

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ
Крымский республиканский институт постдипломного педагогического образования

Кафедра естественно-математического образования

УРОК ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА В 11 КЛАССЕ

Учитель математики
МКОУ «Цветочненская СШ»
Ибрагимова Эльвира Шевкетовна

Тема: Геометрический и физический смысл производной.

Цель: систематизировать знания учащихся по данной теме и подготовить их к контрольной работе; показать учащимся необходимость знания материала изученной темы при решении прикладных задач; обратить внимание на связь данной темы с физикой и геометрией.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний.

Ожидаемые результаты: учащиеся повторяют материал, связанный с практическим применением производной;

- 1) Смогут находить уравнения касательной к графику функции в данной точке, угол, под которым касательная к графику функции пересекает ось абсцисс;
- 2) Смогут решать задачи на нахождение с помощью производной скорости, ускорения, силы, кинетической энергии;
- 3) Будут знать сущность понятия производной.

Ход урока

1 Актуализация опорных знаний

В качестве домашнего задания учащиеся получили вопросы, над которыми должны были самостоятельно поработать, найти ответы в справочной литературе или Интернете.

Домашняя самостоятельная работа.

1. Что называется математическим анализом?

(Ответ: это раздел математики, в котором изучается дифференциальное и интегральное исчисление.)

2. Кто и когда создал эти исчисления?

(Ответ: в 17 веке, практически одновременно и независимо друг от друга Ньютон в Англии и Лейбниц в Германии.)

3. Каково основное содержание производной?

(Ответ: производная функция $f(x)$ в точке x_0 есть скорость изменения функции в этой точке. (Производная $y=f(x)$ в точке $x=x_0$ показывает, во сколько раз быстрее меняется y , чем x , в окрестности x_0 .)

4. Кто и в каком году вывел термин «производная»?

(Ответ: Луи Лагранж в 1791 году)

5. В чем состоит геометрический смысл производной?

(Ответ: если функция в точке x_0 имеет производную, то в этой точке определена касательная к графику $f(x)$. Причем ее угловой коэффициент равен $f'(x_0)$.)

6. В чем состоит механический смысл производной?

(Ответ: $v(t)=s'(t)$; $a(t)=v'(t)$, где $s(t)$ -путь , пройденный телом за время t , $v(t)$ -скорость тела в момент времени t ; $a(t)$ - ускорение тела в момент времени t .)

2. Решение

задач

1. Тело движется прямолинейно по закону $s(t)=3+2t+t^2$ (м). Определите его скорость и ускорение в момент времени $t=3$ с.

Решение.

$$v(t)=s'(t)=2+2t;$$

$$a(t)=v'(t)=2(\text{м/с}^2).$$

$$v(3)=2+2*3=8(\text{м/с}).$$

Ответ: 8 м/с; 2 м/с²

2. Тело, массой 0,5 кг движется прямолинейно по закону $s(t)=2t^2-2t-3$ (м). Найдите кинетическую энергию тела через 3 с после начала движения, а также значение силы F , действующей на тело.

Решение:

$$v(t)=s'(t)=4t-2(\text{м/с});$$

$$v(3)=4*3-2=10(\text{м/с});$$

$$a(t)=v'(t)=4(\text{м/с}^2);$$

$$F=ma=0.5*4=2(\text{Н});$$

$$E=(mv^2)/2=(0.5*100)/2=25(\text{Дж}).$$

Ответ: 2 Н, 25 Дж.

3. Известно, что для любой точки C стержня AB длиной 10 см масса куска стержня AC длиной L определяется по формуле $m(L)=4L^2+3L$. Найдите линейную плотность стержня в середине отрезка.

Решение.

$$p(L)=m'(L)=8L+3; \quad p(5)=8*5+3=43 \text{ (г/см)}.$$

Линейная плотность в точки C есть производная по L от переменной массы $m(L)$.

Ответ: 43 г/см.

4. Количество электричества, прошедшего через проводник, начиная с момента $t=0$, задается формулой $q(t)=2t^2+3t+1$. Найдите силу тока в конце пятой секунды.

Решение.

$$I(t)=q'(t)=4t+3(A);$$

$$I(5)=4*5+3=23(A).$$

Ответ: 23А.

5. Количество тепла Q , необходимого для нагревания 1 кг воды от 0 градусов до t градусов, определяется по формуле $Q(t)=t+0.0000003t^3$. Вычислите теплоемкость воды для $t=100$ градусов.

Решение.

$$C(t)=Q'(t)=1+0.00004t+0.0000009t^2;$$

$$Q'(100)=1+0.004+0.009=1.013(\text{дж}).$$

Теплоемкость тела есть производная от количества тепла по температуре.

Ответ: 1,013 Дж.

6. Радиус круга R изменяется по закону $R=4+2t^2$ (см). Определить, с какой скоростью изменяется его площадь в момент $t=2$ с.

Решение.

$$S=\pi R^2=\pi(4+2t^2)^2;$$

$$S'=2\pi(4+2t^2)*4t=8\pi t(4+2t^2);$$

$$S'(2)=16*12=192\pi(\text{см}^2/\text{с}).$$

Ответ: 192П.

7. Напишите уравнение касательной к графику функции $y=(x^3+1):3$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

Решение.

Так как график пересекается с осью абсцисс, то $y=0$. Значит, $(x^3+1):3=0$. Отсюда $x^3+1=0$, $x^3=-1$; $x=-1$. Тогда $x_0=-1$. Уравнение касательной: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$; $f(x_0)=0$; $f'(x)=x^2$; $f'(-1)=(-1)^2=1$; $y=0+1(x+1)$; $y=x+1$.*

Ответ: $y=x+1$.

8. Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к $y=2x^3-x$ в точке пересечения этой кривой с осью y ?

Решение.

Так как кривая пересекается с осью y , то $x_0=0$. $y'=6x^2-1$; $y'(0)=-1$. Тогда $\operatorname{tg} a=-1$; $a=135$ градусов.

Ответ: 135 градусов.

3. Самостоятельная работа

1 вариант.

№1. Материальная точка движется по закону $s(t)=12t+3t^3$. Найдите ее скорость и ускорение в момент времени $t=2$ с.

№2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x)=x^3-27$ в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

2 вариант.

№1. Материальная точка движется по закону $s(t)=16t+2t^3$. Найдите ее скорость и ускорение в момент времени $t=2$ с.

№2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x)=x^3+8$ в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

Решения и ответы к самостоятельной работе.

1 вариант.

№1. $v(t)=s'(t)=12+9t^2$; $v(2)=12+36=48(\text{м/с})$;
 $a(t)=v'(t)=18t$; $a(2)=18*2=36(\text{м/с}^2)$.

Ответ: 48 м/с, 36 м/с²

№2. $f(x)=0$; $x^3-27=0$; $x^3=27$; $x=3$, то есть $x_0=3$
 $f'(x)=3x^2$; $f'(x_0)=f'(3)=27$. Значит, $\text{tg } \alpha =27$.

Ответ:27.

2 вариант.

№1. $v(t)=s'(t)=16+6t^2$; $v(2)=16+6*4=40(\text{м/с})$;
 $a(t)=v'(t)=12t$; $a(2)=12*2=24(\text{м/с}^2)$.

Ответ: 40 м/с, 24 м/с²

№2. $f(x)=0$; $x^3+8=0$; $x^3=-8$; $x=-2$, то есть $x_0=-2$
 $f'(x)=3x^2$; $f'(x_0)=f'(-2)=12$. Значит, $\text{tg } \alpha =12$.

Ответ:12.

4. Подведение итогов урока

Итак, мы вспомнили, что называется производной, ее геометрическое истолкование, физический смысл.

Скажите, связь с какими предметами школьного курса прослеживалась сегодня на уроке при выполнении упражнений?

5. Домашнее задание

Подготовиться к контрольной работе по выданным тренировочным карточкам.

Подготовить рефераты на тему «Интересный исторический факт из биографии ученых» (Ньютона, Лейбница, Лагранжа- по выбору).

Заключен

На основе разработанной методики преподавания:

все понятия, изучаемые по определенной теме, переосмысливаются учащимися на более высоком, теоретическом уровне, углубляются и обобщаются. Ученики получают необходимые навыки в работе с определениями, понимают простые логические рассуждения и они смогут изучать курс математики старших классов более осознанно и с интересом.