

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2 + d_1 + d_2 + d_3}{n(n^2 - 1)}$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Случай одинаковых рангов

$$d_3 = \frac{(n^3 - n) + (k^3 - k)}{12}$$

$$d_2 = \frac{k^3 - k}{12}$$

$$d_1 = \frac{n^3 - n}{12}$$

# Случай одинаковых рангов

Равным числовым значениям приписывается ранг, равный **средней величине** тех **рангов**, которые эти величины получили бы, если бы они стояли по порядку друг за другом и не были бы равны.

| № испытуемого | Показатели интеллекта | Ранги          |
|---------------|-----------------------|----------------|
| 1             | 113                   | 6              |
| 2             | 107                   | 4              |
| 3             | 123                   | 11             |
| 4             | 122                   | 10             |
| 5             | <b>117</b>            | (8) <b>8,5</b> |
| 6             | <b>117</b>            | (9) <b>8,5</b> |
| 7             | 105                   | 3              |
| 8             | 108                   | 5              |
| 9             | 114                   | 7              |
| 10            | 102                   | 1              |
| 11            | 104                   | 2              |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Коэффициент определяет **степень тесноты** связи **порядковых признаков**, которые представляют собой ранги сравниваемых величин.

Величина коэффициента линейной корреляции Спирмена лежит в интервале **+1** до **-1**.

Коэффициент может быть **положительным** и **отрицательным**, характеризую **направленность** связи между двумя признаками, измеренными в ранговой шкале.

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

Ранговый коэффициент линейной корреляции  
Спирмена

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum (d^2)}{n(n^2 - 1)}$$

$n$  - количество ранжируемых признаков  
(показателей, испытываемых);

$d$  - разность между рангами по двум переменным  
для каждого испытываемого;

$\sum (d^2)$  - сумма квадратов разностей рангов.

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

При наличии одинаковых рангов в формулу расчета коэффициента линейной корреляции Спирмена добавляются два новых члена, учитывающие одинаковые ранги.

$$d_1 = \frac{n^3 - n}{12}$$

$$d_2 = \frac{k^3 - k}{12}$$

$n$  – число одинаковых рангов в первом столбце

$k$  – число одинаковых рангов во втором столбце

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

Если имеется две группы одинаковых рангов в каком либо столбце то формула поправки имеет вид

$$d_3 = \frac{(n^3 - n) + (k^3 - k)}{12}$$

$n$  – число одинаковых рангов в первой группе ранжируемого столбца

$k$  – число одинаковых рангов во второй группе ранжируемого столбца

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

Если имеется две группы одинаковых рангов  
в каком либо столбце

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2 + d_1 + d_2 + d_3}{n(n^2 - 1)}$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Психолог, используя тест умственного развития (ШТУР) проводит исследование интеллекта у 12 учащихся 9 класса. Одновременно с этим он просит учителей литературы и математики провести ранжирование этих же учащихся по показателям умственного развития. Задача заключается в том, чтобы определить, как **связаны** между собой объективные **показатели умственного развития** (данные ШТУРа) и **экспертные оценки учителей**



# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Экспертные данные представлены в таблице

| 1          | 2                                 | 3  | 4  |
|------------|-----------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Рассчитаем поправку на одинаковые ранги для второго, третьего и четвертого столбцов таблицы

| 1          | 2                                 | 3  | 4  |
|------------|-----------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

Пример  
ранга

Во втором столбце таблицы два одинаковых

| 1          | 2                                 | 3  | 4  |
|------------|-----------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |

$$d_1 = \frac{2^3 - 2}{12} = 0,5$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример**  
ранга

В третьем столбце таблицы три одинаковых

| 1          | 2                                 | 3  | 4  |
|------------|-----------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |

$$d_2 = \frac{3^3 - 3}{12} = 2$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример**  
ранга

В третьем столбце таблицы три одинаковых

| 1          | 2                                 | 3  | 4  |
|------------|-----------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |

$$d_3 = \frac{(3^3 - 3) + (3^3 - 3)}{12} = 4$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

Пример

Составим вспомогательную таблицу

| 1          | 2                                 | 3  | 4  | 5                             | 6                               | 7  | 8  |
|------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------------|---------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе | d второго и третьего столбцов | d второго и четвертого столбцов | d <sup>2</sup> второго и третьего столбцов | d <sup>2</sup> второго и четвертого столбцов |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  |                               |                                 |  |  |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  |                               |                                 |  |  |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  |                               |                                 |  |  |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       |                               |                                 |  |  |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  |                               |                                 |  |  |
| 6          | 12                                | 8  | 6  |                               |                                 |  |  |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       |                               |                                 |  |  |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       |                               |                                 |  |  |
| 9          | 10                                | 8  | 1  |                               |                                 |  |  |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  |                               |                                 |  |  |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  |                               |                                 |  |  |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  |                               |                                 |  |  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       |                               |                                 |  |  |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** В пятом столбце приведены величины разности рангов между **экспертными оценками психолога по тесту ШТУР** для каждого ученика и величинами **экспертных оценок учителей по математике**

| 1          | 2                                 | 3  | 4  | 5                             |
|------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------------|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе | d второго и третьего столбцов |
| 1          | 6                                 | 5  | 5  | 1                             |
| 2          | 7                                 | 10                                       | 8  | -3                            |
| 3          | 4                                 | 8  | 7  | -4                            |
| 4          | 5                                 | 4  | 11                                       | 1                             |
| 5          | 9                                 | 6  | 3  | 3                             |
| 6          | 12                                | 8  | 6  | 4                             |
| 7          | 2,5                               | 2  | 11                                       | 0,5                           |
| 8          | 2,5                               | 3  | 11                                       | -0,5                          |
| 9          | 10                                | 8  | 1  | 2                             |
| 10         | 8                                 | 11                                       | 3  | -3                            |
| 11         | 11                                | 12                                       | 3  | -1                            |
| 12         | 1                                 | 1  | 9  | 0                             |
| Сумма      | 78                                | 78                                       | 78                                       | 0                             |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** В шестом столбце приведены величины разности рангов между **экспертными оценками психолога по тесту ШТУР** для каждого ученика и величинами **экспертных оценок учителей по литературе**

| 1          | 2                                 | 3  | 4  | 5                             | 6                               |
|------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------------|---------------------------------|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе | d второго и третьего столбцов | d второго и четвертого столбцов |
| 1          | 6                                 |  | 5  |                               | 1                               |
| 2          | 7                                 |  | 8  |                               | -1                              |
| 3          | 4                                 |  | 7  |                               | -3                              |
| 4          | 5                                 |  | 11                                       |                               | -6                              |
| 5          | 9                                 |  | 3  |                               | 6                               |
| 6          | 12                                |  | 6  |                               | 6                               |
| 7          | 2,5                               |  | 11                                       |                               | -8,5                            |
| 8          | 2,5                               |  | 11                                       |                               | -8,5                            |
| 9          | 10                                |  | 1  |                               | 9                               |
| 10         | 8                                 |  | 3  |                               | 5                               |
| 11         | 11                                |  | 3  |                               | 8                               |
| 12         | 1                                 |  | 9  |                               | -8                              |
| Сумма      | 78                                |  | 78                                       |                               | 0                               |



# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** В седьмом столбце приведены квадраты разностей рангов второго и третьего столбцов

| 1          | 2                                 | 3  | 4  | 5                             | 6                               | 7  |
|------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------------|---------------------------------|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе | d второго и третьего столбцов | d второго и четвертого столбцов | d <sup>2</sup> второго и третьего столбцов |
| 1          | 6                                 | 5  |  | 1                             |                                 | 1  |
| 2          | 7                                 | 10                                       |  | -3                            |                                 | 9  |
| 3          | 4                                 | 8  |  | -4                            |                                 | 16   |
| 4          | 5                                 | 4  |  | 1                             |                                 | 1  |
| 5          | 9                                 | 6  |  | 3                             |                                 | 9  |
| 6          | 12                                | 8  |  | 4                             |                                 | 16   |
| 7          | 2,5                               | 2  |  | 0,5                           |                                 | 0,25                                       |
| 8          | 2,5                               | 3  |  | -0,5                          |                                 | 0,25                                       |
| 9          | 10                                | 8  |  | 2                             |                                 | 4  |
| 10         | 8                                 | 11                                       |  | -3                            |                                 | 9  |
| 11         | 11                                | 12                                       |  | -1                            |                                 | 1  |
| 12         | 1                                 | 1  |  | 0                             |                                 | 0  |
| Сумма      | 78                                | 78                                       |  | 0                             |                                 | 66,5                                       |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** В восьмом столбце приведены квадраты разностей рангов второго и четвертого столбцов

| 1          | 2                                 | 3  | 4  | 5                             | 6                               | 7  | 8  |
|------------|-----------------------------------|--|--|-------------------------------|---------------------------------|--|--|
| № учащихся | Ранг тестирования с помощью ШТУРа | Экспертные оценки учителей по математике | Экспертные оценки учителей по литературе | d второго и третьего столбцов | d второго и четвертого столбцов | d <sup>2</sup> второго и третьего столбцов | d <sup>2</sup> второго и четвертого столбцов |
| 1          | 6                                 |  | 5  |                               | 1                               |  | 1  |
| 2          | 7                                 |  | 8  |                               | -1                              |  | 1  |
| 3          | 4                                 |  | 7  |                               | -3                              |  | 9  |
| 4          | 5                                 |  | 11                                       |                               | -6                              |  | 36   |
| 5          | 9                                 |  | 3  |                               | 6                               |  | 36   |
| 6          | 12                                |  | 6  |                               | 6                               |  | 36   |
| 7          | 2,5                               |  | 11                                       |                               | -8,5                            |  | 77,25  |
| 8          | 2,5                               |  | 11                                       |                               | -8,5                            |  | 77,25  |
| 9          | 10                                |  | 1  |                               | 9                               |  | 81   |
| 10         | 8                                 |  | 3  |                               | 5                               |  | 25   |
| 11         | 11                                |  | 3  |                               | 8                               |  | 64   |
| 12         | 1                                 |  | 9  |                               | -8                              |  | 64   |
| Сумма      | 78                                |  | 78                                       |                               | 0                               |  | 471,5  |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Вспомогательная таблица имеет вид

| 1             | 2  | 3   | 4   | 5                                      | 6  | 7   | 8   |
|---------------|--|---|---|--|--|---|---|
| №<br>учащихся | Ранг<br>тестирования<br>с помощью<br>ШТУРа | Экспертные<br>оценки<br>учителей по<br>математике | Экспертные<br>оценки<br>учителей по<br>литературе | d<br>второго и<br>третьего<br>столбцов | d<br>второго и<br>четвертого<br>столбцов | d <sup>2</sup><br>второго и<br>третьего<br>столбцов | d <sup>2</sup><br>второго и<br>четвертого<br>столбцов |
| 1             | 6  | 5   | 5   | 1                                      | 1  | 1   | 1   |
| 2             | 7  | 10  | 8   | -3                                     | -1                                       | 9   | 1   |
| 3             | 4  | 8   | 7   | -4                                     | -3                                       | 16  | 9   |
| 4             | 5  | 4   | 11  | 1                                      | -6                                       | 1   | 36  |
| 5             | 9  | 6   | 3   | 3                                      | 6  | 9   | 36  |
| 6             | 12   | 8   | 6   | 4                                      | 6  | 16  | 36  |
| 7             | 2,5  | 2   | 11  | 0,5                                    | -8,5                                     | 0,25  | 77,25   |
| 8             | 2,5  | 3   | 11  | -0,5                                   | -8,5                                     | 0,25  | 77,25   |
| 9             | 10   | 8   | 1   | 2                                      | 9  | 4   | 81  |
| 10            | 8  | 11  | 3   | -3                                     | 5  | 9   | 25  |
| 11            | 11   | 12  | 3   | -1                                     | 8  | 1   | 64  |
| 12            | 1  | 1   | 9   | 0                                      | -8                                       | 0   | 64  |
| Сумма         | 78   | 78  | 78  | 0                                      | 0  | 66,5  | 471,5   |

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Первый ранговый коэффициент с учетом добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по математике)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 66,5}{12 \cdot 143} = 1 - 0,232 = 0,768$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Первый ранговый коэффициент без учета добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по математике)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 66,5}{12 \cdot 143} = 1 - 0,232 = 0,768$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Второй ранговый коэффициент с учетом добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по литературе)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 471,5 + 0,5 + 4}{12 \cdot 143} = 1 - 1,651 = -0,651$$

# Коэффициент корреляции рангов Спирмена

## Случай одинаковых рангов

**Пример** Второй ранговый коэффициент без учета добавок (зависимость величин рангов по тесту ШТУР с экспертными оценками по литературе)

$$\rho_{\text{наб}} = 1 - \frac{6 \cdot 471,5}{12 \cdot 143} = 1 - 1,648 = -0,648$$

# Лабораторная работа 5

Выборке петербуржцев в возрасте от 20 до 78 лет (31 мужчина, 46 женщин), уравновешенной по возрасту таким образом, что лица в возрасте старше 55 лет составляли в ней 50%, предлагалось ответить на вопрос: «Какой уровень развития каждого из перечисленных ниже качеств необходим для депутата Городского собрания Санкт-Петербурга?». Оценка проводилась по 10- бальной шкале.

Параллельно с этим обследовалась выборка из депутатов и кандидатов в Городское собрание Санкт-Петербурга. Индивидуальная диагностика политических деятелей и претендентов производилась с помощью Оксфордской системы экспресс-видеодиагностики по тому же набору личностных качеств, который предъявлялся выборке избирателей.



## Лабораторная работа 5

В таблице представлены средние значения, полученные для каждого из качеств в выборке избирателей и индивидуальных значений одного из депутатов Городского собрания.

# Лабораторная работа 5

Таблица средних значений

| Наименование качеств                                  | Усредненные эталонные оценки избирателей | Индивидуальные показатели депутата К-ва |
|---|--|---|
| 1. Общий уровень культуры                             | 8,64                                     | 15                                      |
| 2. Обучаемость  | 7,89                                     | 7                                       |
| 3. Логика   | 8,38                                     | 12                                      |
| 4. Способность к творчеству                           | 6,97                                     | 5                                       |
| 5. Самокритичность                                    | 8,28                                     | 14                                      |
| 6. Ответственность                                    | 9,56                                     | 18                                      |
| 7. Самостоятельность                                  | 8,12                                     | 13                                      |
| 8. Энергия, активность                                | 8,41                                     | 17                                      |
| 9. Целеустремленность                                 | 8,00                                     | 19                                      |
| 10. Выдержка, самообладание                           | 8,71                                     | 9                                       |
| 11. Стойкость   | 7,74                                     | 16                                      |
| 12. Личностная зрелость                               | 8,10                                     | 11                                      |
| 13. Порядочность                                      | 9,02                                     | 12                                      |
| 14. Гуманизм  | 7,89                                     | 10                                      |
| 15. Умение общаться с людьми                          | 8,74                                     | 8                                       |
| 16. Терпимость к чужому мнению                        | 7,84                                     | 6                                       |
| 17. Гибкость поведения                                | 7,67                                     | 4                                       |
| 18. Способность производить благоприятное впечатление | 7,23                                     | 8                                       |

# Указание по выполнению лабораторной работы

Для удобства подсчета рангового коэффициента составить вспомогательную таблицу:

| Наименование качеств                                  | Усредненные эталонные оценки избирателей | Индивидуальные показатели депутата К-ва | <i>d</i><br>Разность между рангами | <i>d</i> <sup>2</sup><br>Разность в квадрате |
|---|--|---|------------------------------------|--|
| 1. Общий уровень культуры                             | 8,64                                     | 15                                      |                                    |  |
| 2. Обучаемость  | 7,89                                     | 7                                       |                                    |  |
| 3. Логика   | 8,38                                     | 12                                      |                                    |  |
| 4. Способность к творчеству                           | 6,97                                     | 5                                       |                                    |  |
| 5. Самокритичность                                    | 8,28                                     | 14                                      |                                    |  |
| 6. Ответственность                                    | 9,56                                     | 18                                      |                                    |  |
| 7. Самостоятельность                                  | 8,12                                     | 13                                      |                                    |  |
| 8. Энергия, активность                                | 8,41                                     | 17                                      |                                    |  |
| 9. Целеустремленность                                 | 8,00                                     | 19                                      |                                    |  |
| 10. Выдержка, самообладание                           | 8,71                                     | 9                                       |                                    |  |
| 11. Стойкость   | 7,74                                     | 16                                      |                                    |  |
| 12. Личностная зрелость                               | 8,10                                     | 11                                      |                                    |  |
| 13. Порядочность                                      | 9,02                                     | 12                                      |                                    |  |
| 14. Гуманизм  | 7,89                                     | 10                                      |                                    |  |
| 15. Умение общаться с людьми                          | 8,74                                     | 8                                       |                                    |  |
| 16. Терпимость к чужому мнению                        | 7,84                                     | 6                                       |                                    |  |
| 17. Гибкость поведения                                | 7,67                                     | 4                                       |                                    |  |
| 18. Способность производить благоприятное впечатление | 7,23                                     | 8                                       |                                    |  |
| <b>Суммы</b>  |  |   |                                    |  |

# Литература

