

# Правильные многогранники

## Теорема Эйлера

# Вопрос

**Существуют ли  
научные факты  
связанные с  
многогранниками?**

# История открытия теоремы Эйлера

Теорема Эйлера была открыта французским ученым Рене Декартом еще в *1640* году, затем забыта более чем на сто лет и лишь в *1752* году переоткрыта математиком Леонардом Эйлером, имя которого она носит.

# Леонард Эйлер



Леонард Эйлер - математик, механик и физик. Родился в Швейцарии в городе Базель, в семье небогатого пастора Пауля Эйлера. В конце 1726 года Эйлер был приглашен в Петербургскую Академию Наук и в мае 1727 года приехал

# Формула Эйлера

Сумма числа граней и вершин любого многогранника равна числу рёбер, увеличенному на 2.

$$Г + В = Р + 2$$

Число граней плюс число вершин минус число рёбер в любом многограннике равно 2.

$$Г + В - Р = 2$$

# Теорема Эйлера

Пусть  $V$  - число вершин выпуклого многогранника,  $P$  - число его ребер и  $\Gamma$  - число граней.

Таблица №1

# Таблица № 1

Правильный многогранни к	Число		
	граней	вершин	рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

# Теорема Эйлера

Пусть  $V$  - число вершин выпуклого многогранника,  $P$  - число его ребер и  $\Gamma$  - число граней.

## Таблица №1

Число  $x = V - P + \Gamma$  называется эйлеровой характеристикой многогранника.

Согласно теореме Эйлера, для выпуклого многогранника эта характеристика равна 2. То, что эйлерова характеристика равна 2 для многих многогранников, видно из следующей таблицы №2



# Таблица № 2

Правильный многогранник	Число	
	граней и вершин (Г + В)	рёбер (Р)
Тетраэдр	$4 + 4 = 8$	6
Куб	$6 + 8 = 14$	12
Октаэдр	$8 + 6 = 14$	12
Додекаэдр	$12 + 20 = 32$	30
Икосаэдр	$20 + 12 = 32$	30

# Теорема Эйлера

Пусть  $V$  - число вершин выпуклого многогранника,  $P$  - число его ребер и  $\Gamma$  - число граней.

## Таблица №1

Число  $x = V - P + \Gamma$  называется эйлеровой характеристикой многогранника.

Согласно теореме Эйлера, для выпуклого многогранника эта характеристика равна

2. То, что эйлерова характеристика равна 2 для многих многогранников, видно из следующей таблицы №2

Тогда верно равенство

$$V - P + \Gamma = 2$$

# Утверждения

1. Число вершин, увеличенное в 3 раза, больше либо равно числу рёбер увеличенному на 6.

$$P + 6 \leq 3V$$

2. Число граней, увеличенное в 3 раза, больше либо равно числу рёбер увеличенному на 6.

$$P + 6 \leq 3G$$

3. У всякого многогранника есть хотя бы одна треугольная, четырехугольная или пятиугольная грань, а также хотя бы один трехгранный, четырехгранный или пятигранный пространственный угол.

4. Сумма плоских углов всех граней многогранника равна

$$2\pi V - 4\pi$$

# Вывод

Теорема Эйлера играет огромную роль в математике. С её помощью было доказано огромное количество теорем. Находясь в центре постоянного внимания со стороны математиков, теорема Эйлера получила далеко идущие обобщения. Более того, эта теорема открыла новую главу в математике, которая называется *топологией*

# Топология

**Топология** - раздел математики, занимающийся изучением свойств фигур (или пространств), которые сохраняются при непрерывных деформациях, таких, например, как растяжение, сжатие или изгибание.

# Список ресурсов:

*<http://schools.techno.ru/sch758/2003/geomet/new!!/eyler.html>*

*<http://www.c-cafe.ru/days/bio/5/084.php>*

*<http://virlib.eunnet.net/mif/text/n0198/1-1.html>*

*<http://www.zaitseva-irina.ru/html/f1103454934.html>*

*<http://dxdt.ru/2007/11/23/827/>*

*<http://www.etudes.ru/ru/sketches/>*