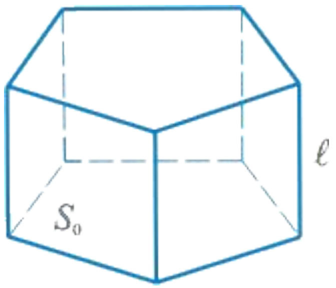
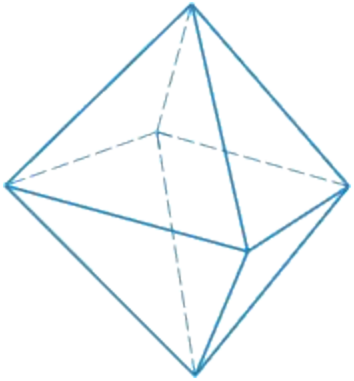
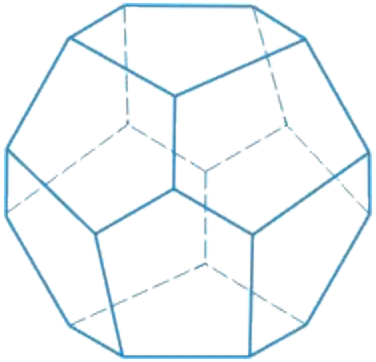
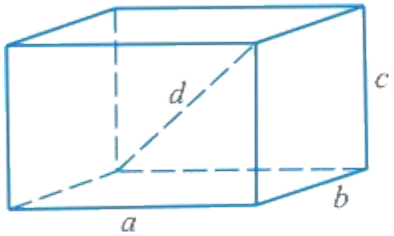
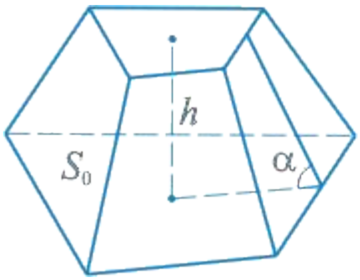


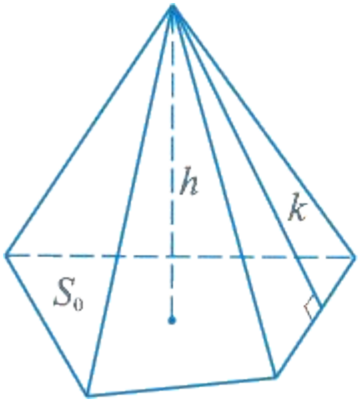




Многогранники.







Определение:

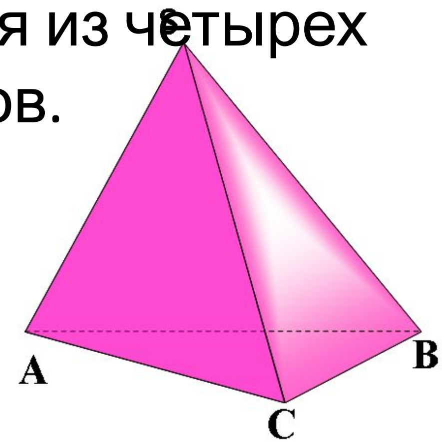
Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело, называют многогранной поверхностью или **многогранником**.

Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются **гранями.**

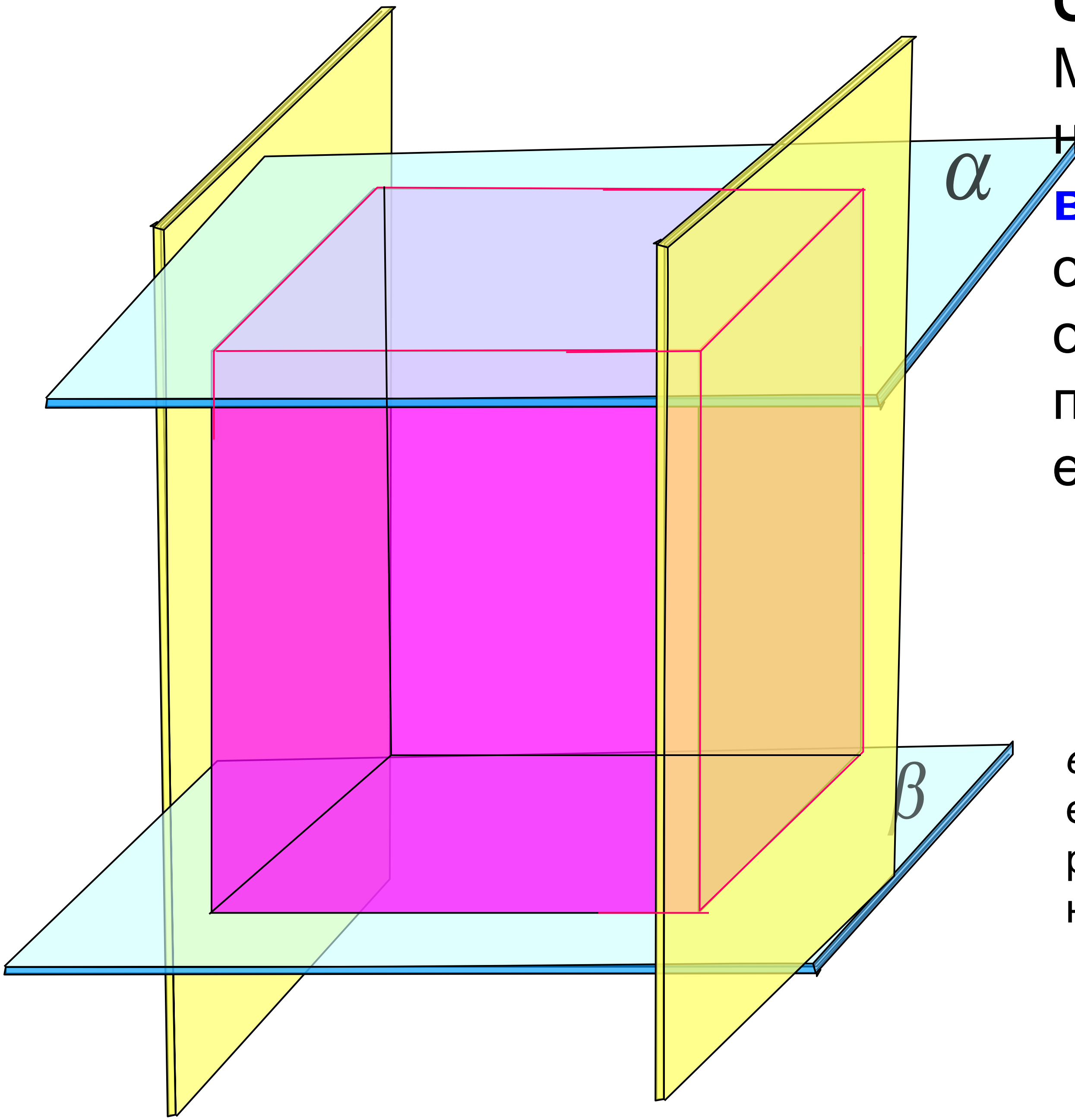
Стороны граней называются **ребрами**, а концы ребер – **вершинами**.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю** многогранника.

Тетраэдр – поверхность, составленная из четырех треугольников.



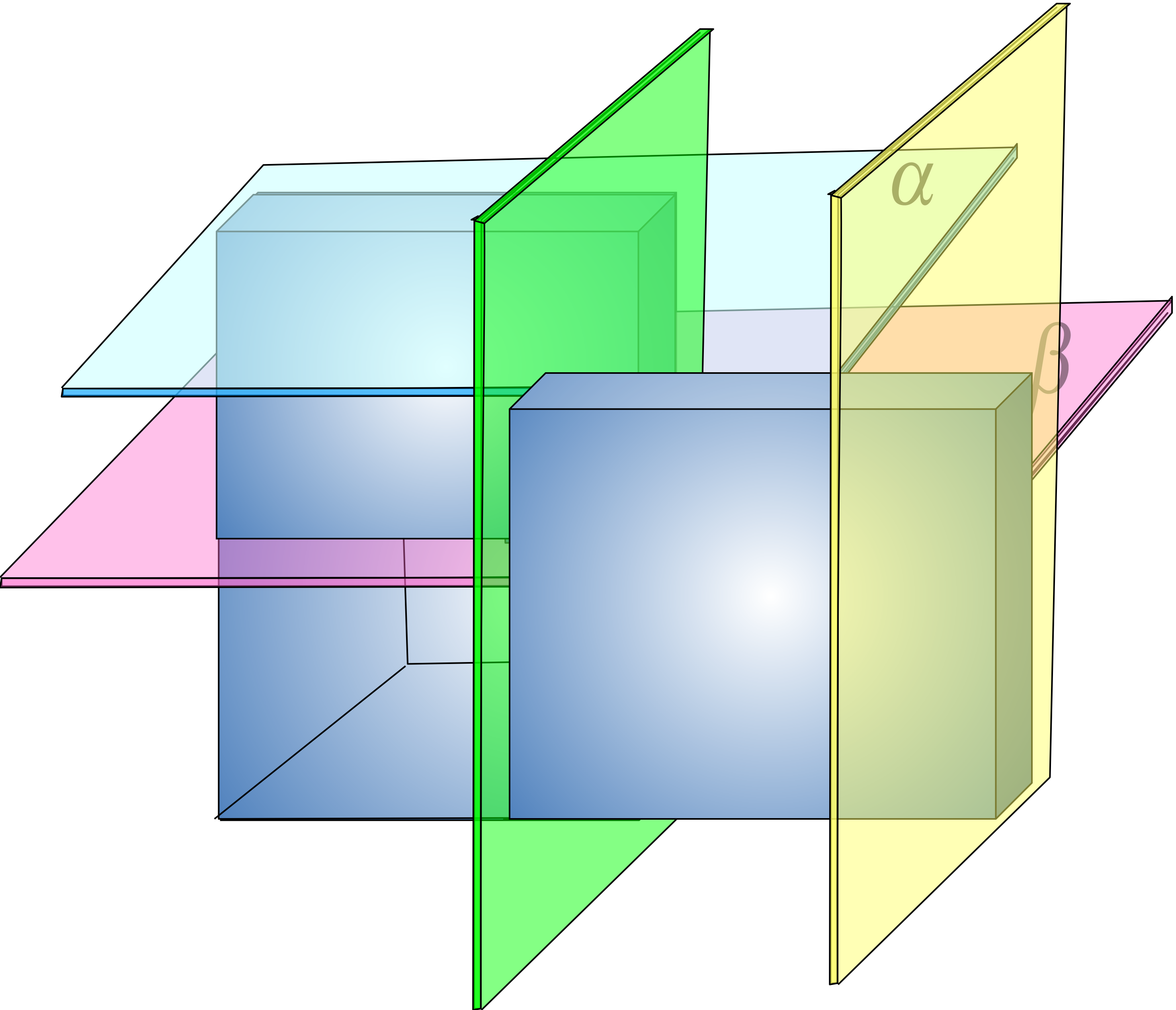
Октаэдр составлен из восьми треугольников.



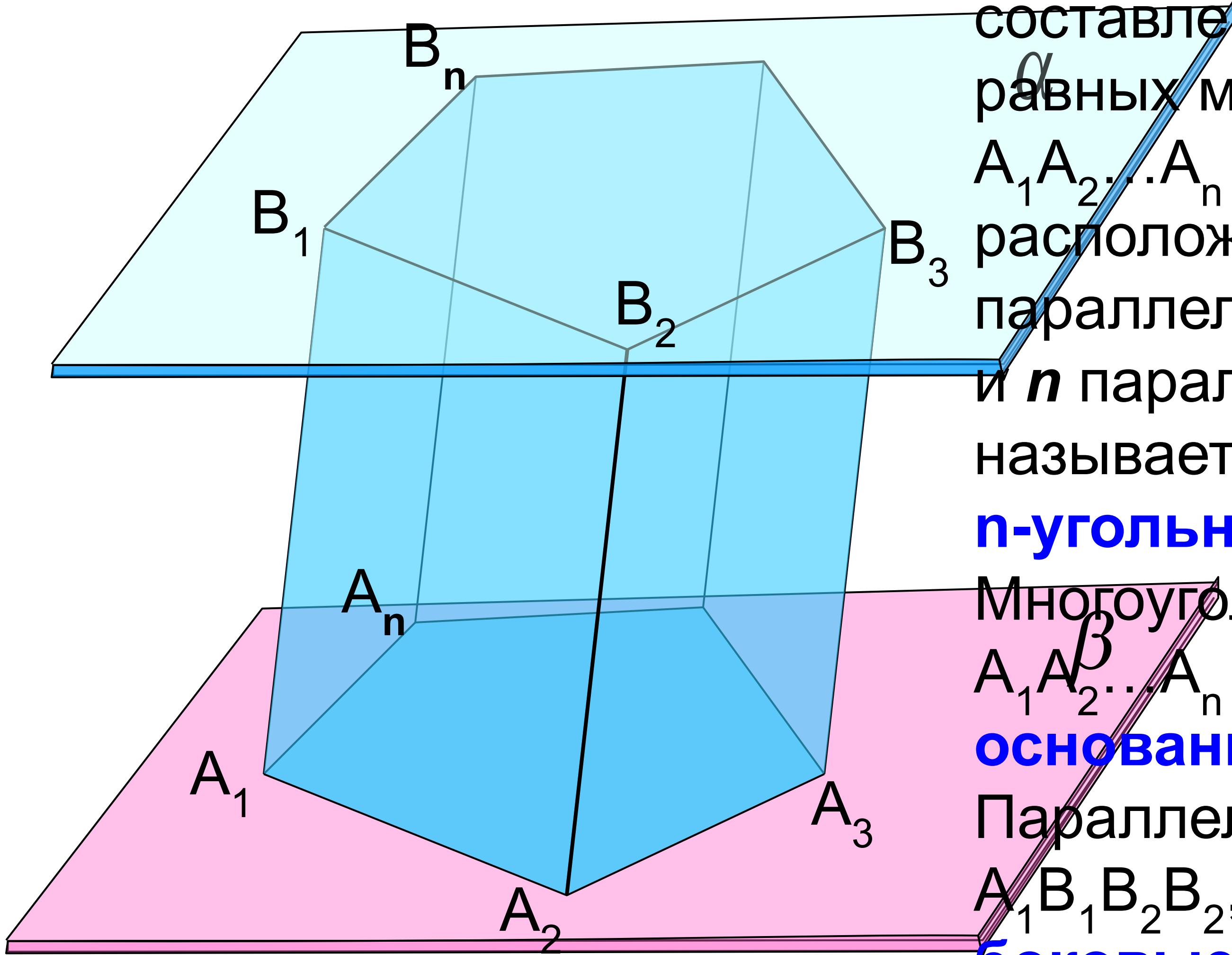
Определение: Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Замечание: Многогранник – *выпуклый*, если все его диагонали расположены внутри него

Невыпуклый многогранник



Призма



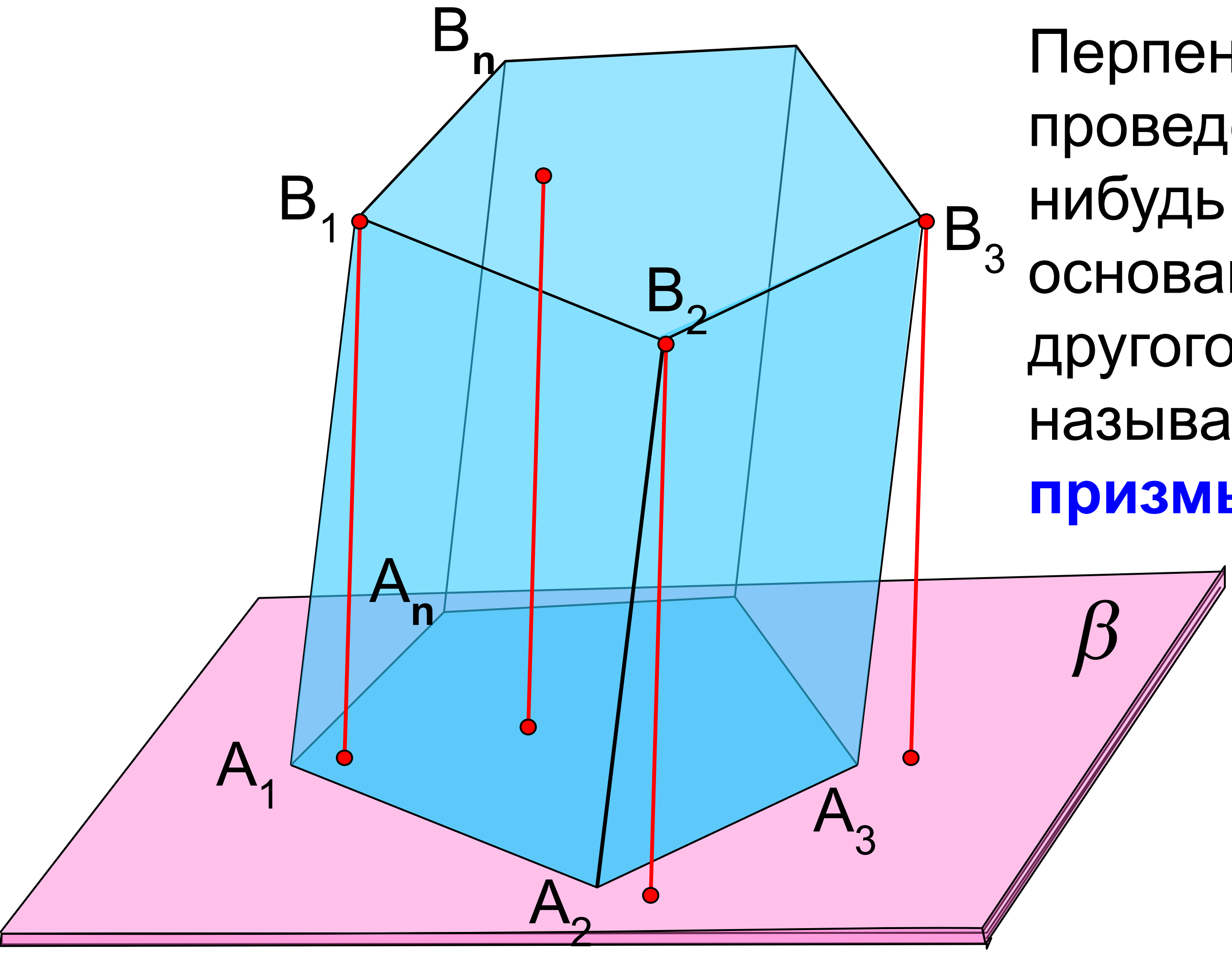
Определение: Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и ***n*** параллелограммов, называется призмой.

n-угольная призма.

Многоугольники $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$ – **основания призмы**.

Параллелограммы $A_1B_1B_2B_2$, $A_2B_2B_3A_3$ и т.д. **боковые грани призмы**

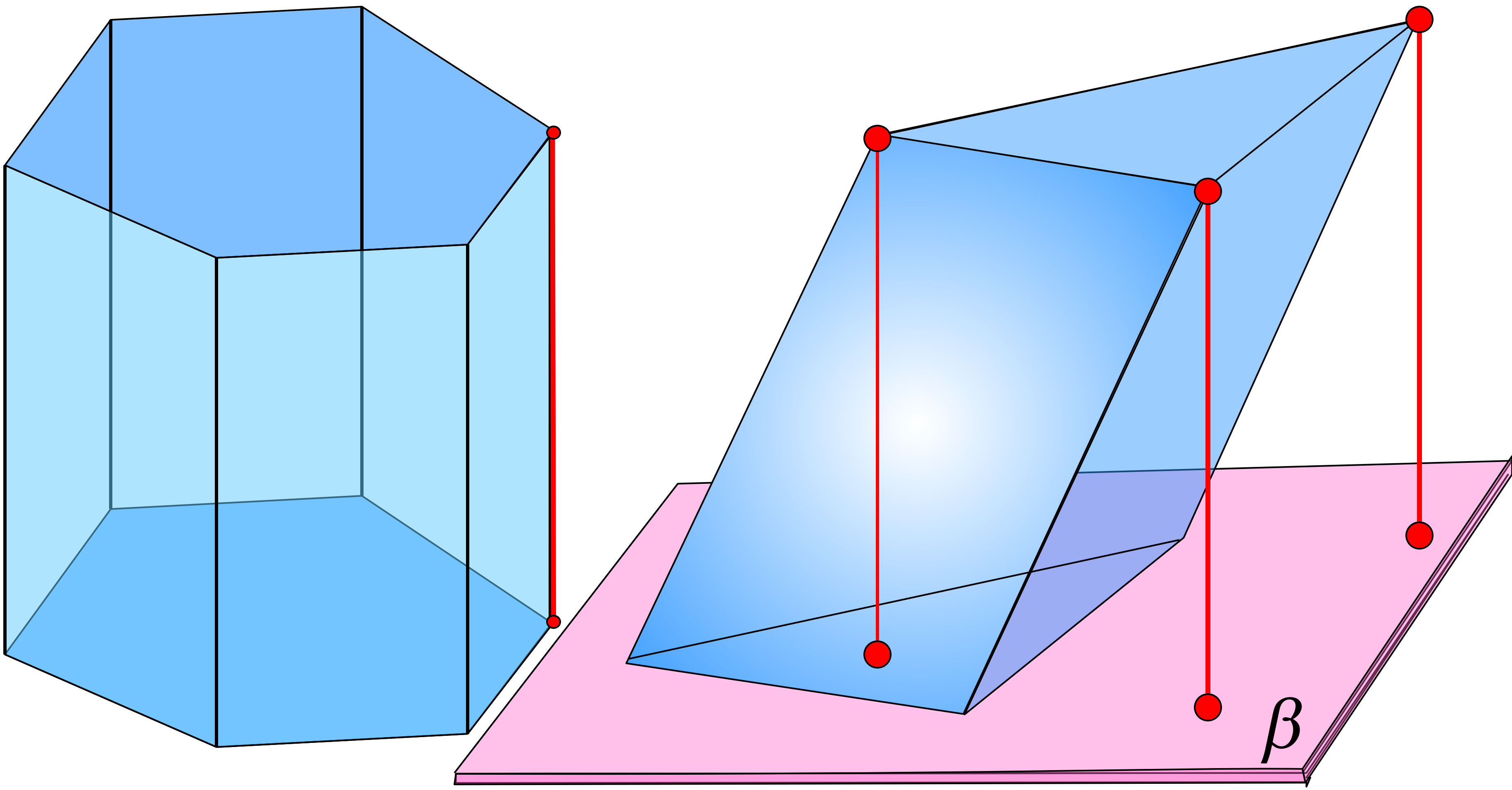
Призма



Отрезки A_1B_1, A_2B_2 и т.д. - **боковые ребра призмы**

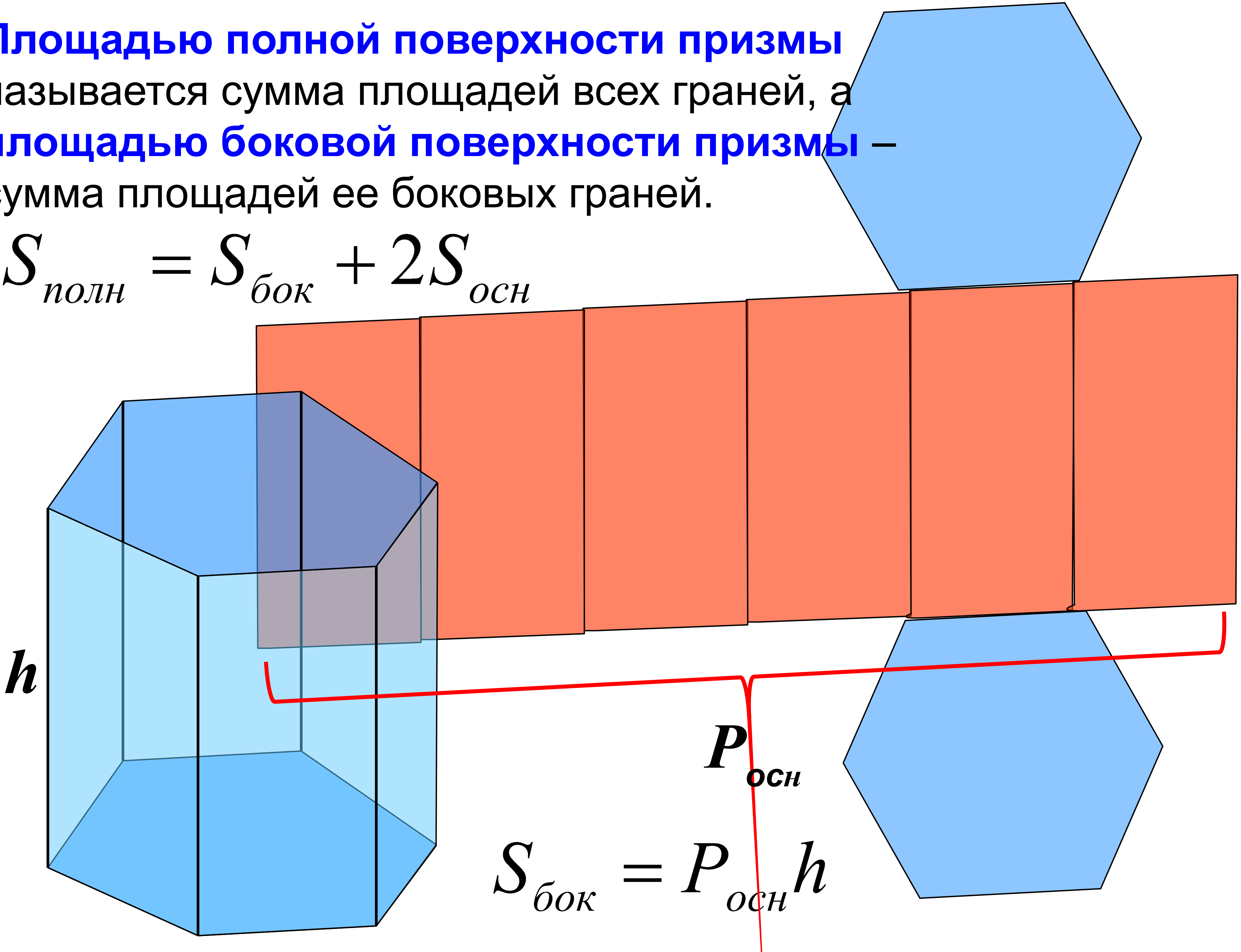
Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой призмы**.

Если боковые ребра перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, в противном случае **наклонной**. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру.

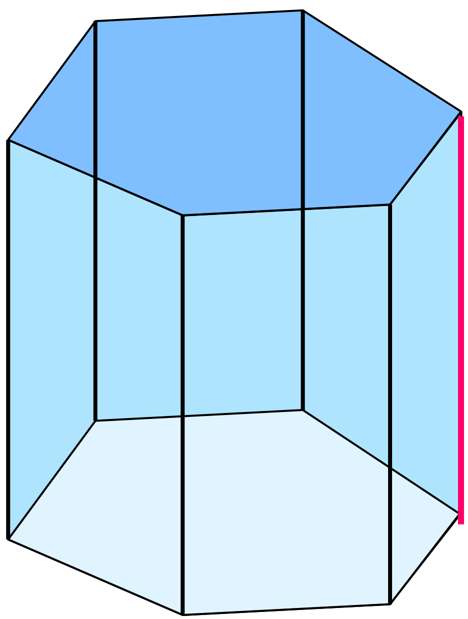


Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех граней, а **площадью боковой поверхности призмы** – сумма площадей ее боковых граней.

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

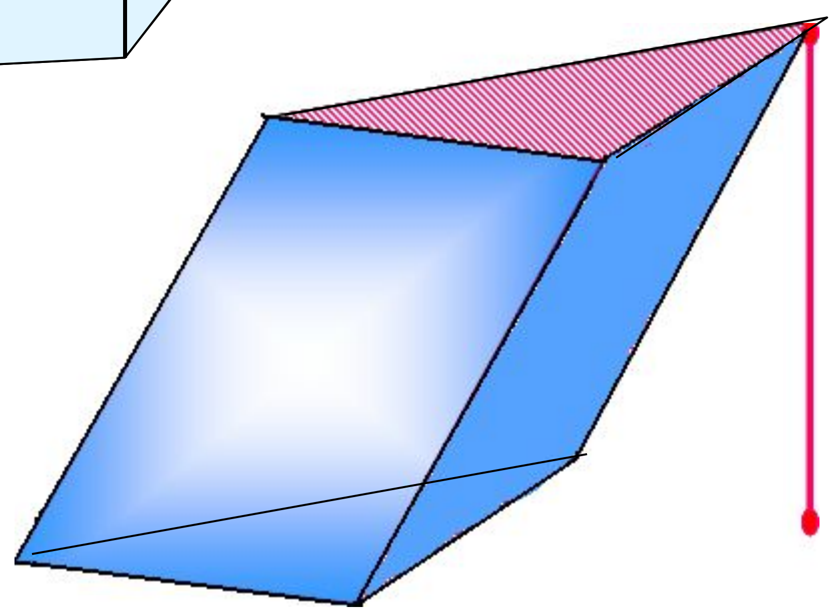


$$S_{бок} = P_{осн}h$$



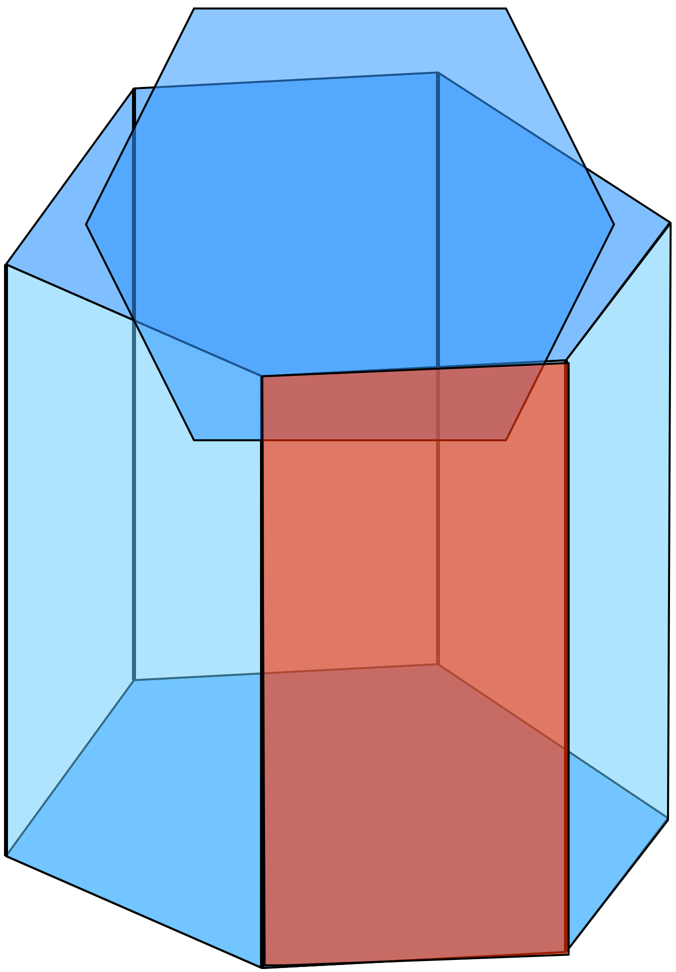
Объем призмы вычисляется по формуле

$$V = S_{осн} h$$



Прямая призма называется **правильной**, если ее основания - правильные многоугольники.

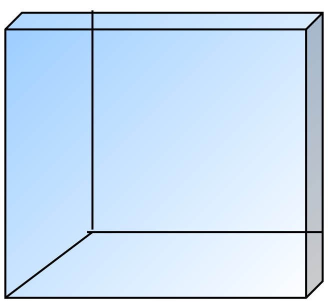
У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.



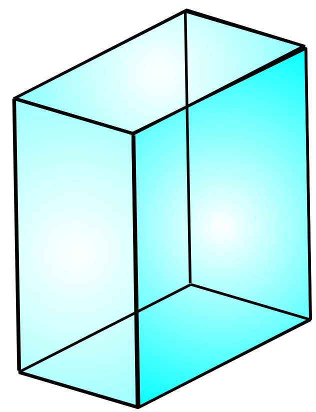
Частные случаи призмы

Параллелепипед –это *призма, основания которой параллелограммы*. (поверхность, составленная из шести параллелограммов)

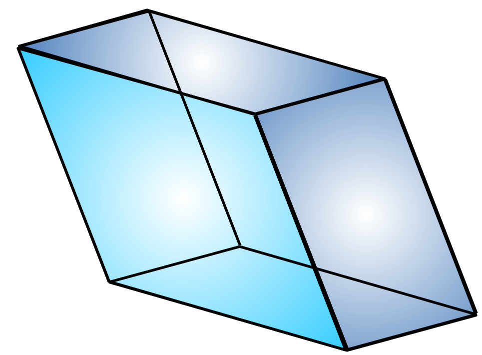
Куб



Прямой параллелепипед



Параллелепипед

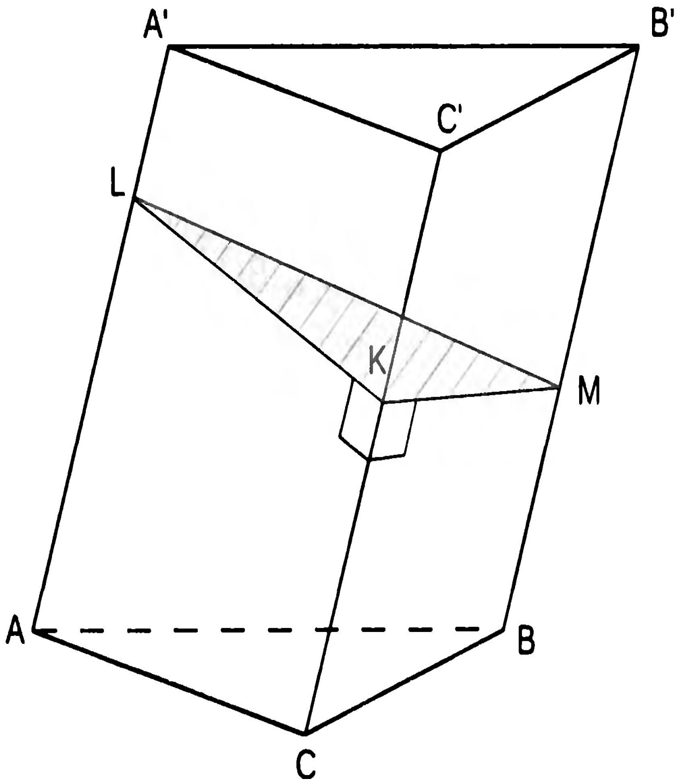


Если четыре боковые грани параллелепипеда – прямоугольники, то он называется *прямым*.

Прямой параллелепипед, у которого все шесть граней – прямоугольники, называется *прямоугольным*.

Диагональ прямоугольного параллелепипеда d и его рёбра a, b, c связаны соотношением: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Прямоугольный параллелепипед, все грани которого квадраты, называется *кубом*. Все рёбра куба равны.



Нормальное (ортогональное) сечение призмы — это сечение, образованное плоскостью, перпендикулярной к боковому ребру. (*LKM*)

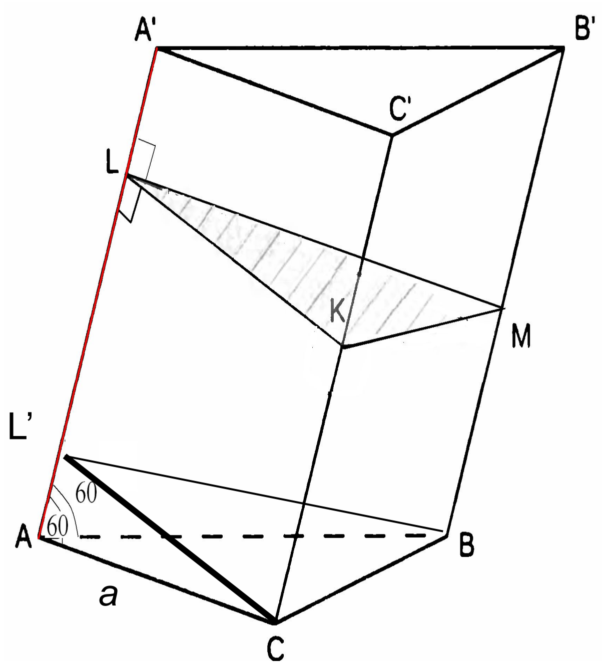
Боковая поверхность *S* призмы равна произведению периметра нормального сечения P на длину бокового ребра l:

$$S = P \cdot l$$

Объём *V* призмы равен произведению площади нормального сечения *S* на длину бокового ребра l :

$$V = S \cdot l$$

Каждое ребро наклонной треугольной призмы равно *a*, одно из боковых ребер составляет со смежными сторонами основания углы в 60°. Найдите объем призмы.

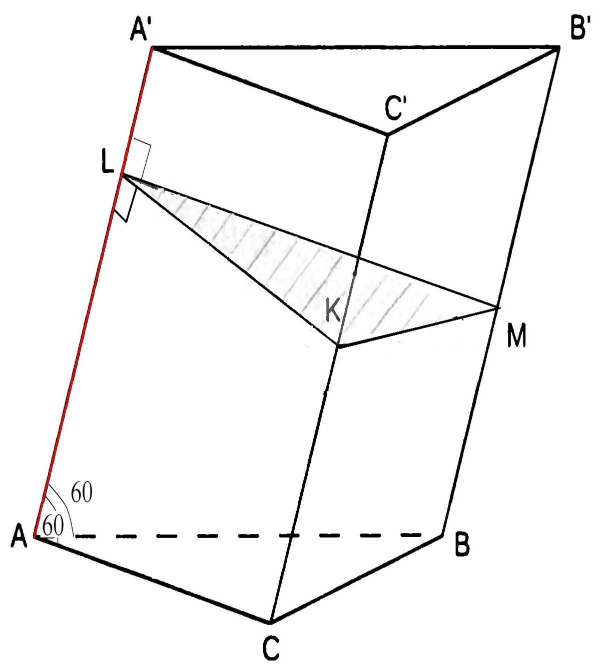


$CL' = BL' = a\sqrt{3}/2$

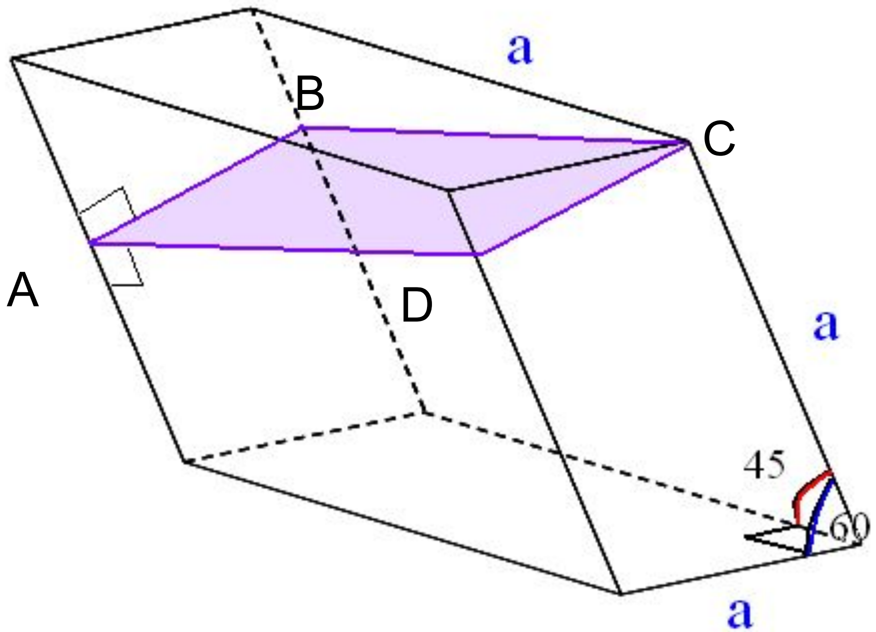
$CB = a$

$S_{CL'B} =$

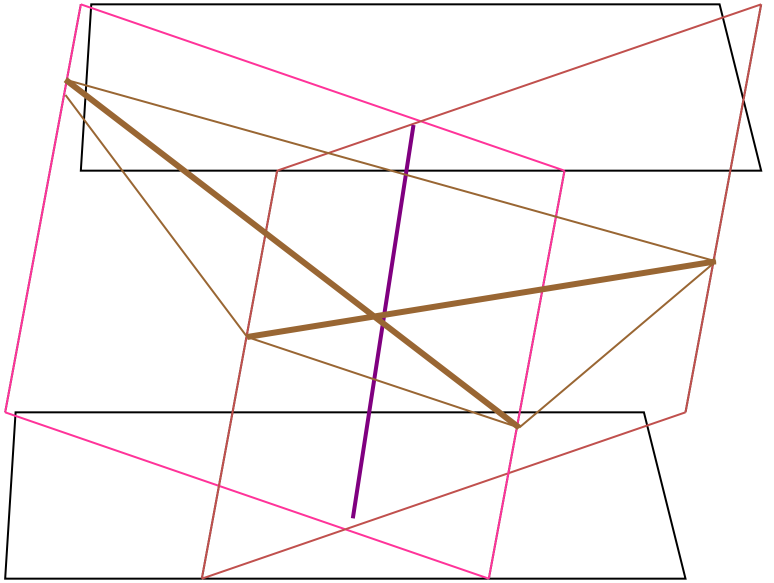
Боковая поверхность треугольной призмы равна 8 м^2, боковое ребро равно 5 дм, расстояния между боковыми ребрами относятся как 16 : 25 : 39. Найдите объем призмы.



Все ребра параллелепипеда равны *a*. Найдите его объем, зная, что плоские углы одного трехгранного угла равны 45°, 60°и 90°.



Объем четырехугольной призмы равен V. Диагональные сечения взаимно перпендикулярны, их площади равны S1 и S2. Найдите величину бокового ребра призмы.



Пирамида

Пирамида – это многогранник, у которого одна грань (*основание пирамиды*) – это произвольный многоугольник ABCDE, а остальные грани (*боковые грани*) – треугольники с общей вершиной S, называемой *вершиной пирамиды*.

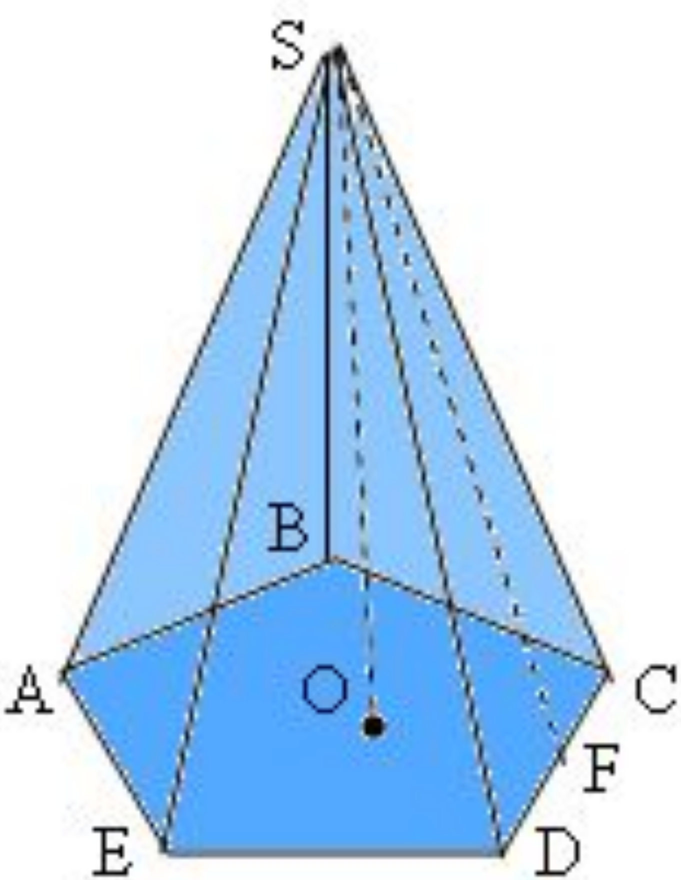
Перпендикуляр SO, опущенный из вершины пирамиды на её основание, называется *высотой пирамиды*. В зависимости от формы многоугольника, лежащего в основании, пирамида может быть соответственно: треугольной, четырёхугольной, пятиугольной, шестиугольной и т.д.

Треугольная пирамида называется *тетраэдром* - *четырёхгранником*, четырёхугольная – *пятигранником* и т.д.

Пирамида называется *правильной*, если в *основании лежит правильный многоугольник*, а её *высота падает в центр основания.*

$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн} \qquad V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

Правильная пирамида



Все боковые рёбра правильной пирамиды равны

Все боковые грани – равнобедренные треугольники.

Высота боковой грани (*h=SF*) называется *апофемой* правильной пирамиды.

$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$$

$$S_{бок} = P_{осн} h$$

Правильный тетраэдр — четыре грани — равносторонние равные треугольники. Тетраэдр имеет четыре вершины и шесть ребер

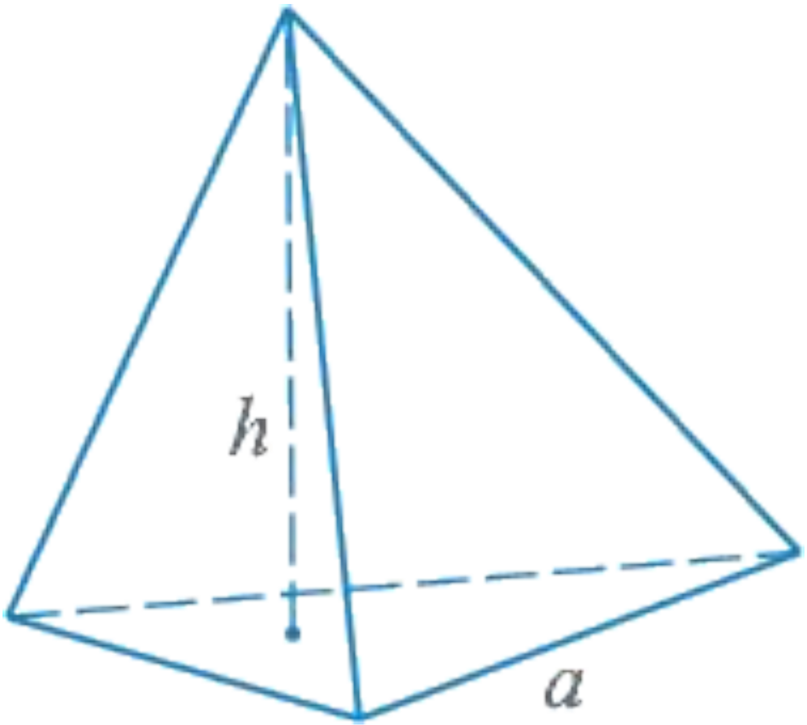
$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$S_{\text{полн}} = a^2\sqrt{3}$$

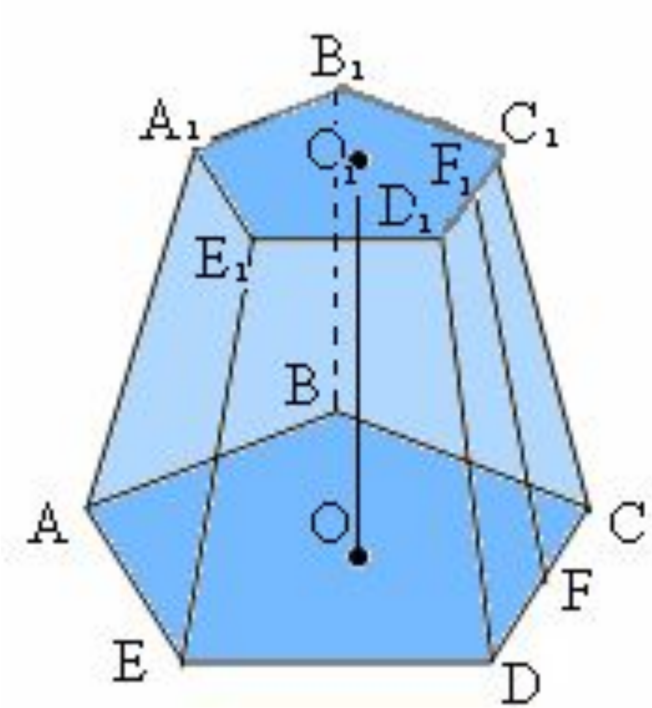
$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3}{4}h$$

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{12} = \frac{1}{4}h$$

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$



Усеченная пирамида



$$V = \frac{1}{3} \cdot h\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right),$$

$$S_{бок} = \frac{\left(S_1 - S_2\right)}{\cos\alpha},$$

где S_1 и S_2 — площади оснований

α — двугранный угол при ребре нижнего основания.

Если провести сечение $A_1B_1C_1D_1E_1$, параллельное основанию $ABCDE$ пирамиды, то тело, заключённое между этими плоскостями и боковой поверхностью, называется *усеченной пирамидой.*

Параллельные грани $ABCDE$ *и* $A_1B_1C_1D_1E_1$ называются *основаниями*; расстояние OO_1 между ними – *высотой*.

Усечённая пирамида называется *правильной*, если пирамида, из которой она была получена – *правильная*.

Все боковые грани правильной усечённой пирамиды – равные равнобочные трапеции. Высота $h=FF_1$ боковой грани называется *апофемой* правильной усечённой пирамиды.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Выпуклый многогранник называется ***правильным***, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.

Существует пять типов правильных выпуклых многогранников:

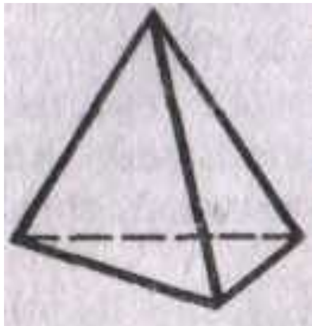
- ✔ ***правильный тетраэдр,***
- ✔ ***куб (гексаэдр),***
- ✔ ***октаэдр,***
- ✔ ***додекаэдр,***
- ✔ ***икосаэдр.***

Это интересно!

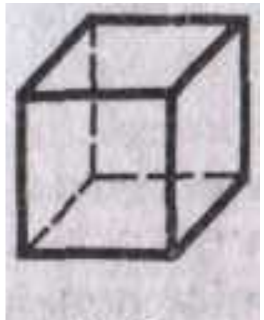
Леонард Эйлер доказал теорему о связи количества граней, вершин и рёбер правильного многогранника:

$$Г + В = Р + 2.$$

А позднее он показал, что эта теорема выполняется ***для любого выпуклого многогранника***.

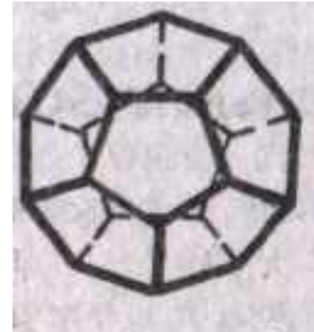


Тетраэдр



Куб

Октаэдр



Додекаэдр

Икосаэдр

название	форма грани	количество		
		Граней	Вершин	Рёбер
Тетраэдр	Правильный треугольник	4	4	6
Куб	Квадрат	6	8	12
Октаэдр	Правильный треугольник	8	6	12
Додекаэдр	Правильный пятиугольник	12	20	30
Икосаэдр	Правильный треугольник	20	12	30

Спасибо за внимание!