время ремонта одного телевизора в среднем занимает половину рабочего дня. Ограничений на складские помещения практически нет. Справится ли данная мастерская с ремонтом телевизоров?

Задача

В небольшом магазине покупателей обслуживает один продавец. Среднее время обслуживания одного покупателя – 12 мин. Интенсивность потока покупателей 4 человека в 0,6 часа. Определить вероятность того, что пришедший в магазин покупатель получит отказ, т.е. что магазин потеряет покупателя. Как изменятся показатели эффективности, если магазин возьмет на работу еще двух продавцов в день. Каждая обслуженная заявка приносит доход 12 ден. ед. Содержание каждого канала обходится 23 ден.ед.

Задача

В магазине к узлу расчета поступает поток покупателей с интенсивностью 70 чел./час. Среднее время обслуживания одного покупателя – 3 мин. Определить минимальное количество контролёров-кассиров, при котором очередь не будет расти до бесконечности. Как изменятся показатели эффективности, если увеличим количество каналов в двое и предположим, что когда продавец занят, покупатель уходит из магазина. Каждая обслуженная заявка приносит доход 15 ден. ед. Содержание каждого канала обходится 25 ден.ед. Выяснить, выгодно или невыгодно в экономическом отношении увеличение числа каналов.