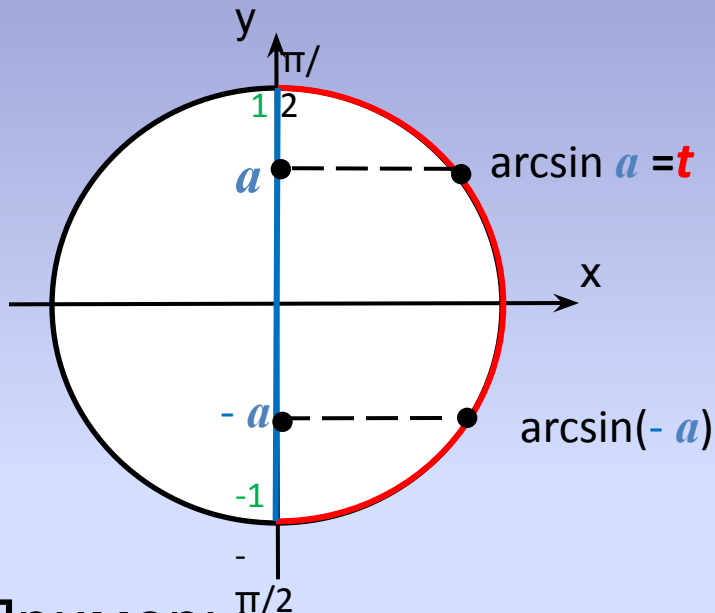


17.03.2020

Формулы корней тригонометрических уравнений

Арксинус



Арксинусом числа a называется такое число (угол) t из $[-\pi/2; \pi/2]$, что $\sin t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

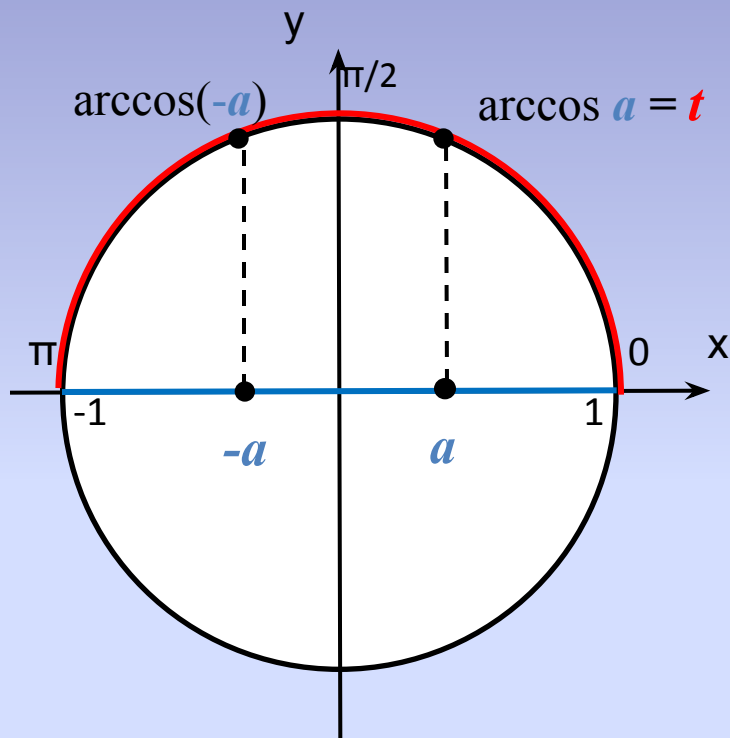
Примеры:

$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$3) \arcsin 0 = 0$$

$$2) \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4}$$

Арккосинус



Арккосинусом числа a называется такое число (угол) t из $[0; \pi]$, что $\cos t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

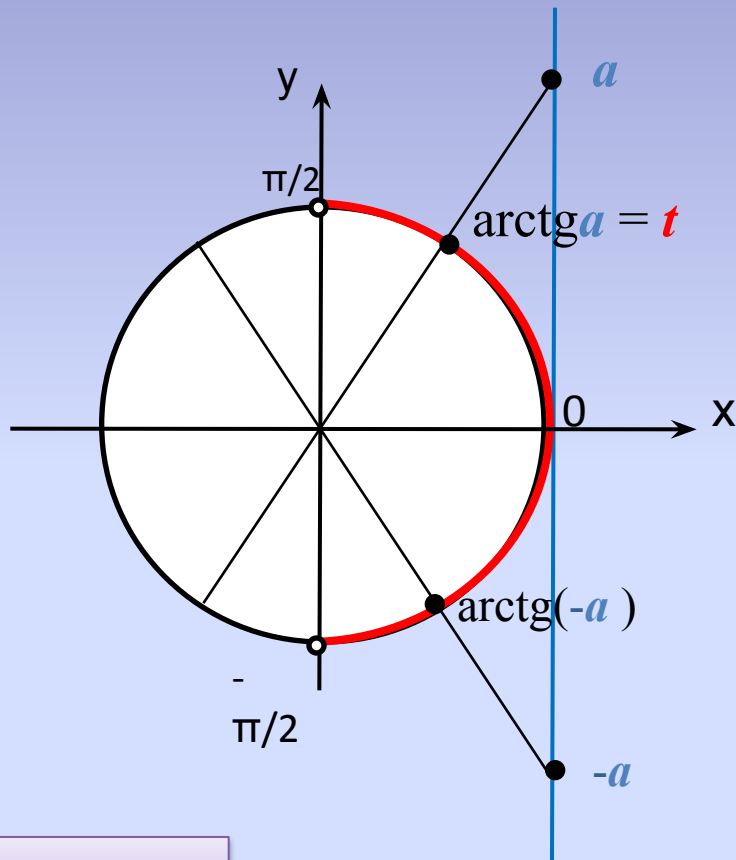
$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Примеры:

$$1) \arccos(-1) = \pi$$

$$2) \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

Арктангенс



Арктангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(-\pi/2; \pi/2)$, что $tg t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

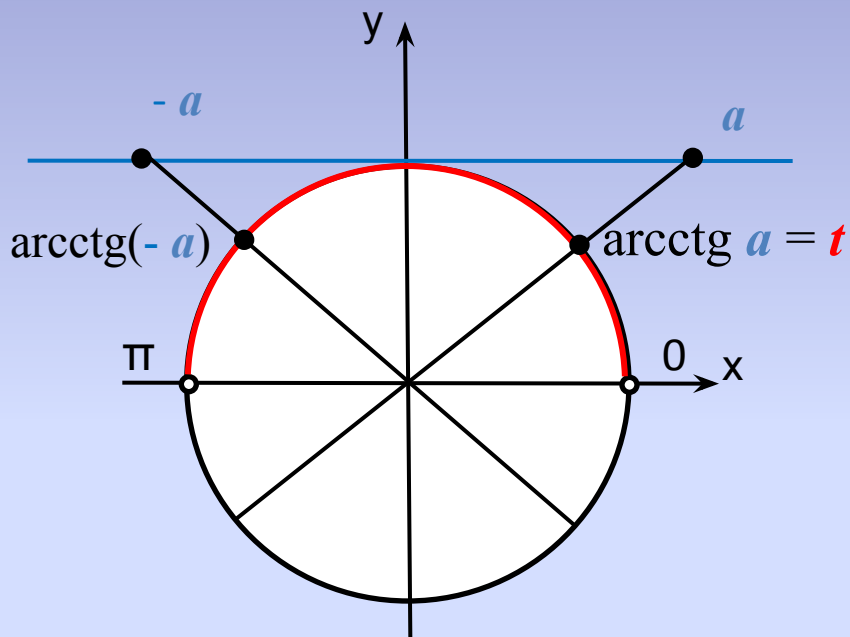
$$\arctg(-a) = -\arctg a$$

Примеры:

$$1) \arctg \sqrt{3}/3 = \pi/6$$

$$2) \arctg(-1) = -\pi/4$$

Арккотангенс



Арккотангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(0; \pi)$, что $\text{ctg } t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

$$\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$$

Примеры:

$$1) \text{arcctg}(-1) =$$

$$3\pi/4$$

$$2) \text{arcctg}\sqrt{3} =$$

$$\pi/6$$

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

1. $\cos t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

или

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

2. $\sin t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

3. $\operatorname{tg} t = a$, $a \in \mathbb{R}$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$$

4. $\operatorname{ctg} t = a$, $a \in \mathbb{R}$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$$

Примечание:

Формулы используются в случае, если число a не отмечено на тригонометрическом круге,

Примеры

$$1) \cos x = -1/3;$$

⋮

$$2) \sin x = 0,2;$$

$$x = \pm \arccos(-1/3) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \arcsin 0,2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \operatorname{tg} x = 4;$$

$$x = \operatorname{arctg} 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \operatorname{ctg} x = -2$$

$$x = \operatorname{arcctg}(-2) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$
$$x = 5\pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Решение простейших уравнений

1) $\operatorname{tg}2x = -1$

$$2x = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x+\pi/3) = 1/2$

$$x+\pi/3 = \pm\pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin(\pi - x/3) = 0$

упростим по формулам
приведения

$$\sin(x/3) = 0$$

$$x/3 = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.