

Здравствуйте.

Геометрия.

Повторяем темы, которые  
помогут нам успешно решить №  
17 ОГЭ.

«Окружность, круг и их  
элементы».



# Проверка заданий

Проверочная работа:

- ◆ №1 – 136
- ◆ №2 – 20
- ◆ №3 – 5,5
- ◆ №4 – 66
- ◆ №5 – 42

Домашняя работа:

- ◆ №1 – 18,75
- ◆ №2 – 66,5
- ◆ №3 – 20
- ◆ №4 – 114
- ◆ №5 – 18
- ◆ №6 – 17
- ◆ №8 – 34
- ◆ №9 – 81,5
- ◆ №10 – 76
- ◆ №11 – 26
- ◆ №12 – 1815
- ◆ №13 – 25
- ◆ №14 – 1
- ◆ №15 – 52
- ◆ №16 - 31

# Окружность. Круг и их элементы.

Повторяем по учебнику:

- ◆ 1. Окружность (стр. 42-43)
- ◆ 2. Касательная к окружности (стр. 162-165)
- ◆ 3. Центральные и вписанные углы (стр. 167-170)
- ◆ Вписанная и описанная окружности (стр.178-182)
- ◆ Длина окружности и площадь круга (стр.270-275, стр.278-281)

# Полезно знать и применять для решения задач.

## Углы, связанные с окружностью

- ◆ **Теорема (угол между пересекающимися хордами).** Угол между двумя пересекающимися хордами равен полусумме высекаемых ими дуг:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{B} + \overset{\frown}{A}}{2}$$

- ◆ **Теорема (угол между секущими).** Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, равен полуразности большей и меньшей высекаемых ими дуг:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{A} - \overset{\frown}{B}}{2}$$

- ◆ **Теорема (угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания).** Угол между касательной и хордой, проведенной в точку касания, равен половине дуги, стягиваемой этой хордой:

- ◆ **Теорема (угол между касательной и секущей).** Угол между касательной и секущей равен полуразности высекаемых ими дуг:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{A}}{2}$$

- ◆ **Теорема (угол между касательными).** Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен полуразности большей и меньшей высекаемых ими дуг:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{A} - \overset{\frown}{B}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{A} - \overset{\frown}{B}}{2}$$

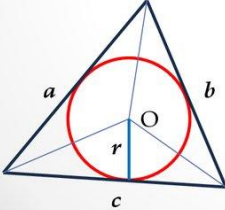
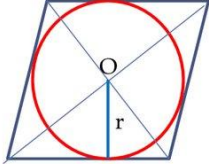
Полезно знать и применять для решения задач.

### Отрезки, связанные с окружностью

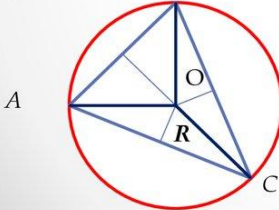
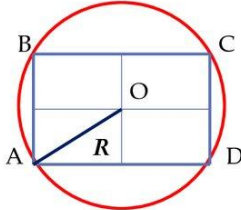
- ◆ Отрезки касательных к окружностям, проведенным из одной точки, равны, центр окружности лежит на биссектрисе угла .
- ◆ Если две хорды окружности пересекаются. То произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.
- ◆ Квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть

# Полезно знать и применять для решения задач.

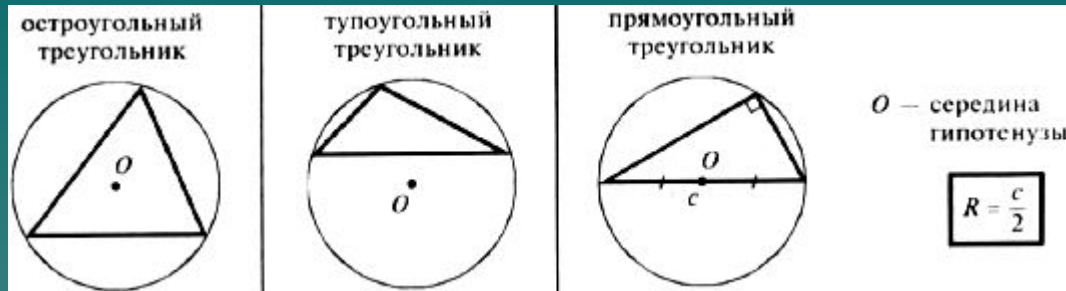
## Вписанная окружность

определение	Окружность вписана в многоугольник, если она касается всех сторон многоугольника	
центр	лежит на пересечении биссектрис углов многоугольника	
радиус	Перпендикуляр, опущенный из центра на сторону многоугольника	
	треугольник	четырёхугольник
	В любой треугольник можно вписать окружность и только одну	В четырёхугольник можно вписать окружность, если суммы его противоположных сторон равны
	$r = \frac{2S}{a+b+c}$	
		

## Описанная окружность

определение	Окружность описана около многоугольника, если она проходит через все вершины многоугольника	
центр	лежит на пересечении серединных перпендикуляров сторон многоугольника	
радиус	отрезок, соединяющий центр окружности с вершинами многоугольника	
	треугольник	четырёхугольник
	Около любого треугольника можно описать окружность и только одну	Около четырёхугольника можно описать окружность, если сумма его противоположных углов равна $180^\circ$
	$R = \frac{abc}{4S}$	
		

# Полезно знать и применять для решения задач.



фигура	рисунок	свойство
Окружность, описанная около <u>параллелограмма</u>		Окружность можно описать около параллелограмма тогда и только тогда, когда параллелограмм является <u>прямоугольником</u> .
Окружность, описанная около <u>ромба</u>		Окружность можно описать около ромба тогда и только тогда, когда ромб является <u>квадратом</u> .
Окружность, описанная около <u>трапеции</u>		Окружность можно описать около трапеции тогда и только тогда, когда трапеция является <u>равнобедренной трапецией</u> .
Окружность, описанная около <u>дельтоида</u>		Окружность можно описать около дельтоида тогда и только тогда, когда дельтоид <i>состоит из двух одинаковых прямоугольных треугольников</i> .

# Примеры решения задач

- ◆ Очень внимательно разберите решение следующих задач.
- ◆ Вам надо будет выполнить проверочную работу, в которой, возможно, будут похожие задачи.



# Примеры решения задач

- 1) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 10 и 4, считая от вершины, противоположащей основанию. Найдите периметр треугольника.

Решение:

Изобразим треугольник  $ABC$ .

Окружность касается боковой стороны  $CD$  в точке  $M$ .

$CM=10, MB=4$ ,

тогда вся сторона  $CB=14$ .

Так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то  $CB=AC=14$

Стороны треугольника для окружности являются касательными.

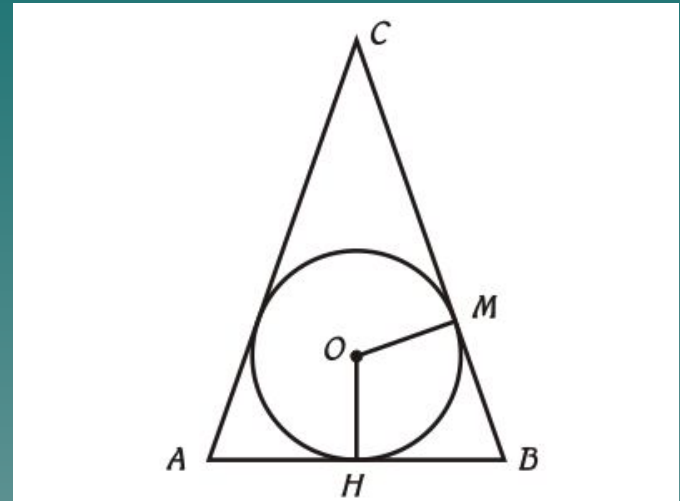
Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны.  $MB=BN=4$

В равнобедренном треугольнике вписанная окружность точкой касания делит основание пополам, следовательно,  $AN=NB=4$ . Вся сторона  $AB=8$ .

Все стороны треугольника найдены, теперь можем найти периметр:

$$P=14+14+8=36$$

Ответ: 36



## Примеры решения задач

- ◆ 2) Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $92^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $60^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

Решение:

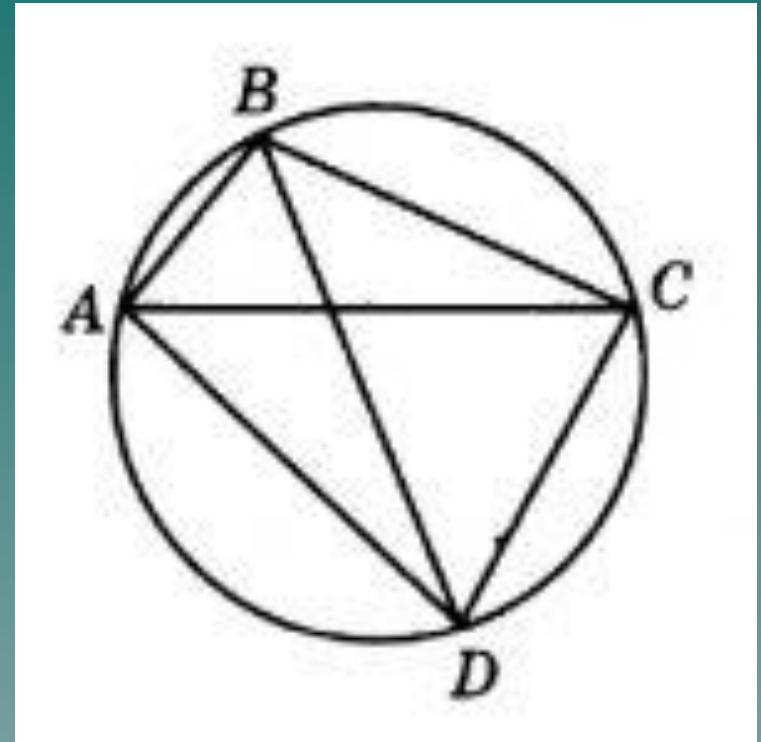
Внимательно посмотрим на рисунок.

Угол  $ABC$  опирается на дугу  $ADC$ ,  
а угол  $CAD$  — на дугу  $DC$ . Угол,  
который нам необходимо найти —  $ABD$ ,  
опирается на дугу  $AD$ ,  
которая является частью дуги  $ADC$ ,  
если вычесть дугу  $DC$ .

Значит, угол  $ABD$  равен разности углов  
 $ABC$  и  $CAD$ :

$$\angle ABD = 92 - 60 = 32$$

Ответ:  $32^\circ$



## Примеры решения задач

- ◆ 3) Касательные в точках А и В к окружности с центром О пересекаются под углом  $2^\circ$ . Найдите угол АВО. Ответ дайте в градусах.

Решение:

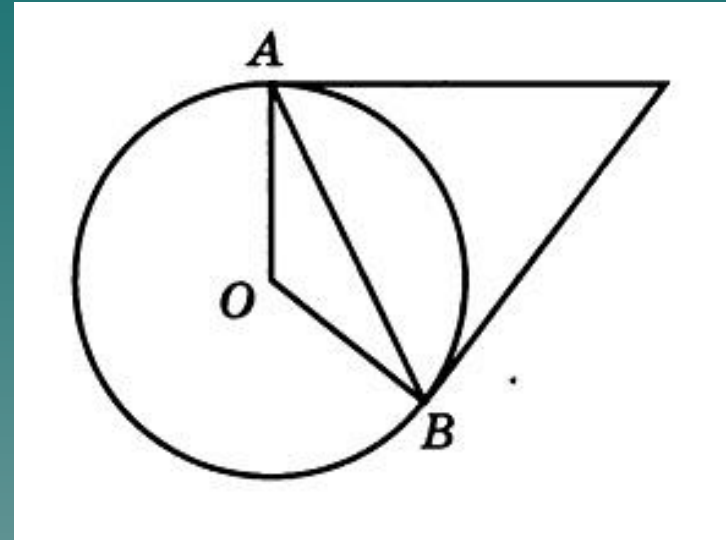
1. Касательные равны между собой по длине, а значит треугольник с основанием АВ равнобедренный. Угол при вершине этого треугольника равен  $2^\circ$  по условию, значит углы при основании равны:  
 $(180 - 2) / 2 = 89^\circ$

2. Касательные перпендикулярны радиусу, то есть угол между ними и радиусом равен  $90^\circ$  градусов.

Угол АВО, который необходимо найти, является частью угла между касательной и радиусом. Значит, этот угол равен:

$$90 - 89 = 1^\circ$$

Ответ: 1



## Примеры решения задач

- ◆ 4) В треугольнике ABC известно, что  $AC = 16$ ,  $BC = 12$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Решение:

Для решения необходимо вспомнить, что центр описанной около прямоугольного треугольника окружности расположен в середине гипотенузы. То есть гипотенуза является диаметром, а её половина — радиусом.

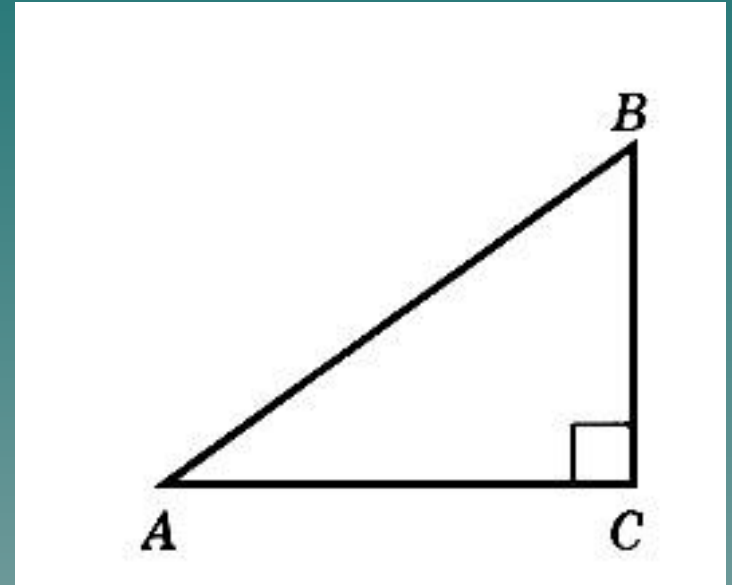
По теореме Пифагора найдем гипотенузу AB:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

$$AB = \sqrt{400} = 20$$

Гипотенуза равна 20, значит радиус — 10.

Ответ: 10



## Примеры решения задач

- ◆ 5 ) Найдите длину хорды окружности радиусом 13 см, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5 см. Ответ дайте в см.

Решение:

Для решения данной задачи необходимо провести радиус окружности к точке начала хорды:

Получаем прямоугольный треугольник, где гипотенуза

$c$  — радиус и равна 13 см,

$b$  — расстояние до хорды — 5 см.

По теореме Пифагора находим катет  $a$ :

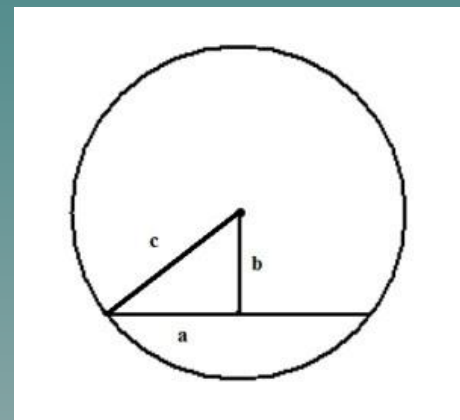
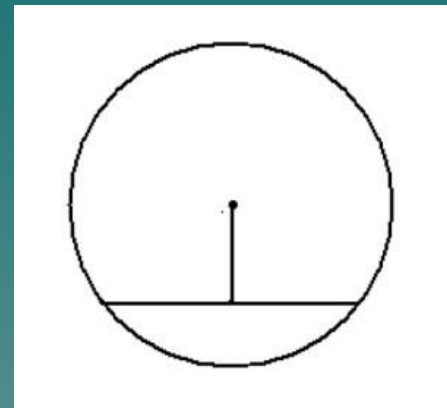
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$a = \sqrt{144} = 12$$

$a$  — половина хорды, поэтому вся хорда равна  $2 \cdot a = 24$

Ответ: 24



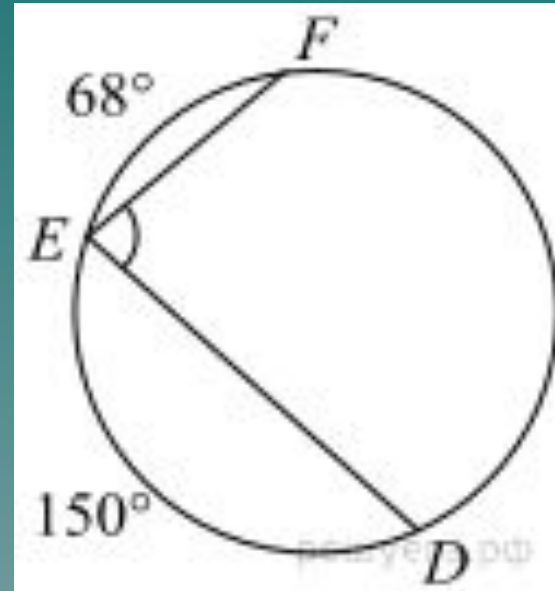
## Примеры решения задач

- ◆ 6) Найдите  $\angle DEF$ , если градусные меры дуг  $DE$  и  $EF$  равны  $150^\circ$  и  $68^\circ$  соответственно.

### Решение.

Дуга  $FD$ , не содержащая точку  $E$ , равна  $360^\circ - 150^\circ - 68^\circ = 142^\circ$ , поэтому  $\angle DEF = 142^\circ : 2 = 71^\circ$ .

Ответ:  $71^\circ$ .



# Примеры решения задач

- 7) В угол величиной  $70^\circ$  вписана окружность, которая касается его сторон в точках  $A$  и  $B$ . На одной из дуг этой окружности выбрали точку  $C$  так, как показано на рисунке. Найдите величину угла  $ACB$ .

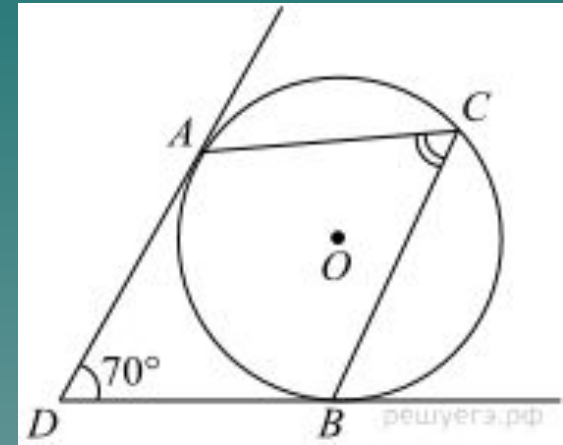
Решение.

Угол  $ACB$  — вписанный, он равен половине дуги  $AB$ . Угол  $AOB$  — центральный, опирающийся на ту же дугу. Проведём радиусы  $OA$  и  $OB$  в точки касания.

Сумма углов четырёхугольника  $AOBD$  равна  $360^\circ$ .

Поэтому  $\angle ACB = \frac{1}{2}(\angle AOB) = \frac{1}{2}(360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$ .

Ответ:  $55^\circ$ .



# Задание на закрепление, повторение, развитие.

**Выполнить проверочную работу – тест**

(документ Word, открываете, сохраняете, вписываете ответы, отправляете мне, сохраните у себя копию, для проверки)

Отправьте, пожалуйста, мне на почту [s7086t@yandex.ru](mailto:s7086t@yandex.ru)

**ТЕСТ ОТПРАВИТЬ**

**ДО 20 часов**

**14 апреля.**

Дополнительно на РЭШ: Предмет→Геометрия → Раздел 8 → Урок21  
– Урок34

На дополнительную оценку по геометрии можно пройти Урок 34.

Выполнить тренировочные и контрольные задания.

Фото дневника с фамилией отправить мне.