

Квадратичная функция её свойства и графики.

Дьячкова Татьяна
ГБОУ СОШ №1631

Квадратичные функции используются уже много лет. Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 г. итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $ax^2+bx+c=0$, было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. **Штифелем**.

Определение:

- Квадратичной функцией называется функция, которую можно записать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x – независимая переменная, a , b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Свойства:

Свойства функции и вид ее графика определяются, в основном, значениями коэффициента a и дискриминанта.

- Область определения: $D(f)=R$;

- Область значений:

при $a > 0$ $[-D/(4a); \infty)$

при $a < 0$ $(-\infty; -D/(4a)]$;

- *Четность, нечетность:*

при $b=0$ функция четная

при $b \neq 0$ функция не является ни четной,
ни нечетной.

- *Нули:*

при $a < 0$ $(-\infty; -D/(4a)]$;

при $D > 0$ два нуля: $X_{1,2} = -b \mp \sqrt{D}/2a$

при $D = 0$ один нуль: $X = -b/2a$

при $D < 0$ нулей нет

Теорема Виета

Для того чтобы числа x_1, x_2 , были решениями уравнения $ax^2+bx+c=0$ необходимо и достаточно, чтобы

$$x_1 + x_2 = -b/a;$$

$$x_1 x_2 = c/a$$

-Промежутки монотонности:

при $a > 0$ $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in [-b/(2a); \infty) \\ \text{функция убывает при } x \in (-\infty; -b/(2a)] \end{cases}$

при $a < 0$ $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in (-\infty; -b/(2a)] \\ \text{функция убывает при } x \in [-b/(2a); \infty) \end{cases}$

График:

- Графиком квадратичной функции является **парабола** – кривая, симметричная относительно прямой, проходящей через вершину параболы (вершиной параболы называется точка пересечения параболы с осью симметрии).

Графиком квадратичной функции является парабола получаемая из графика функции $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов:

1) сдвига вдоль оси OX на x_0 единиц (вправо, если $x_0 > 0$ и влево, если $x_0 < 0$).

2) сдвига вдоль оси OY на y_0 единиц (вверх, если $y_0 > 0$ и вниз, если $y_0 < 0$).

Направление ветвей параболы:

при $a > 0$ ветви направлены вверх

при $a < 0$ ветви направлены вниз

Точка с координатами $(-b/2a; -D/4a)$
называется *вершиной* параболы.

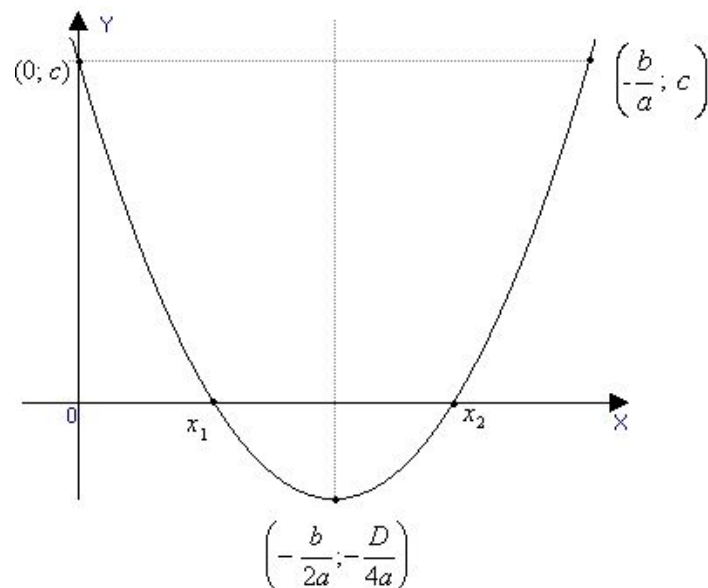
Ось симметрии параболы - прямая $X = -b/2a$

Точки пересечения (касания) графика с осью x :

$D > 0$: $X_{1,2} = -b \pm \sqrt{D}/2a$ (точки пересечения)

$D = 0$: $x_1 = -b/(2a)$ (точка касания)

$D < 0$: общих точек у графика с осью x нет



АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЕ ПАРАБОЛЫ



- 1) Ветви направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$.

Найдем координаты вершины параболы $(x; y)$.
 $x = -b/2a$, $y = -D/4a$. Проведем ось параболы.

- 2) Отметим на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (часто берут $x=0$), найдем значения функции в этих точках; Построим их на координатной плоскости.
- 3) Через полученные три точки проводим параболу (иногда берут больше точек).

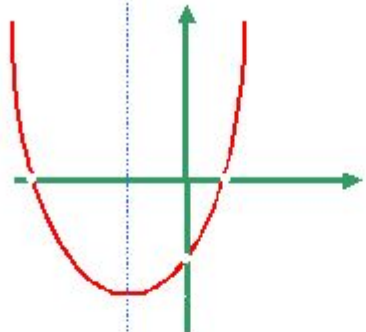
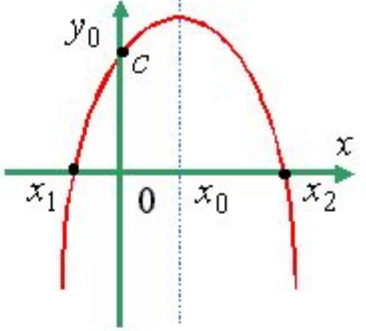
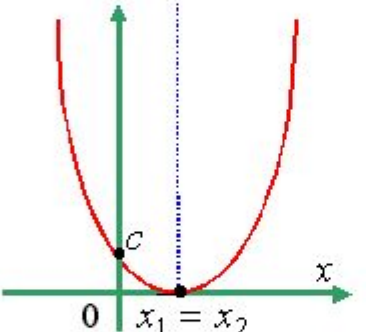
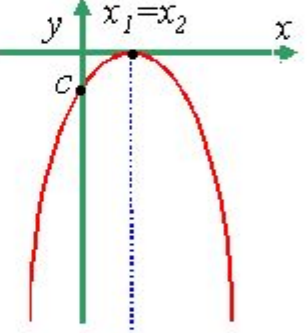
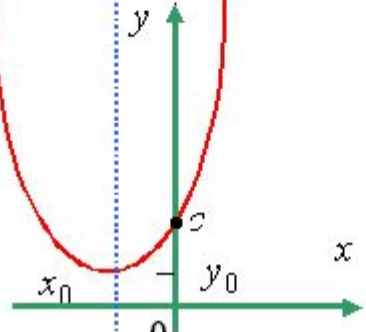
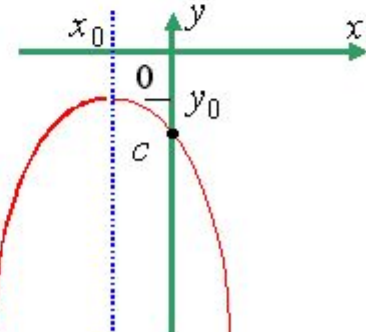
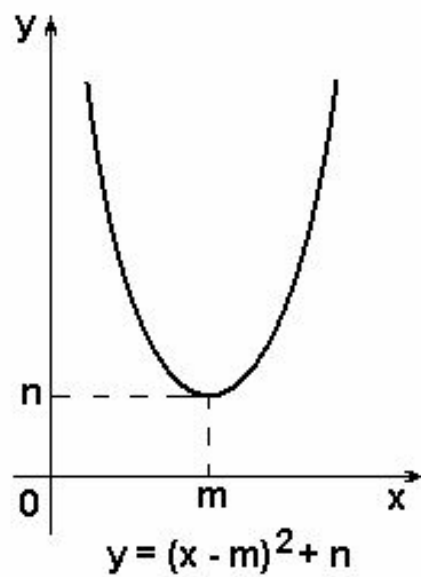
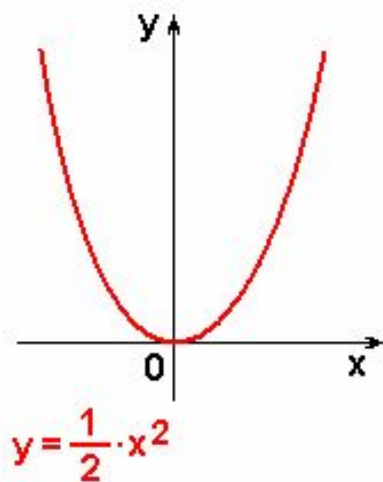
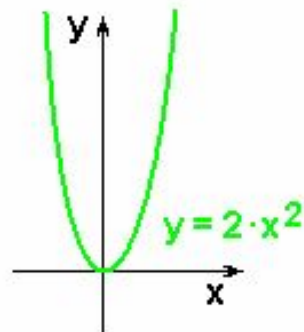
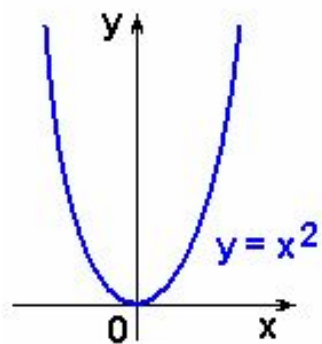
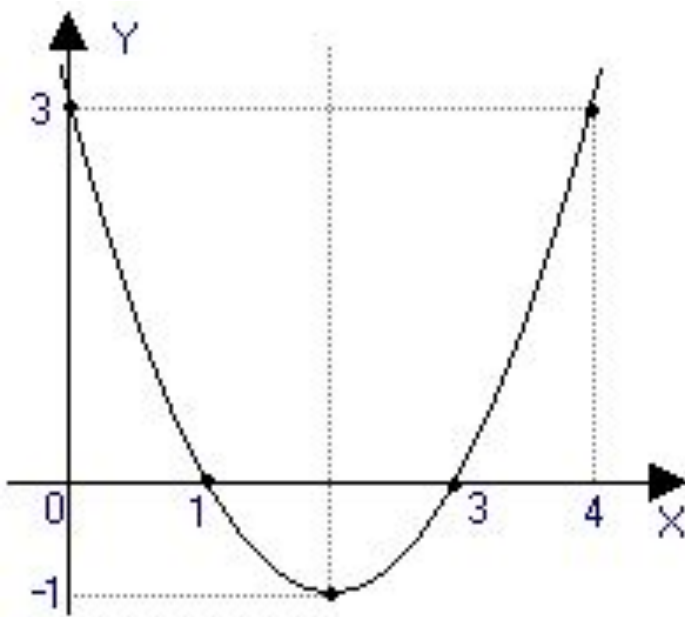
	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

График квадратичной функции



Пример

$$y = x^2 - 4x + 3$$



1. Ветви направлены вверх, т.к. $a = 1 > 0$

2. Координаты вершины $(2; -1)$, т.к.

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = 2;$$

$$y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

3. Ось симметрии параболы:

$$x = \frac{-b}{2a} = 2;$$

4. Координаты точек пересечения с осью x :

5.

$$(x_1; 0) = (1; 0) \text{ и } (x_2; 0) = (3; 0)$$

Координаты точки пересечения с осью y :

$$(0; c) = (0; 3)$$

симметричная ей точка относительно оси параболы:

$$\left(-\frac{b}{a}; c\right) = (4; 3).$$