Лекция 4

ПОВЕРХНОСТИ

Красовская Н.И.

Поверхность
– это совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии

Красовская Н.И.

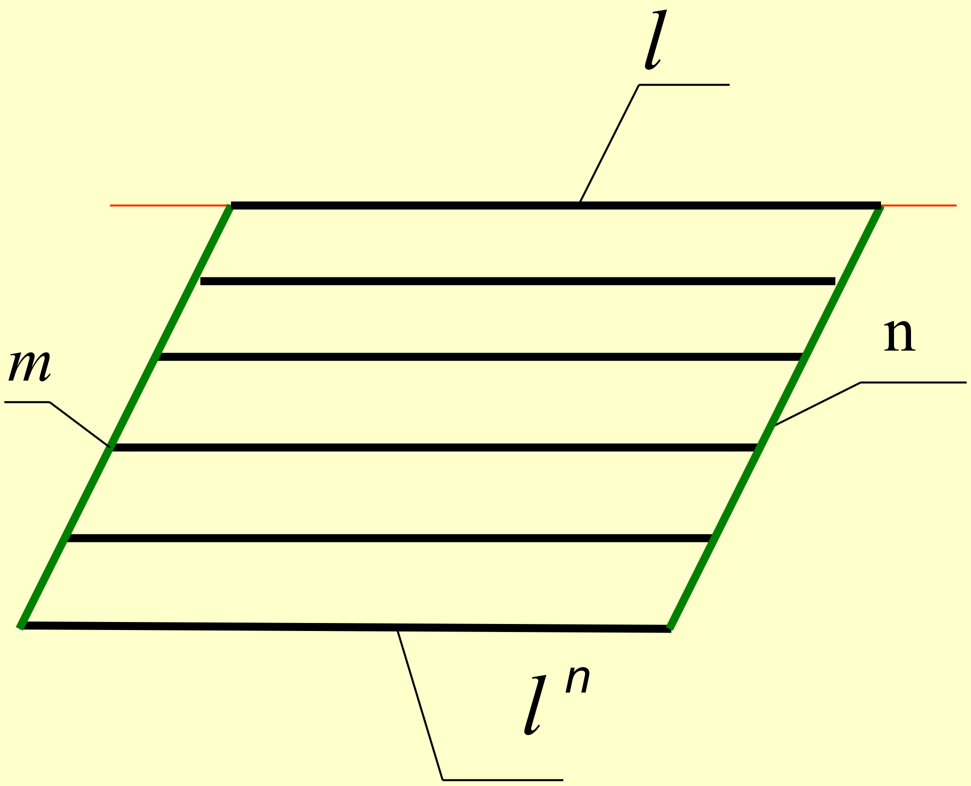
Способы образования и задания поверхностей.

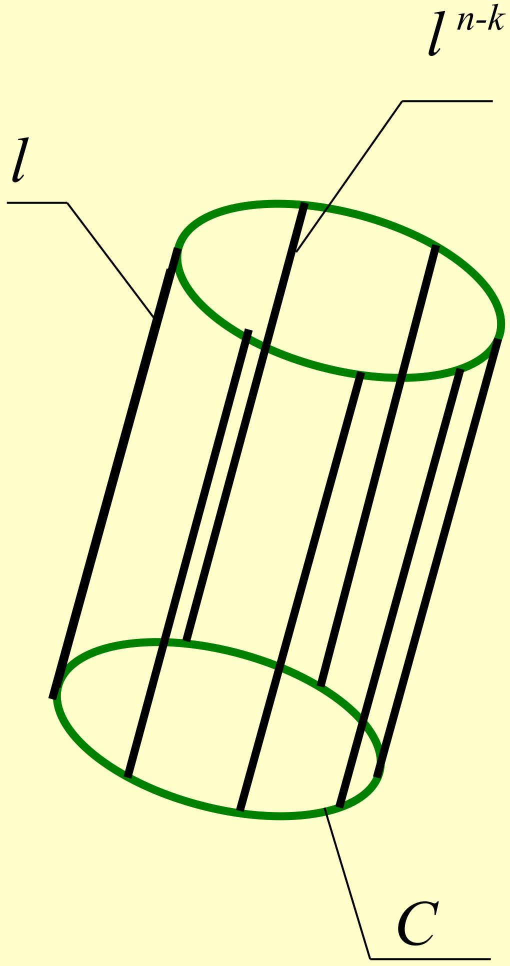
Каркас поверхности.

Определитель поверхности

Движущаяся в процессе образования поверхности линия называется **образующей**

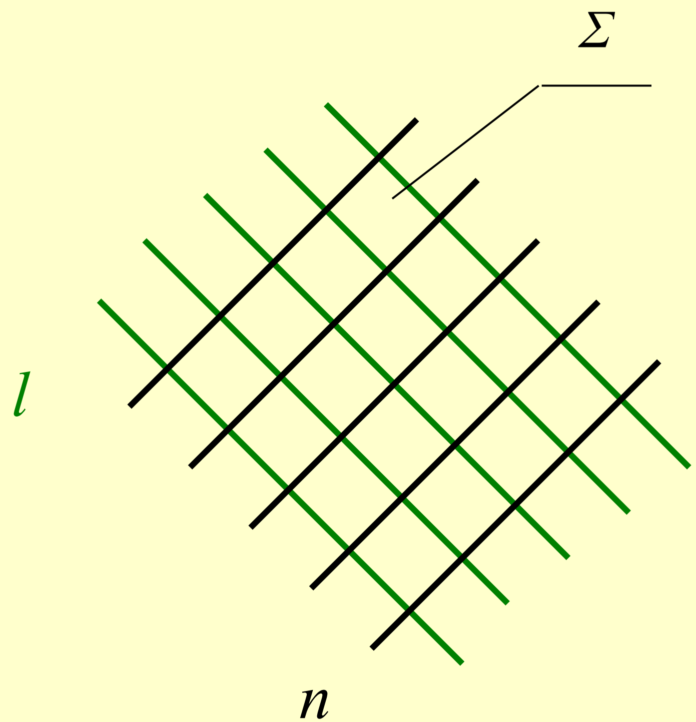
Линия, по которой скользит образующая, называется **направляющей**

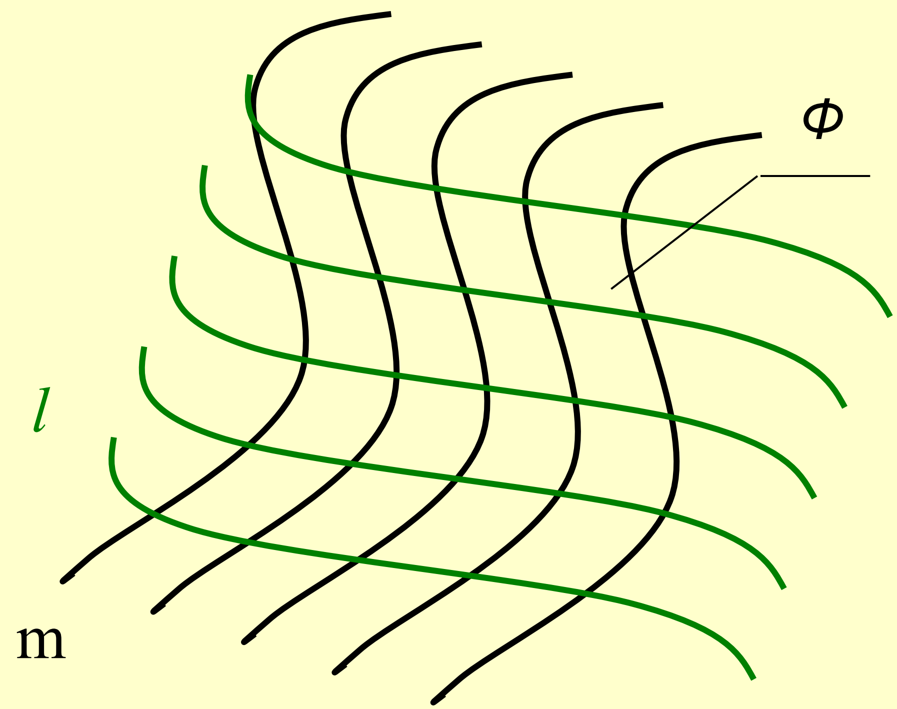




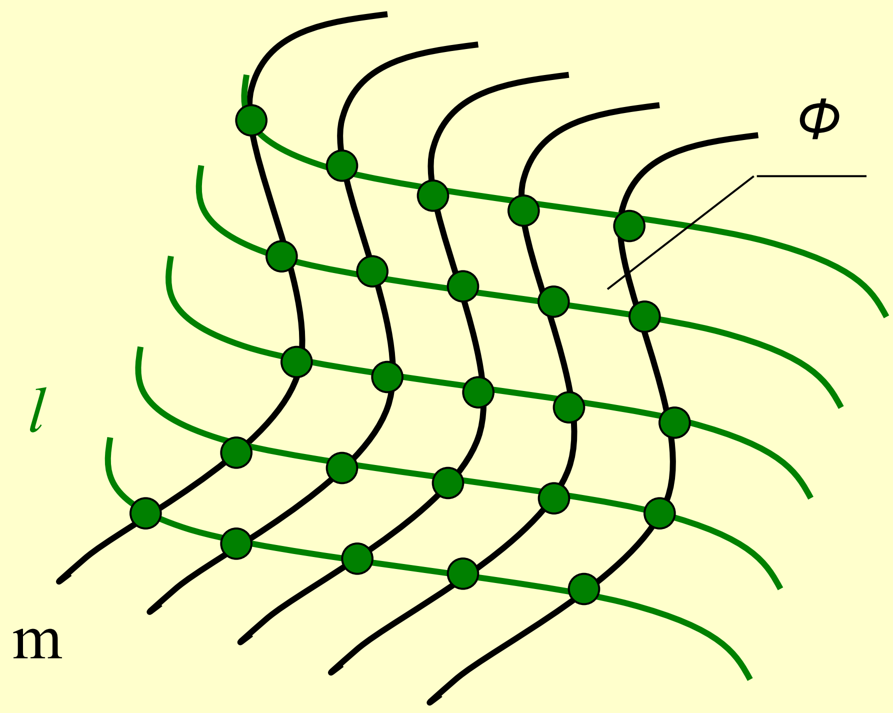
Красовская Н.И.

Совокупность намеченных на поверхности образующих и направляющих линий называется **линейным каркасом** поверхности

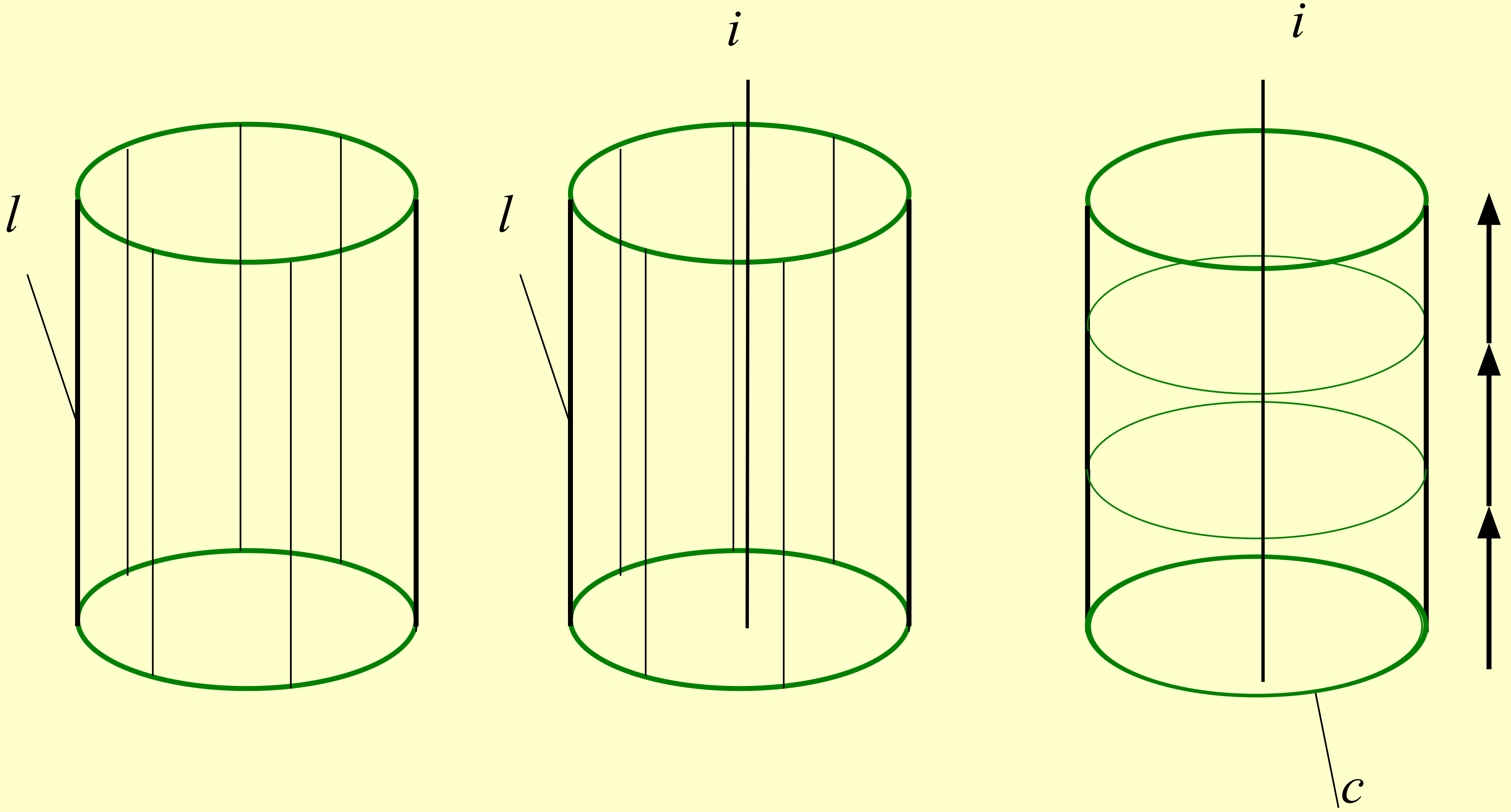

Σ
l
n


Φ
l
m

Совокупность точек на поверхности, выбранных таким образом, чтобы, ориентируясь по ним, можно достаточно полно представить форму поверхности, называется **точечным каркасом** поверхности



Красовская Н.И.


l
l
i
i
c

Совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность,

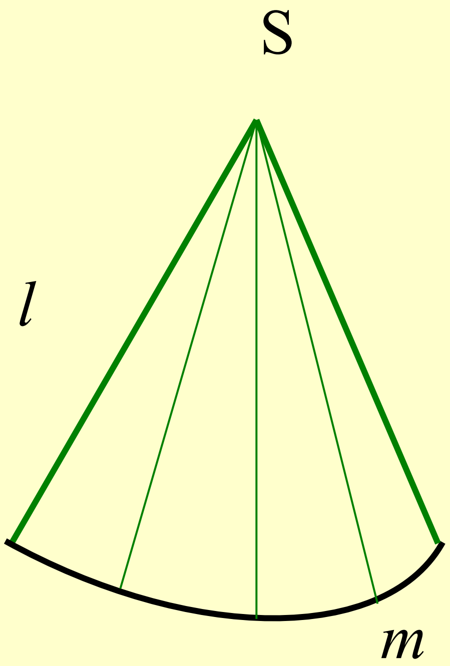
называется её

определителем

$\Phi(l,i)[A]$

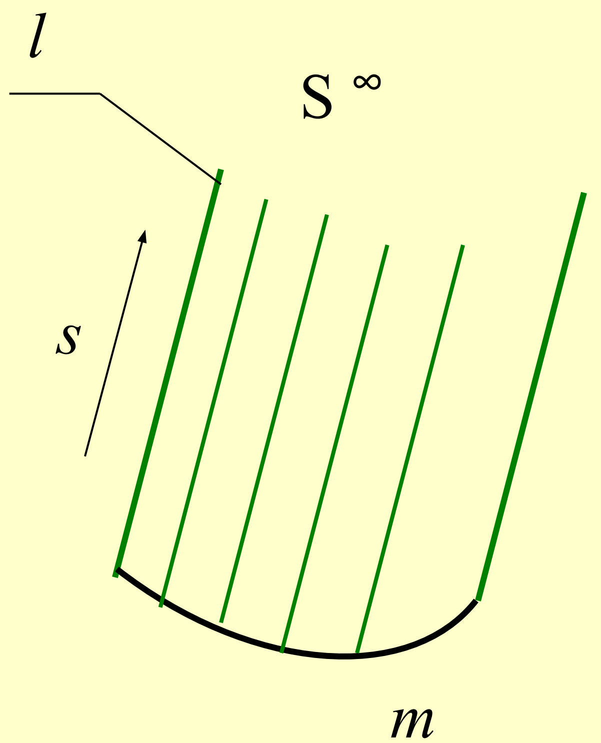
Красовская Н.И.

а)



$\Phi(l,m)[A]$

б)



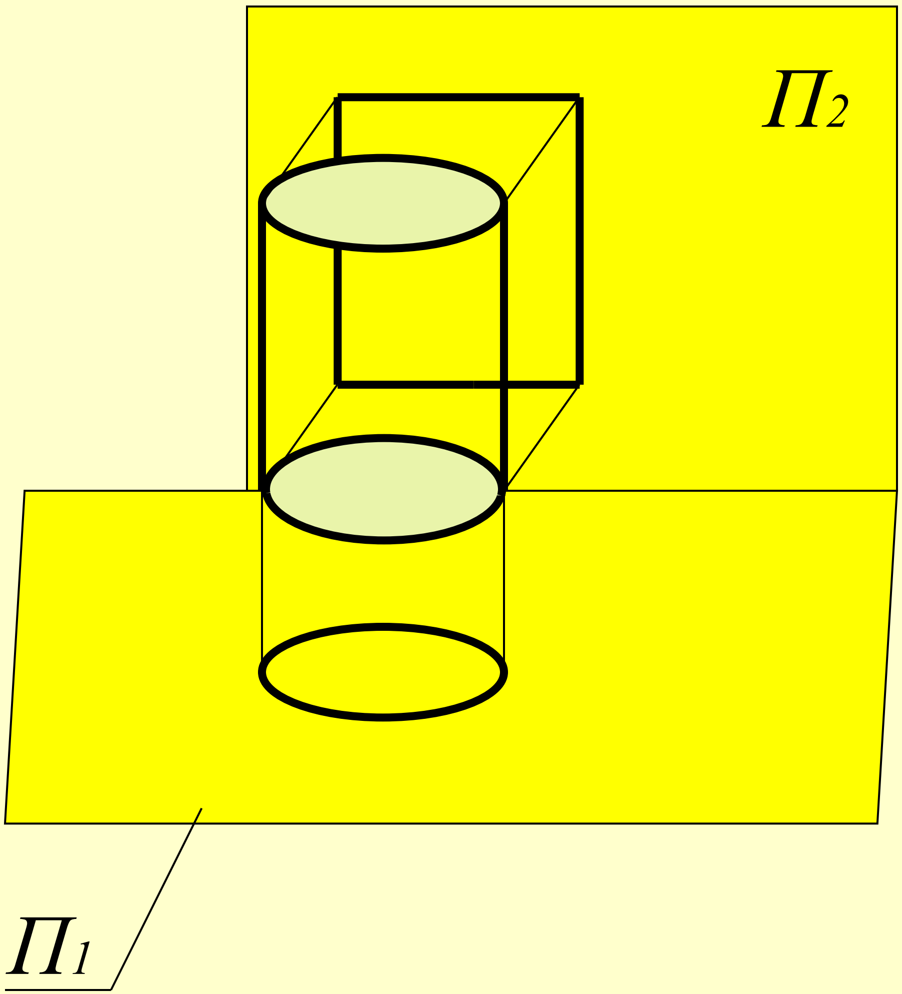
$\Phi(l,m)[A]$

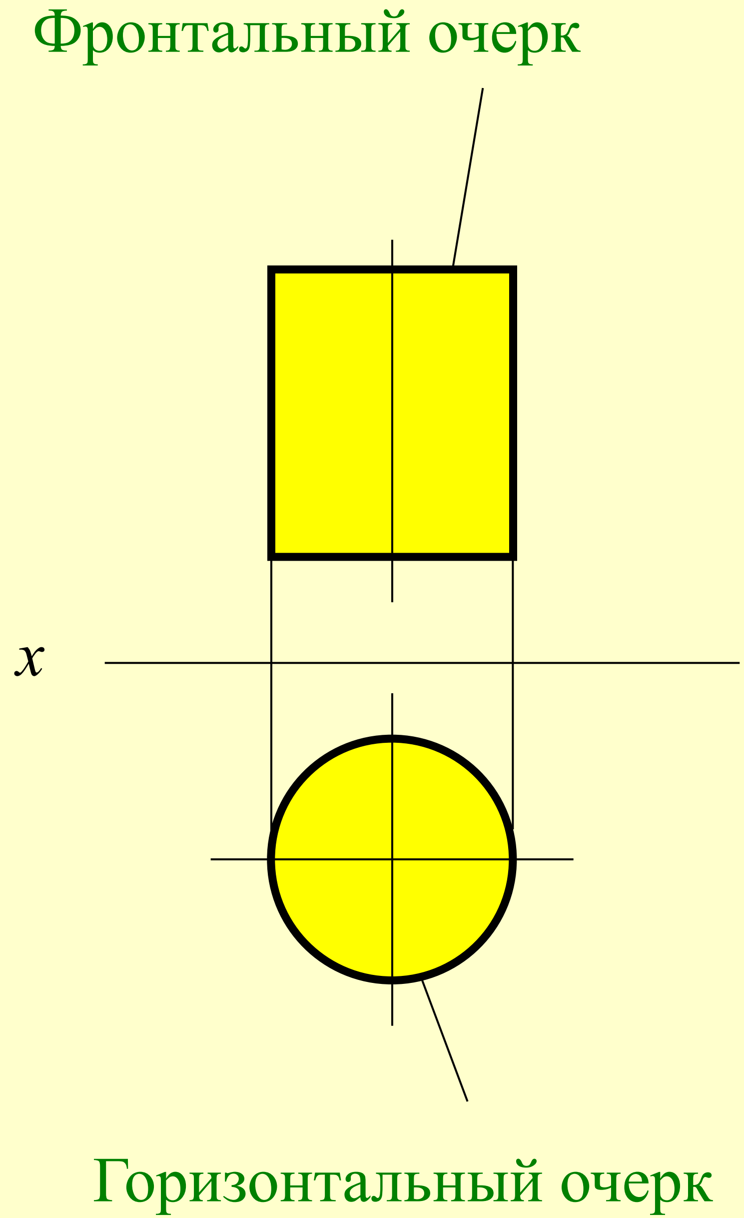
Очерк поверхности

Красовская Н.И.

Очерк поверхности

при ортогональном проецировании – это линия, ограничивающая проекцию поверхности на плоскостях проекций


П2
П1


Фронтальный очерк
x
Горизонтальный очерк

Классификация поверхностей

По виду образующей все поверхности можно разделить на

<u>линейчатые</u>

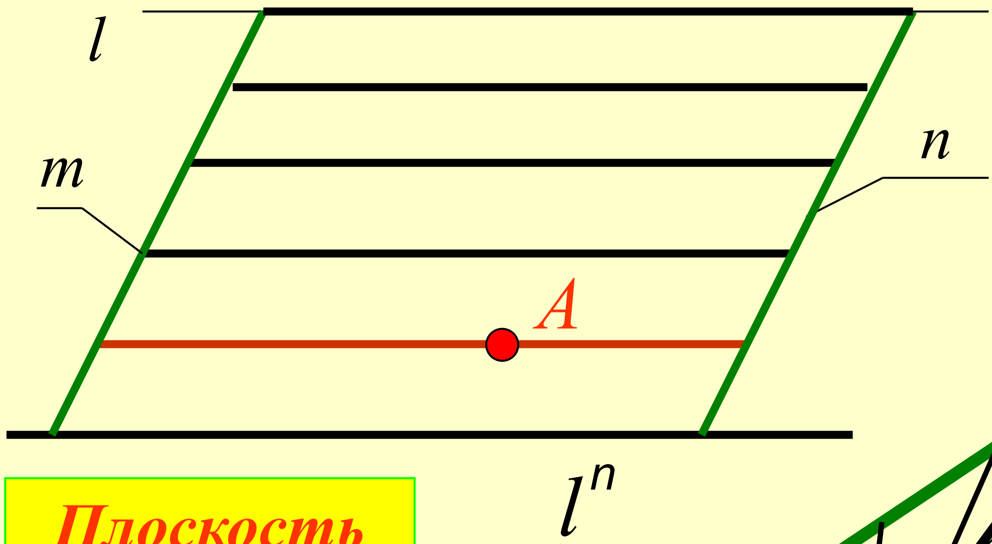
и

<u>нелинейчатые</u>

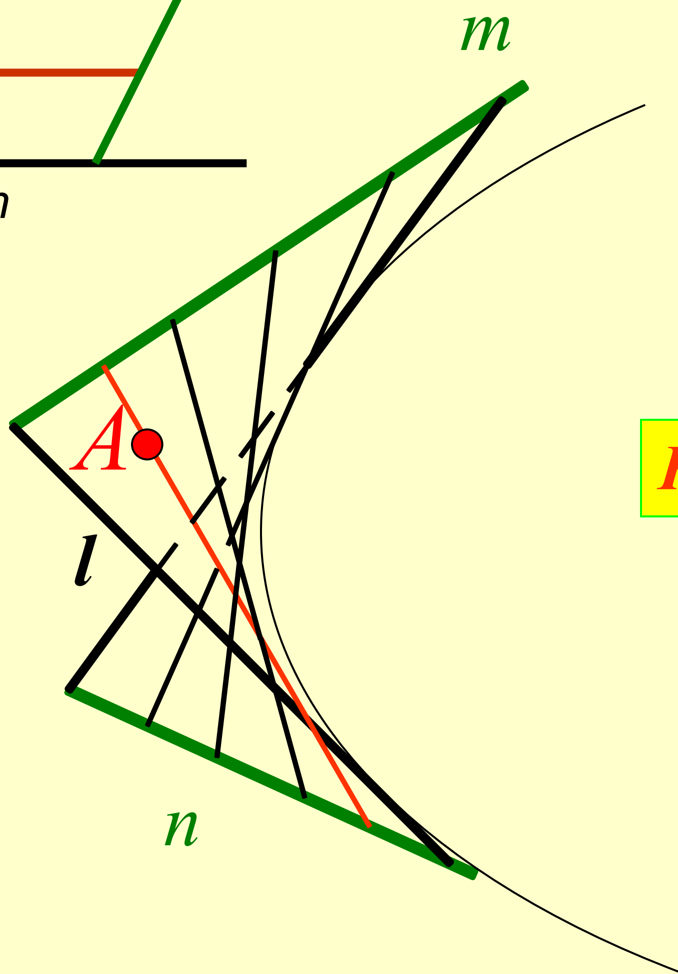
У линейчатых поверхностей *образующей* является **_прямая линия_**,

у нелинейчатых – **_кривая линия_**

Линейчатые поверхности

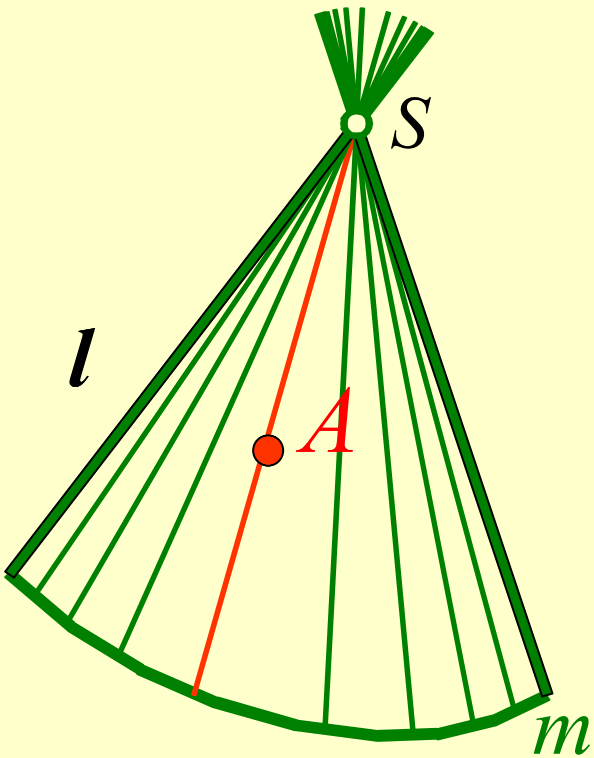


Плоскость

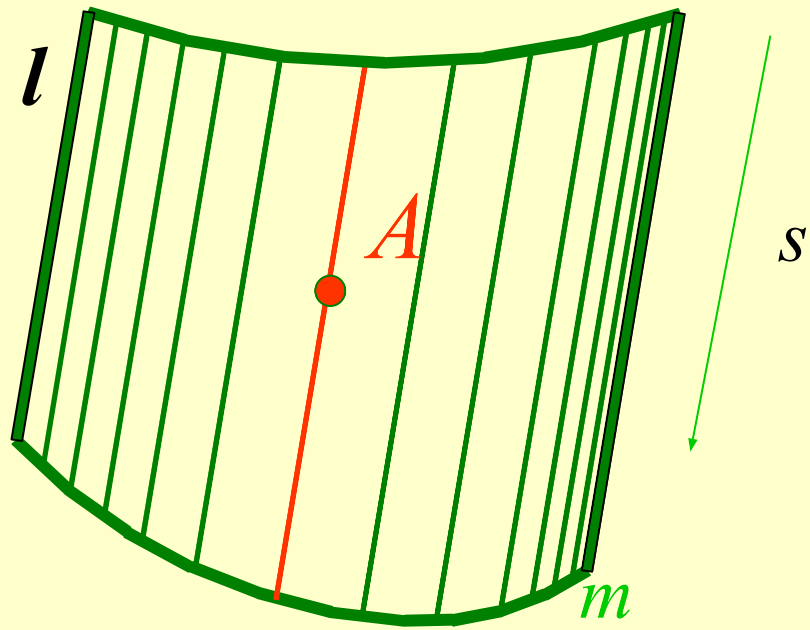


Косая плоскость

Коническая поверхность



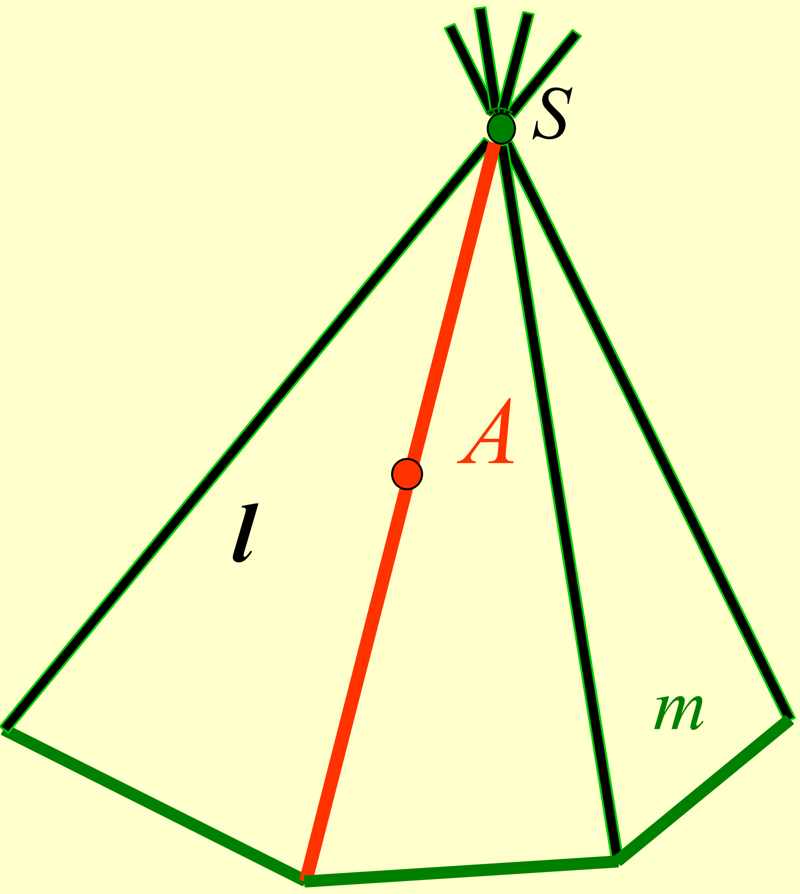
Цилиндрическая поверхность

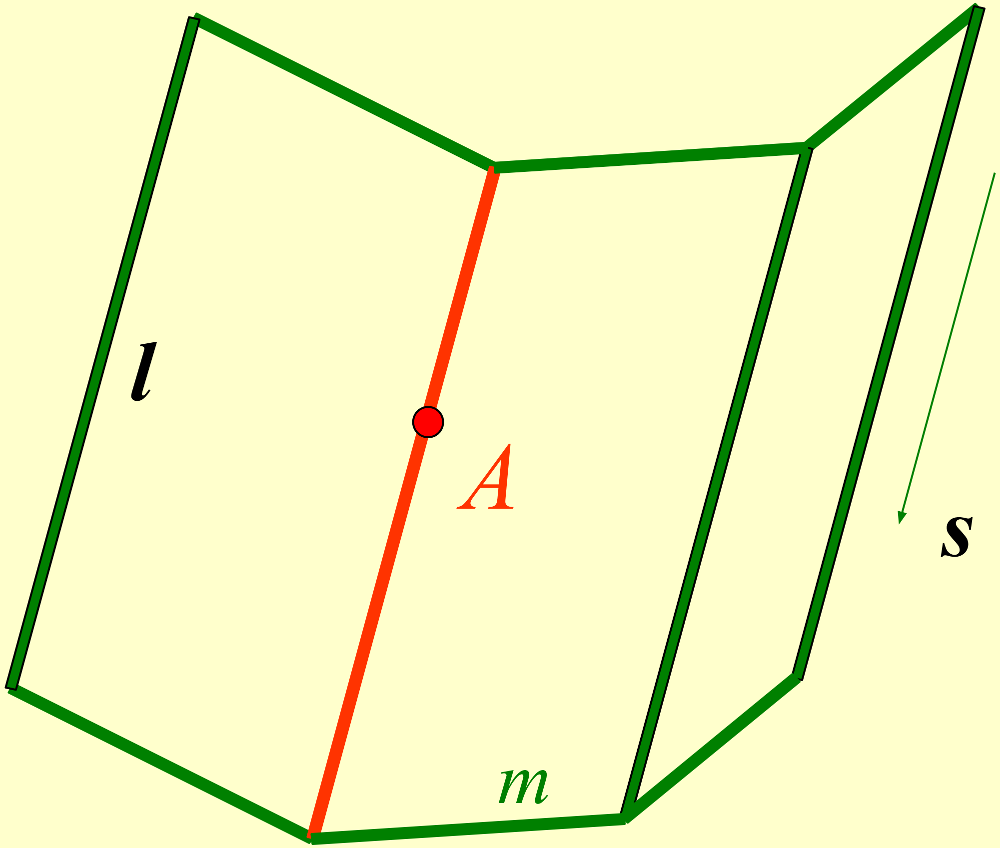


Красовская Н.И.

Пирамидальная поверхность

Призматическая поверхность





Красовская Н.И.

Точка принадлежит поверхности,

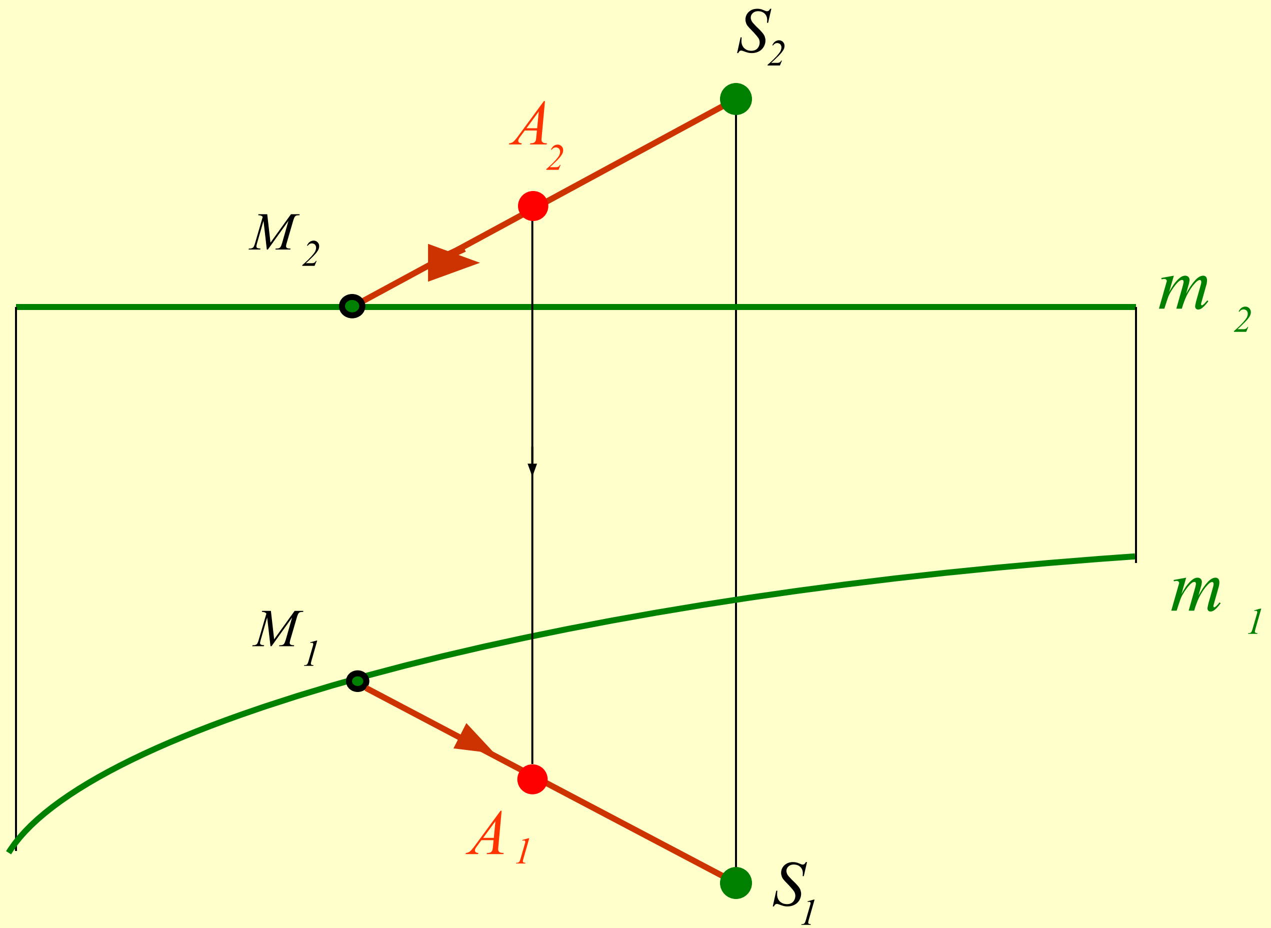
если она **лежит на** какой – нибудь ***линии*** этой поверхности

Линия

принадлежит поверхности,

если **все ее точки** принадлежат этой поверхности

Красовская Н.И.



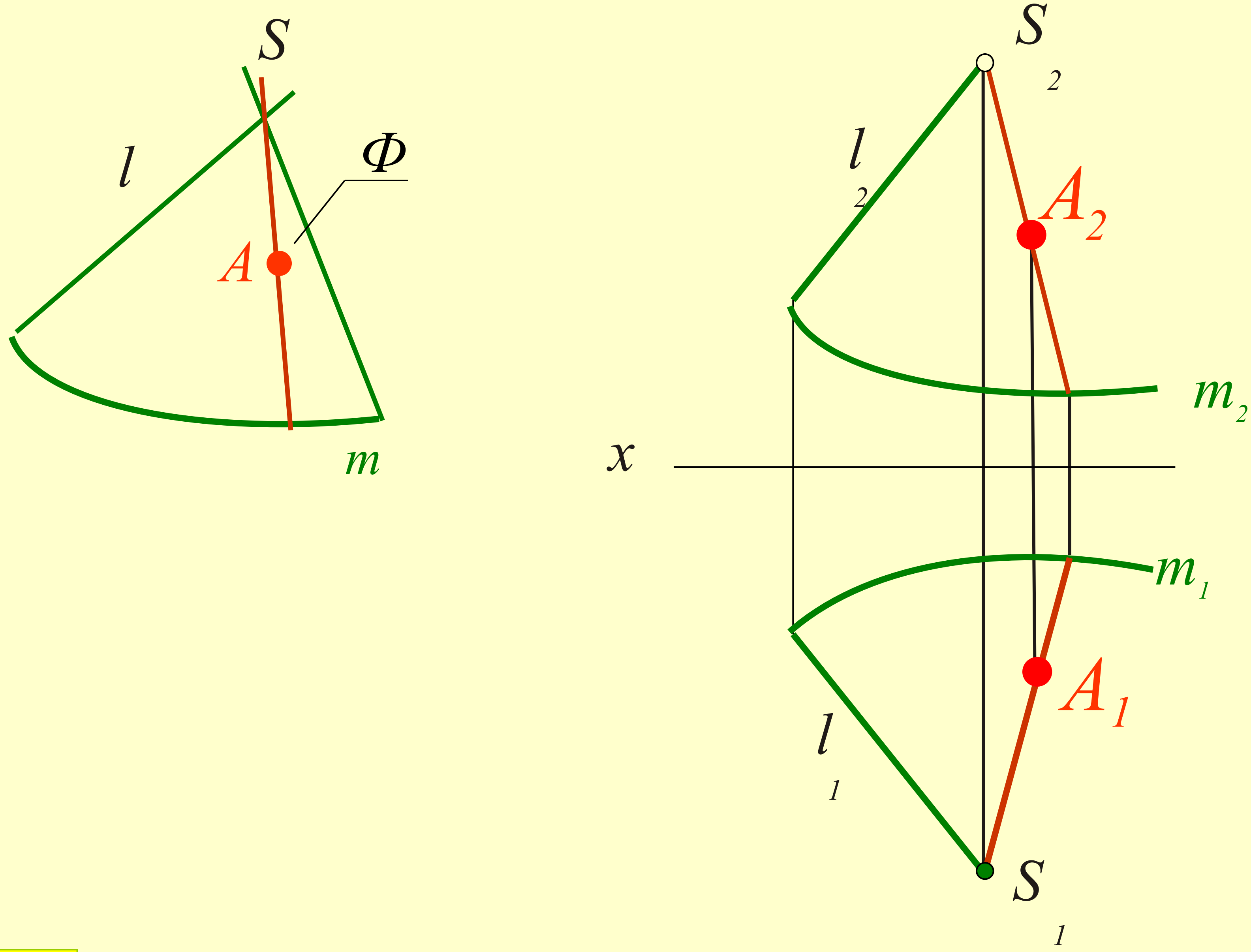
Красовская Н.И.

<u>Алгоритм</u>
построения недостающей проекции точки, принадлежащей линейчатой поверхности

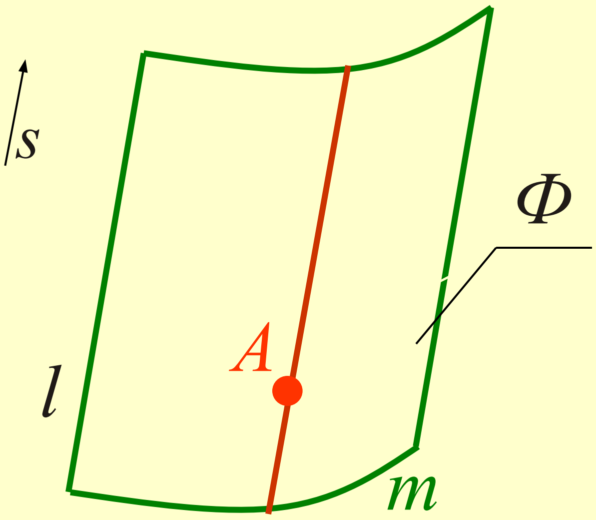
1. Через заданную проекцию точки, лежащей на поверхности, ***проводится проекция*** простейшей ***линии***, принадлежащей этой поверхности

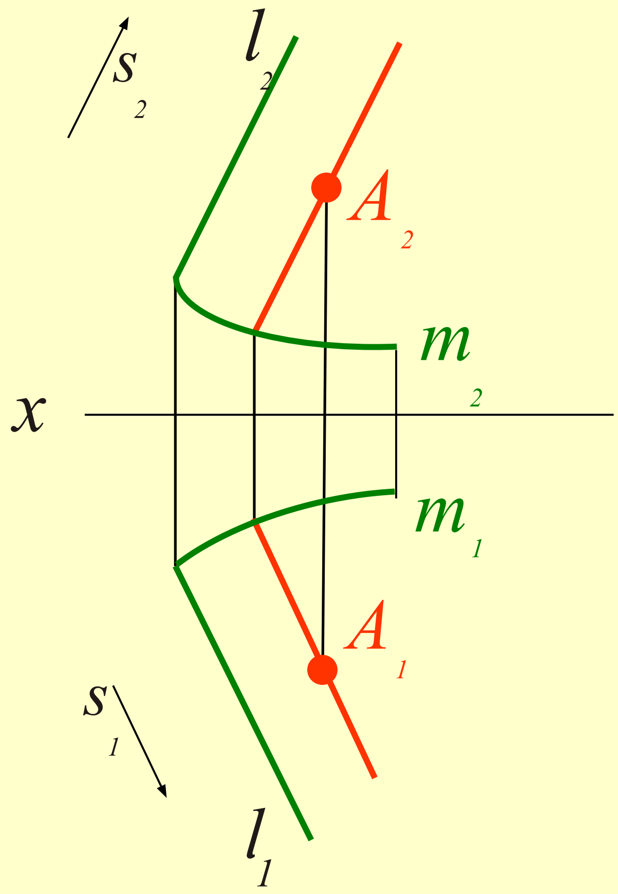
2. ***Строится вторая проекция*** этой линии из условия ее принадлежности данной поверхности

3. По линии проекционной связи на построенной проекции линии ***находится*** искомая ***проекция*** заданной точки

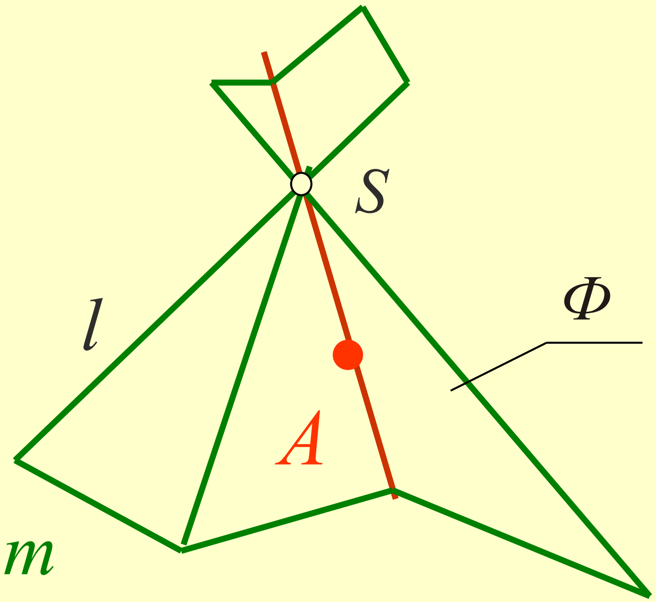


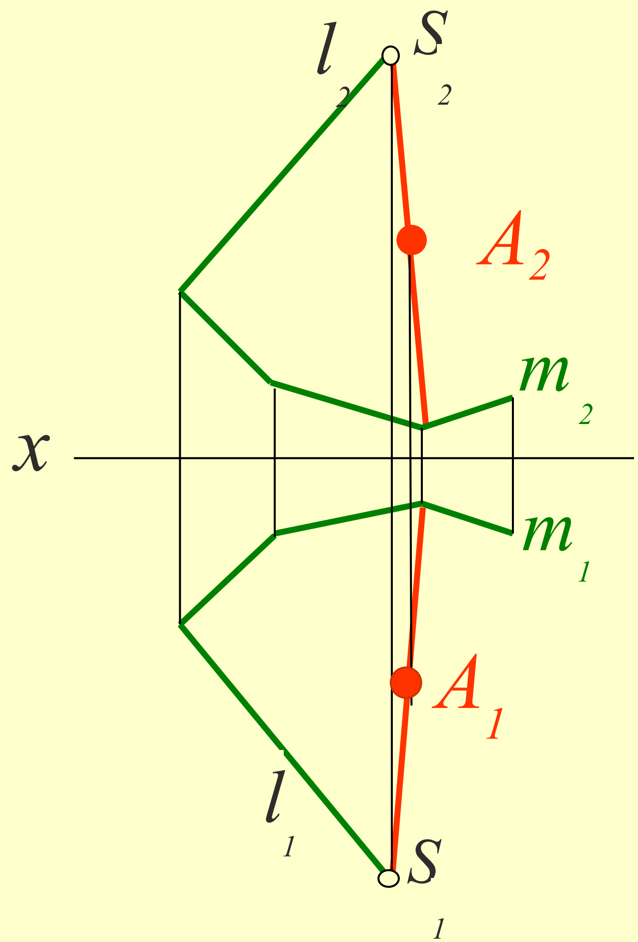
Красовская Н.И.



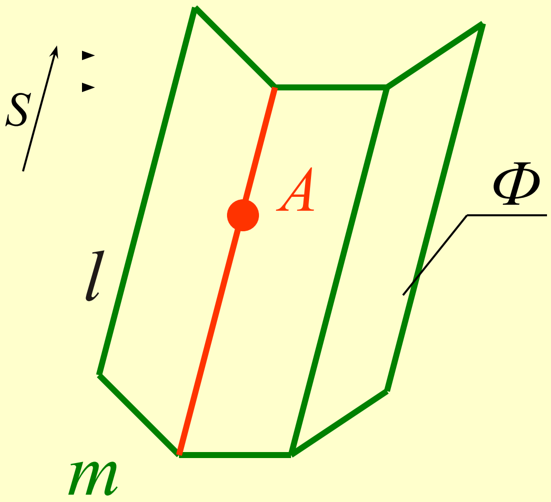


Красовская Н.И.

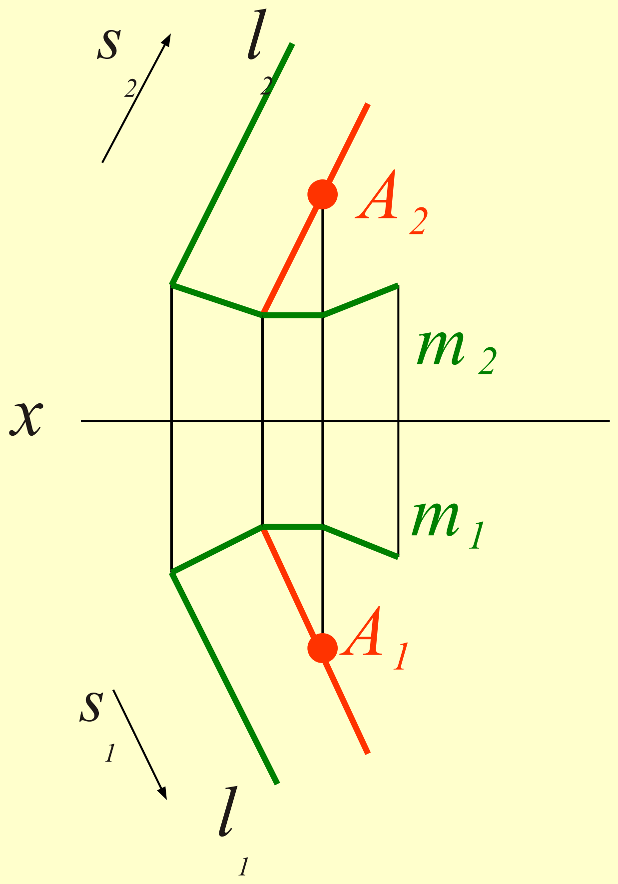




Красовская Н.И.



S
A
Φ
l
m



s
2
l
2
A 2
m 2
x
m 1
A 1
s
1
l
1

Таким образом,

через каждую точку линейчатой поверхности можно всегда провести **прямую линию**

Многогранники

Многогранник –
замкнутая пространственная фигура,
ограниченная плоскими
многоугольниками

Красовская Н.И.

Если все вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой его грани,
то многогранник называется
выпуклым

Красовская Н.И.

Правильные многогранники –
это фигуры, у которых все грани являются правильными и конгруэнтными многоугольниками, а многогранные углы при вершинах – выпуклые и содержат одинаковое количество граней.

(Все правильные многогранники можно вписать в сферу)

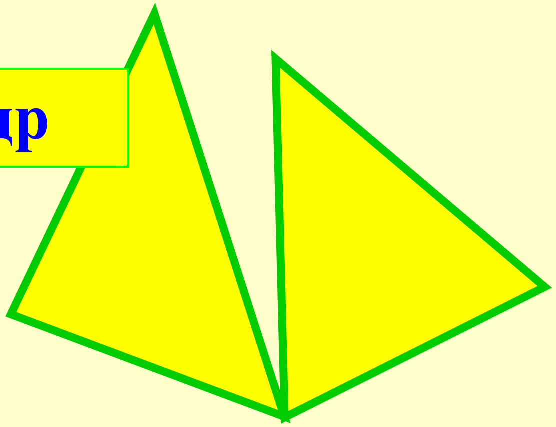
Красовская Н.И.

Правильными многогранниками являются:

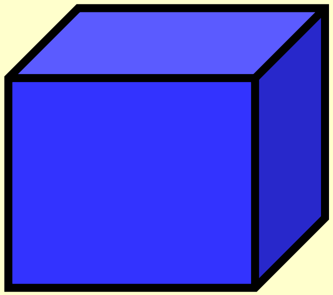
тетраэдр – правильный четырехгранник,
гексаэдр – правильный шестигранник,
октаэдр – правильный восьмигранник,
додекаэдр – правильный двенадцатигранник,
икосаэдр – правильный двадцатигранник

Многогранники

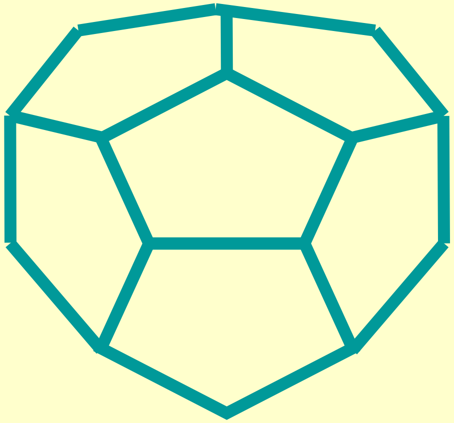
тетраэдр



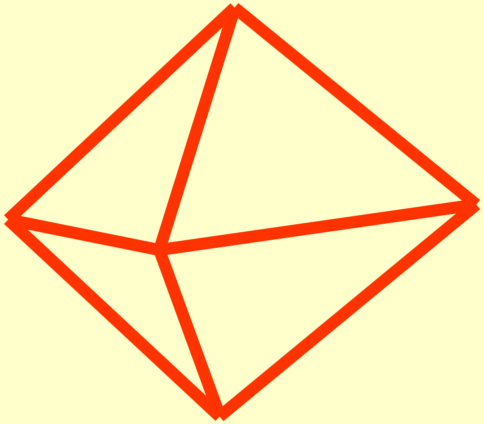
гексаэдр



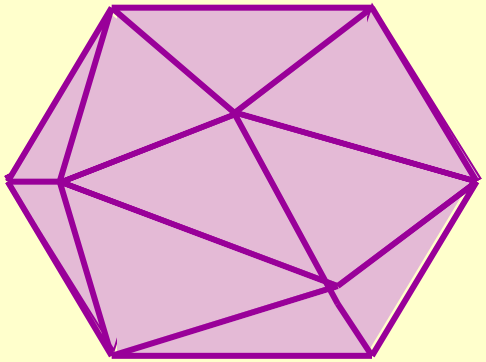
додекаэдр



октаэдр



икосаэдр



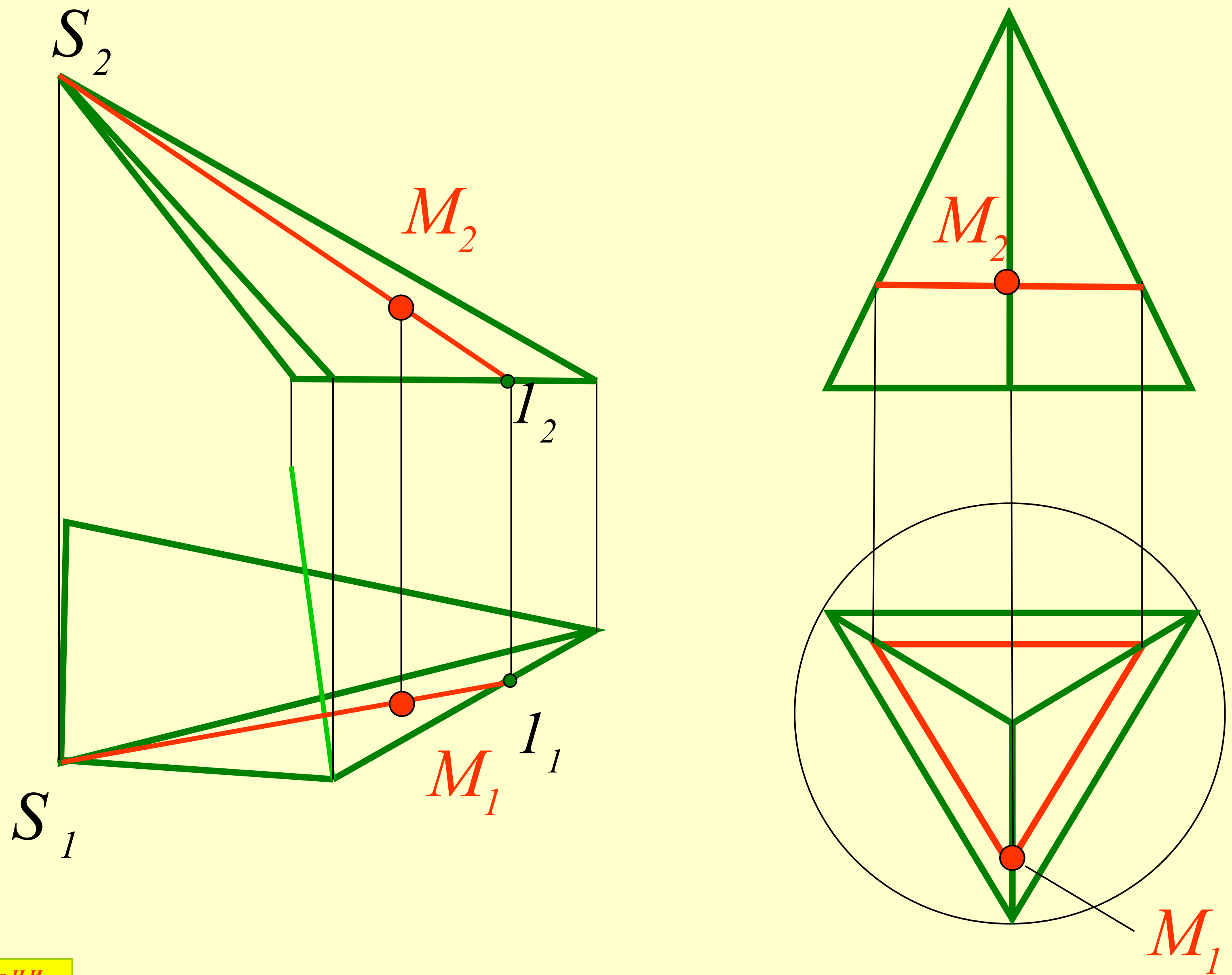
Красовская Н.И.

Пирамида –
это многогранник, одна грань которого – многоугольник, а остальные – треугольники с общей вершиной

Красовская Н.И.

Правильная пирамида –

это пирамида, у которой основание является правильным многоугольником, а высота проходит через центр этого многоугольника



Красовская Н.И.

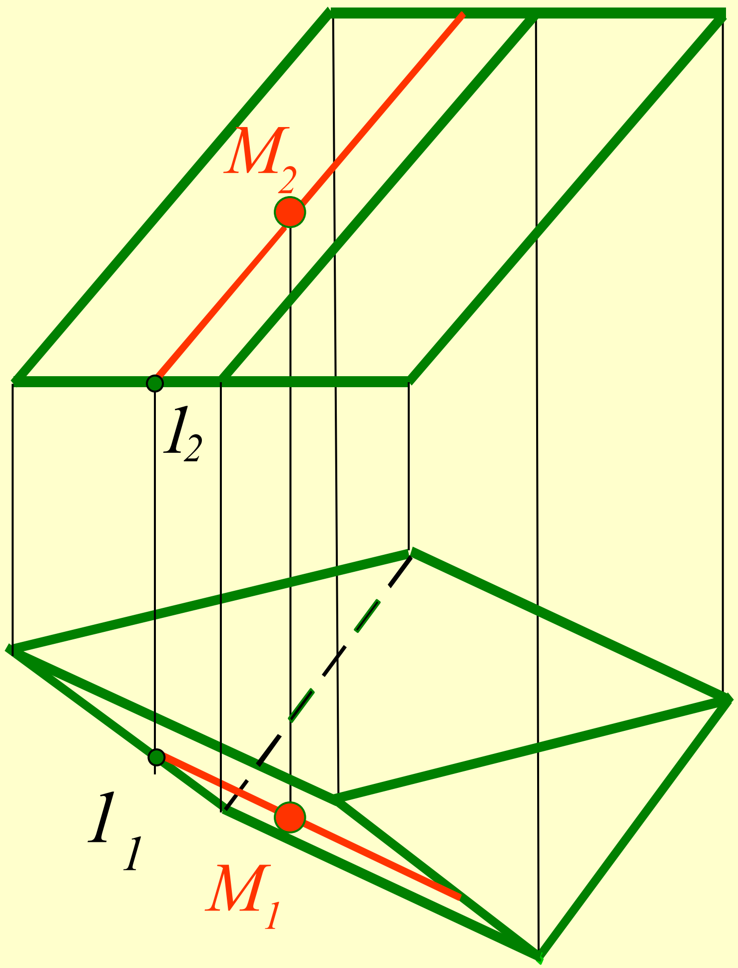
Призма
– это многогранник, две грани которого представляют собой равные **многоугольники** с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани – **параллелограммы**

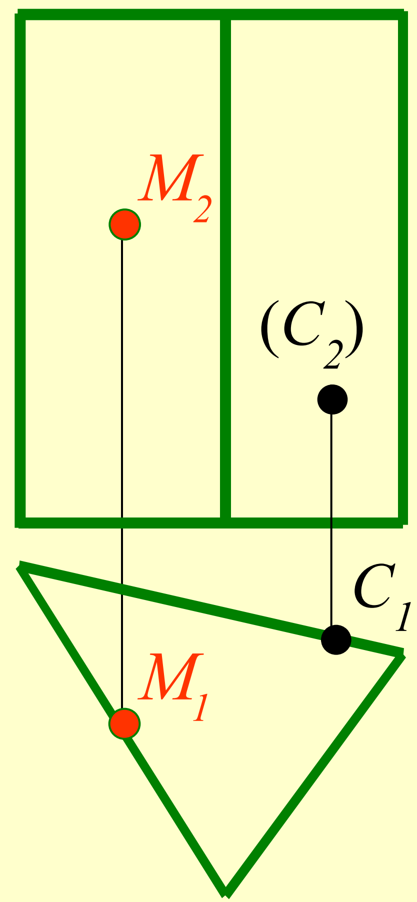
Красовская Н.И.

Прямая призма

– призма, ребра которой перпендикулярны к плоским основаниям

Красовская Н.И.





Красовская Н.И.

Поверхности вращения

Красовская Н.И.

У ***поверхности вращения*** геометрическая часть определителя состоит из образующей l и оси вращения i:

$$\Phi\ (l,i)[A]$$

Плоскости, перпендикулярные к оси вращения, пересекают поверхность по окружностям, которые называются

параллелями

Радиус каждой параллели измеряется

<u>от оси до очерка</u>

<u>от оси до очерка !!!</u>

Наибольшую из параллелей называют

экватором,

наименьшую –

горлом

Плоскость, проходящая через ось поверхности вращения, называется ***меридиональной***,

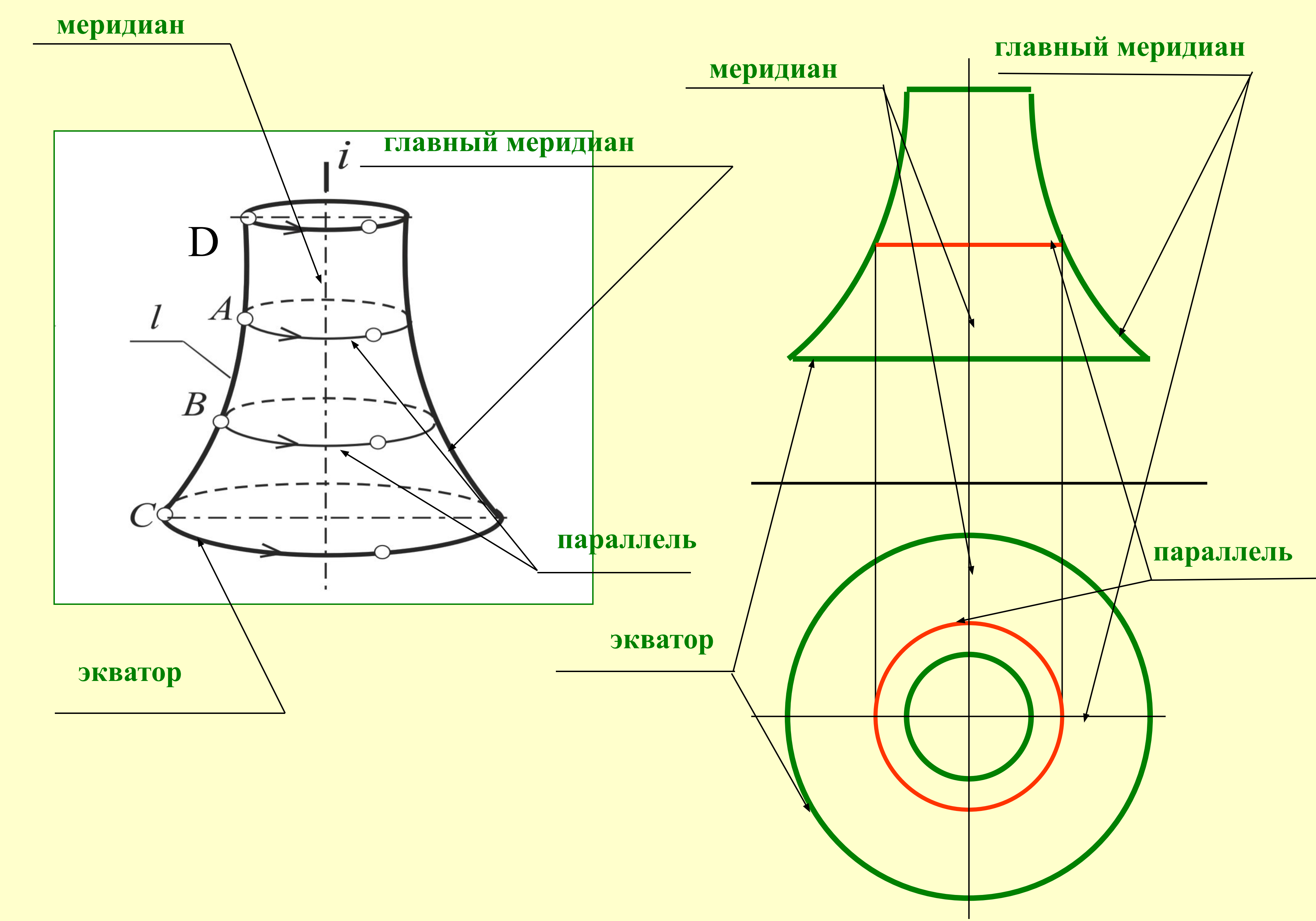
а линия пересечения поверхности с этой плоскостью называется

<u>меридианом</u>

поверхности

Если меридиональная плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2, то в сечении получается ***меридиан***, который называется

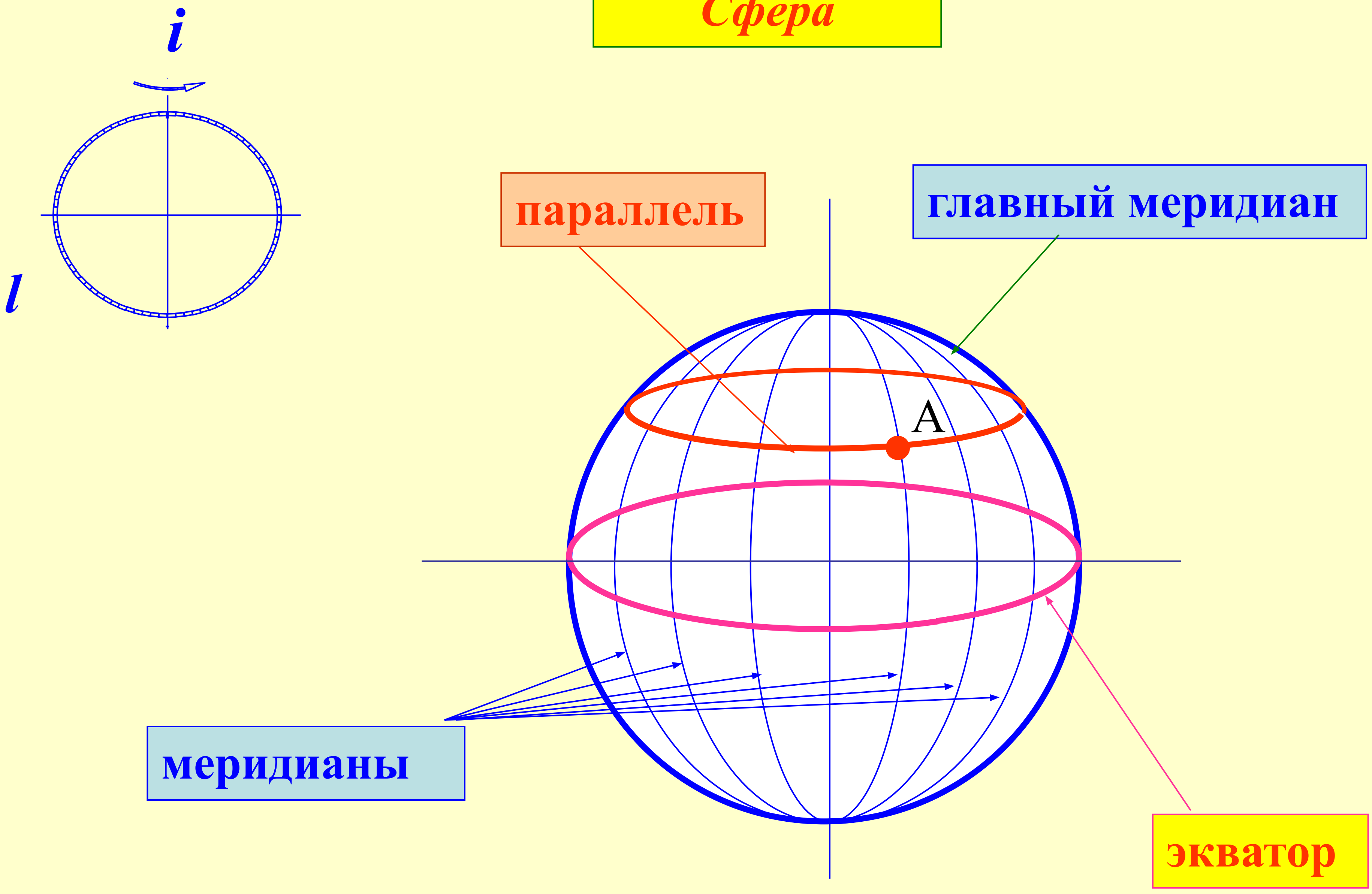
главным меридианом


меридиан
главный меридиан
i
D
A
l
B
C
параллель
экватор
меридиан
главный меридиан
параллель
экватор

5 telo.avi

Примеры поверхностей вращения

Сфера

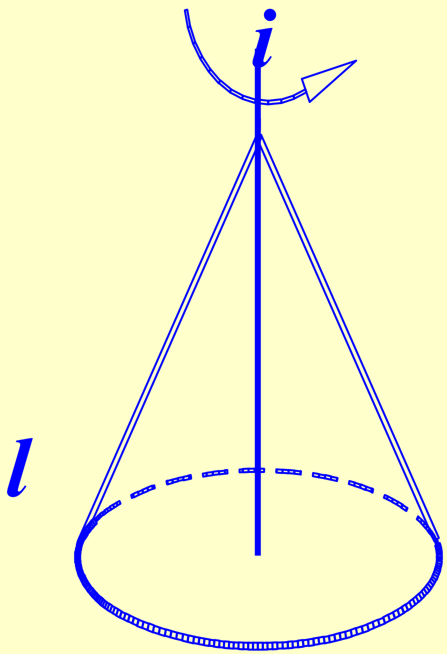


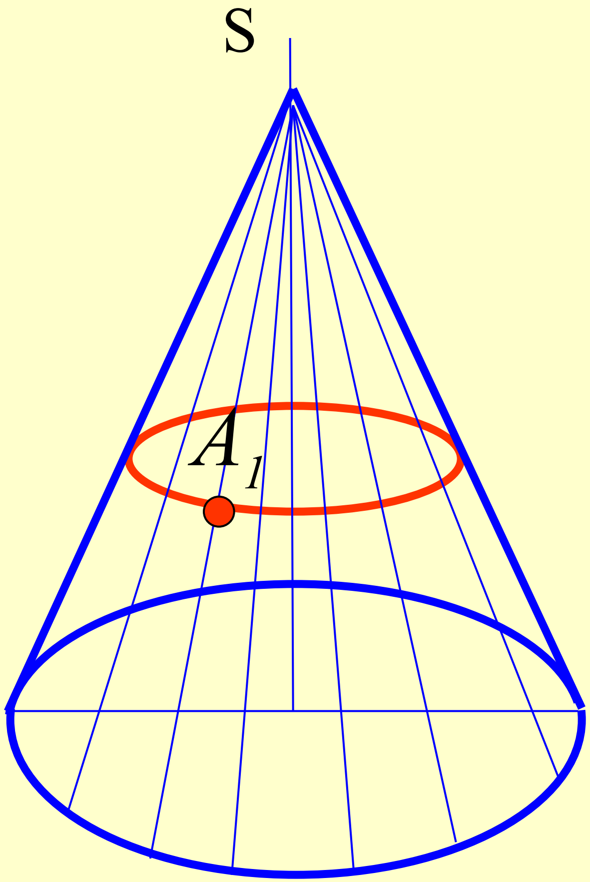
Красовская Н.И.

видео

2sfera.avi

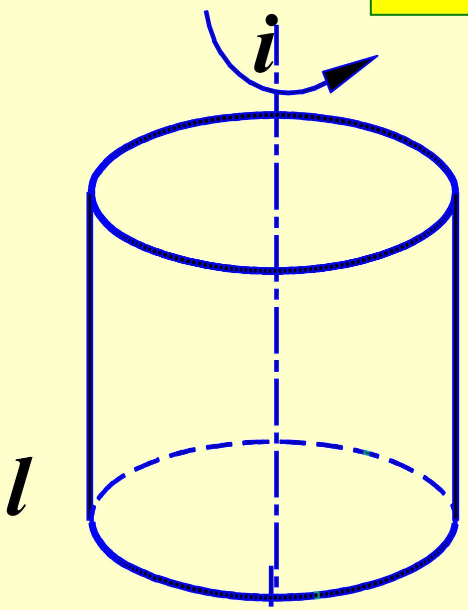
Коническая поверхность вращения

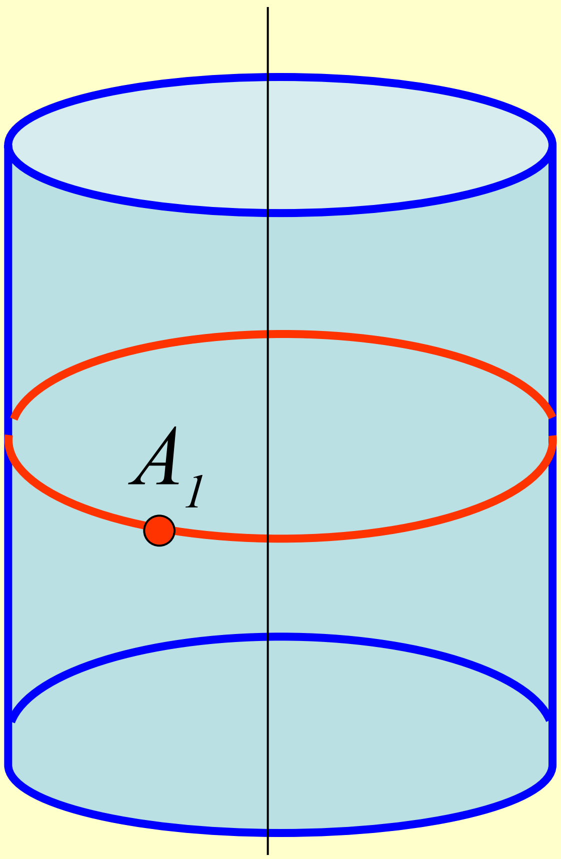




3 konus.avi

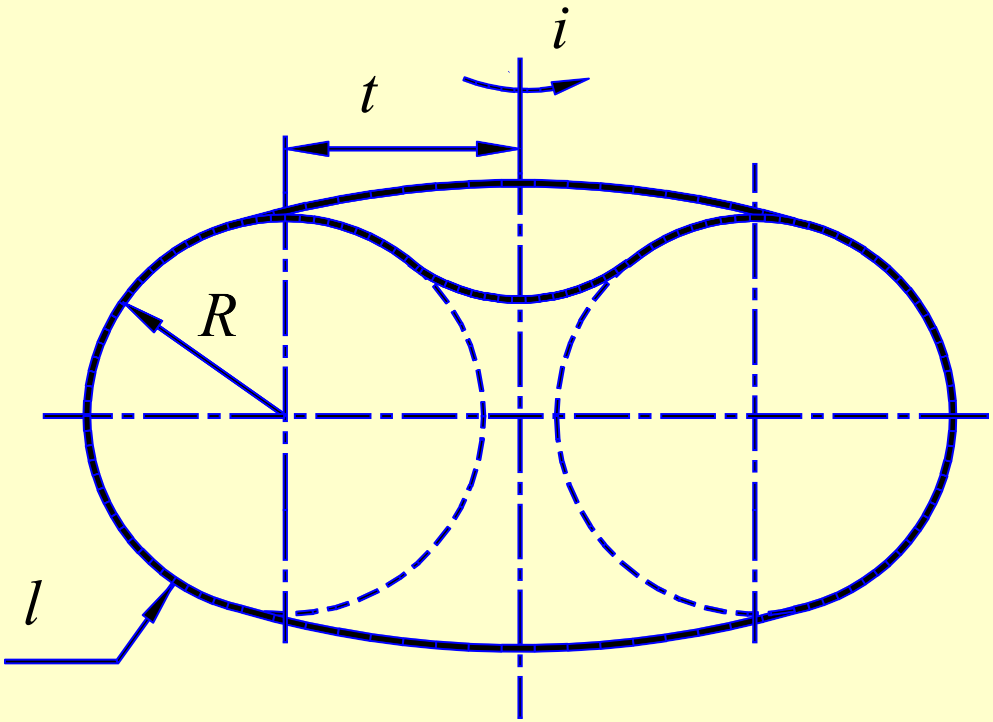
Цилиндрическая поверхность вращения





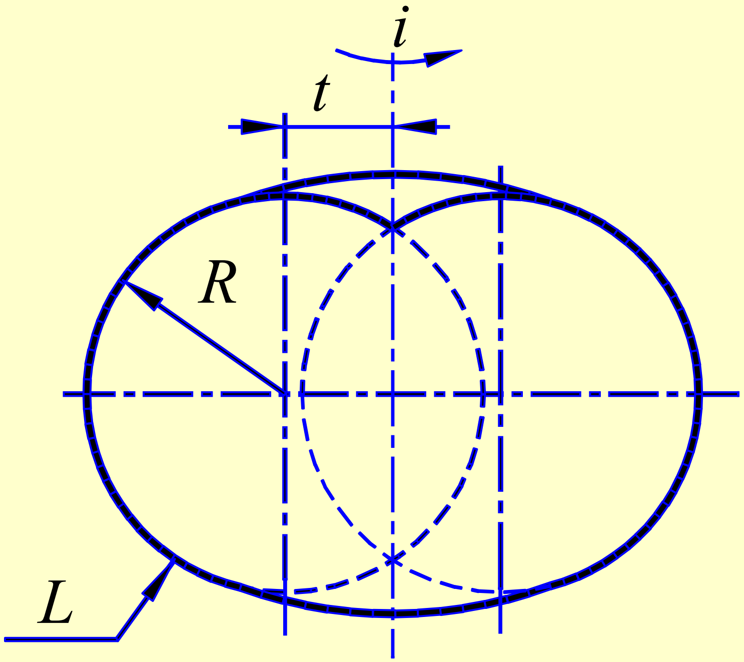
4 zilindr.avi

тор открытый



$R<t$

тор закрытый

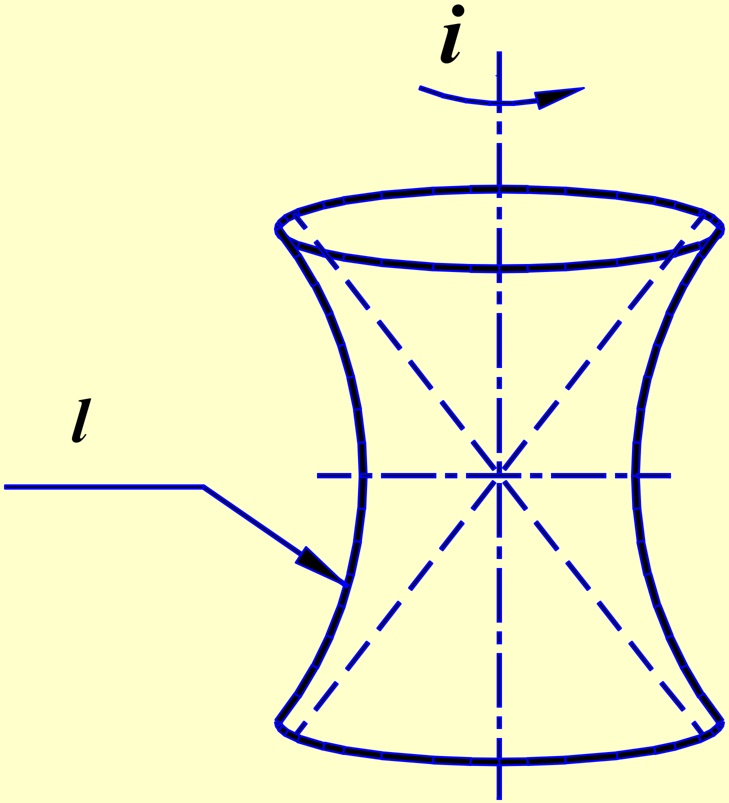


$R>t$

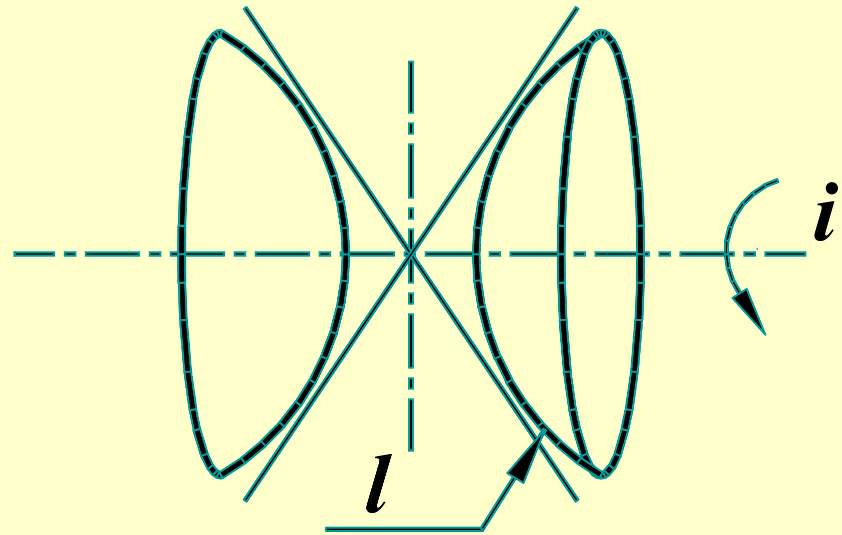
1tor.avi

Tor_1.avi

Гиперболоид вращения

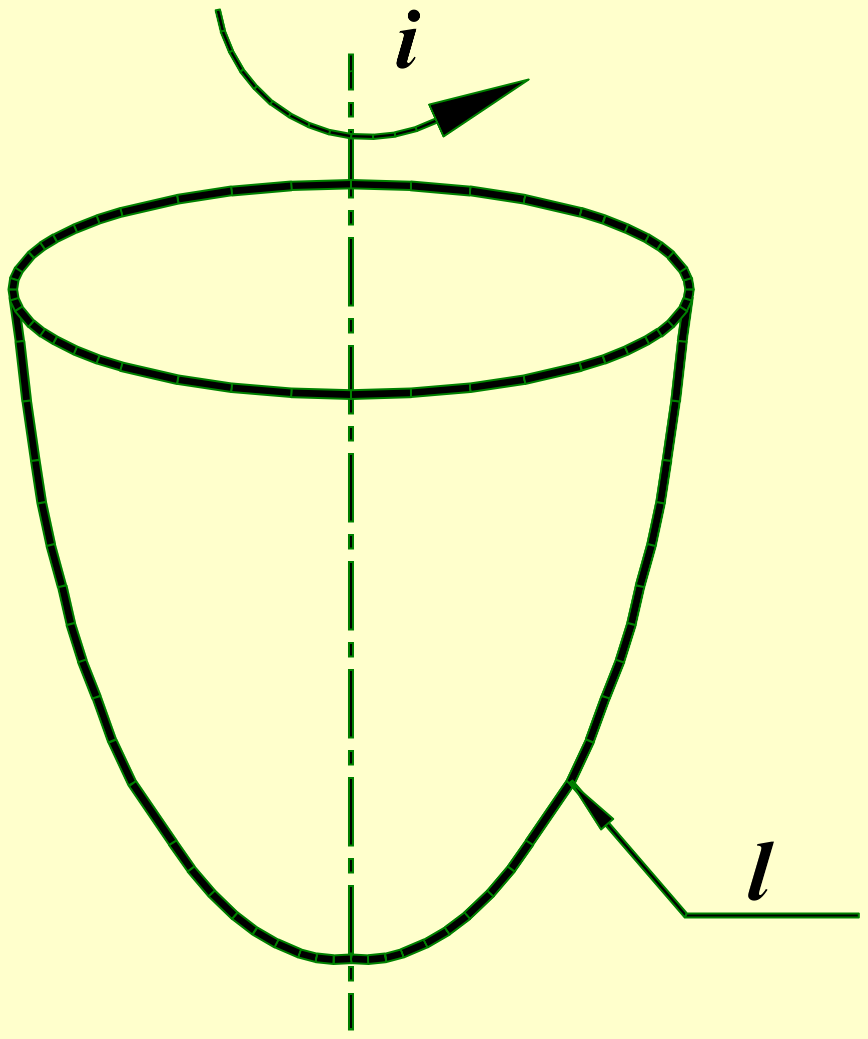


однополостный



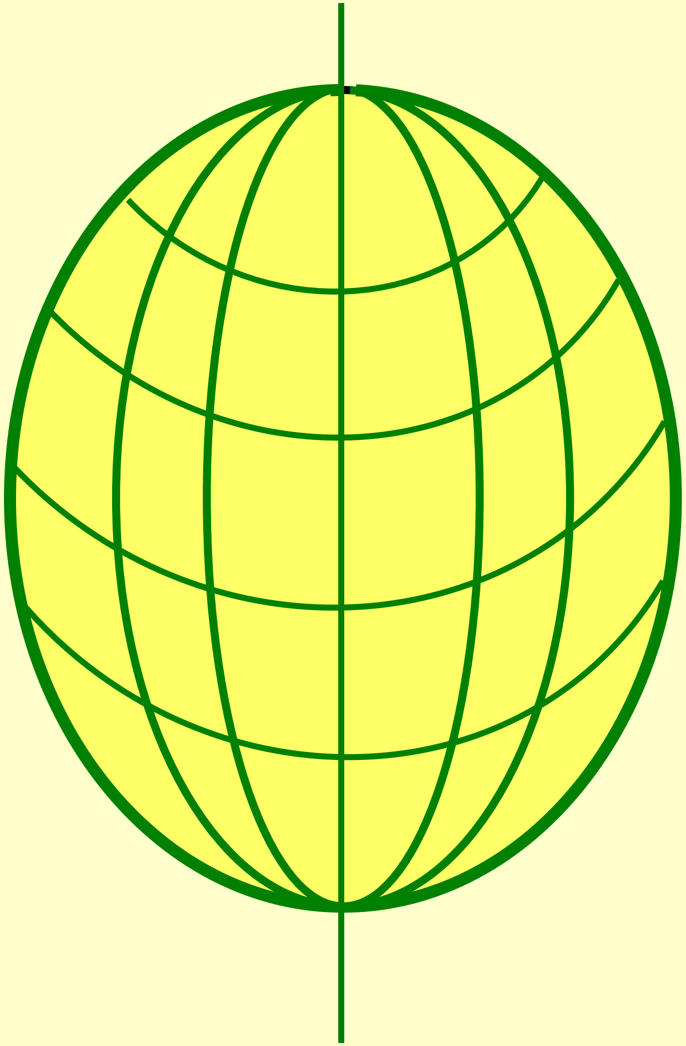
двухполостный

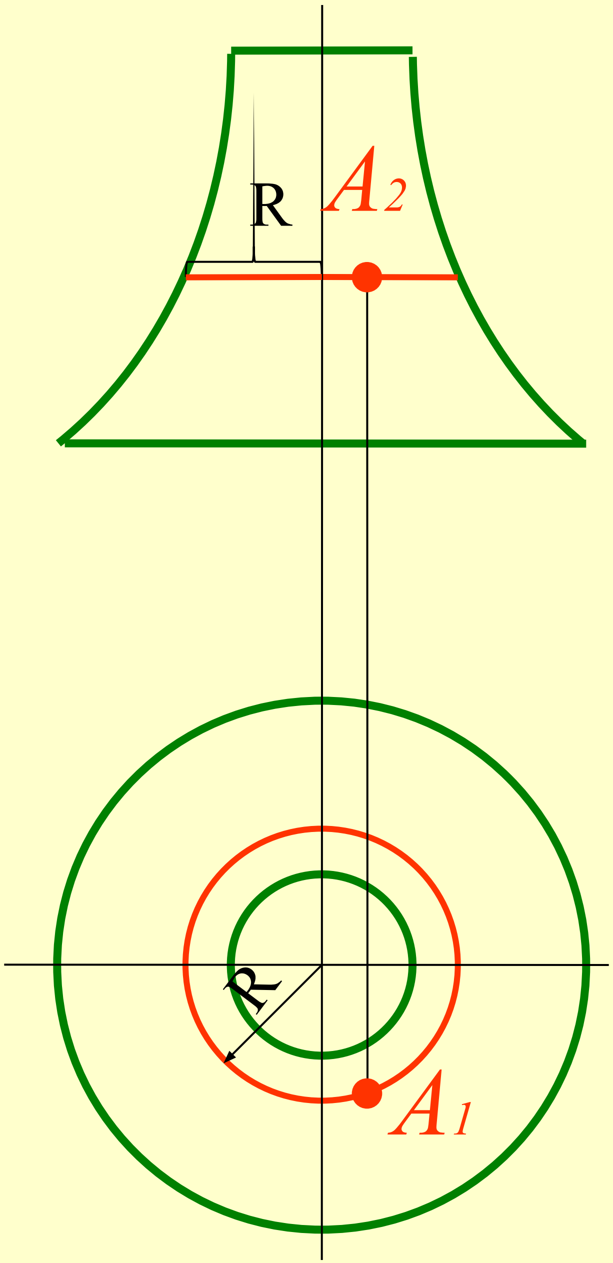
Параболоид вращения



Красовская Н.И.

Эллипсоид





Красовская Н.И.

<u>Алгоритм</u>
решения задач на принадлежность точки поверхности вращения

1. Через заданную проекцию точки проводят проекцию ***вспомогательной параллели***

2. Строят ***вторую проекцию*** этой параллели, измеряя ее радиус ***от оси*** вращения ***до очерка*** поверхности

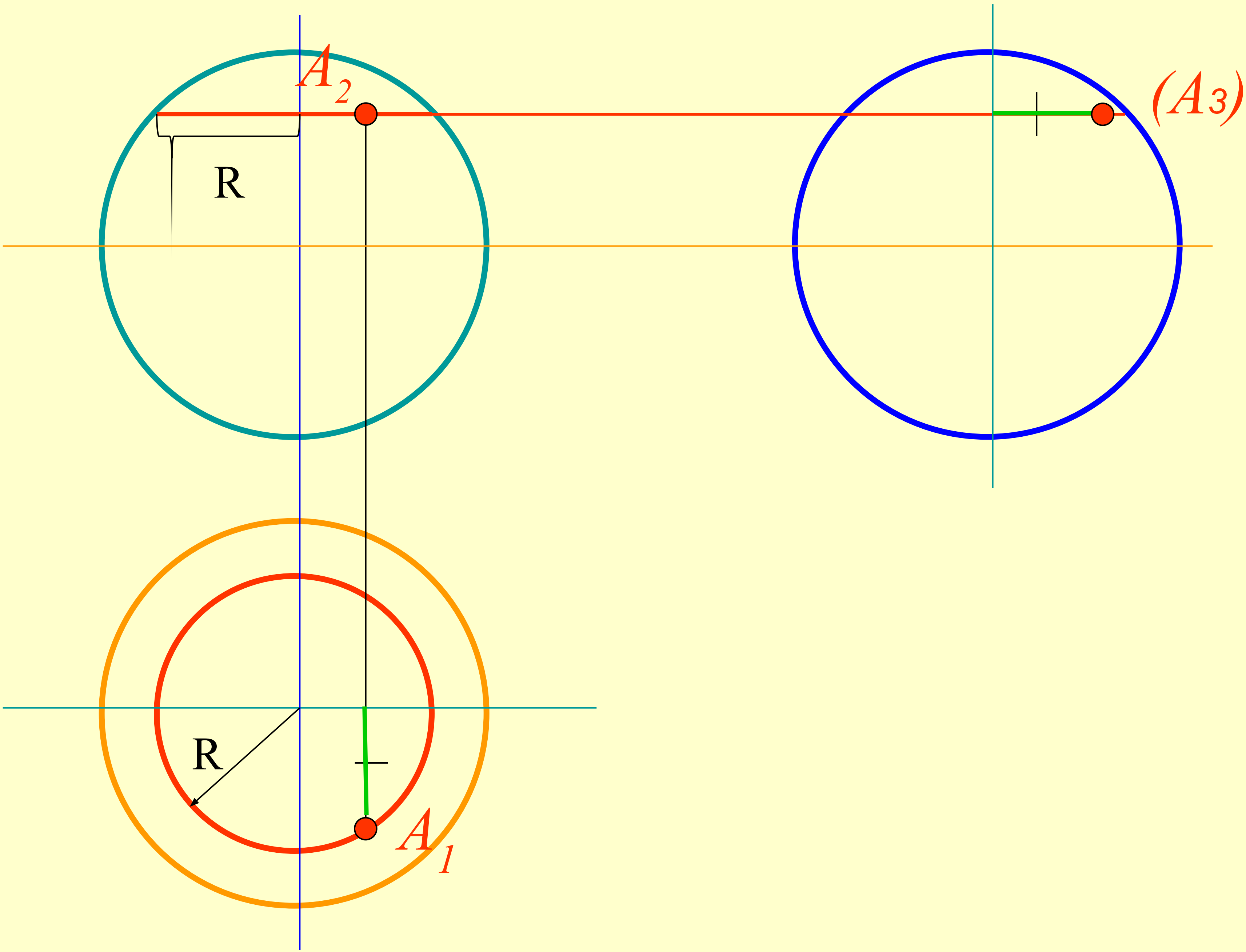
<u>от оси до очерка !!!</u>

3. По *линии проекционной связи* на построенной проекции параллели находят ***недостающую проекцию*** точки с учетом ее видимости

Красовская Н.И.

Построение точки на поверхности сферы

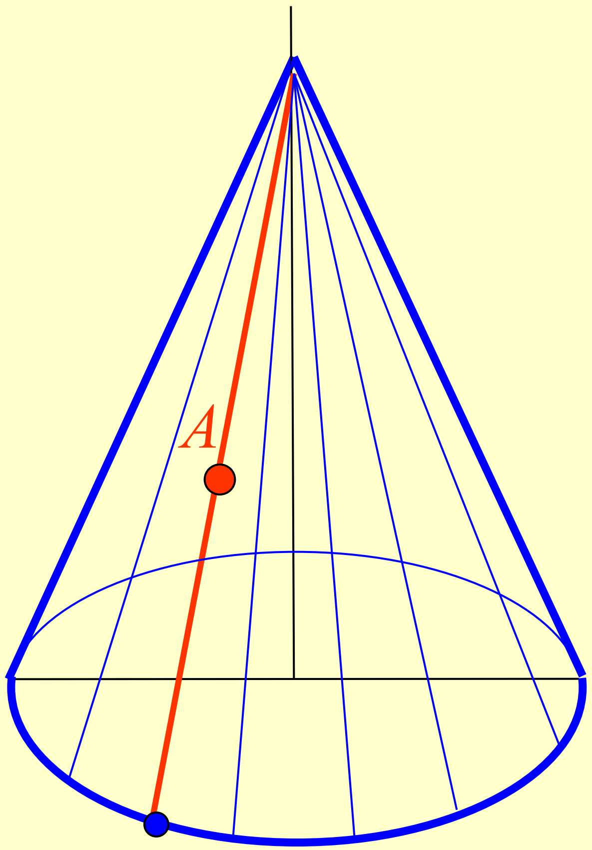
Красовская Н.И.

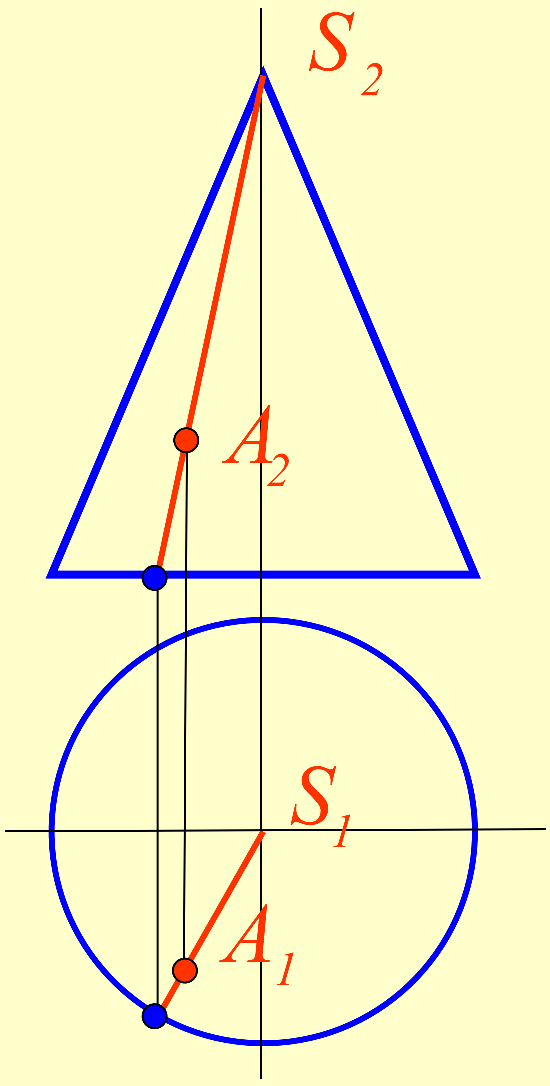


A_2
(A_3)
R
R
A_1

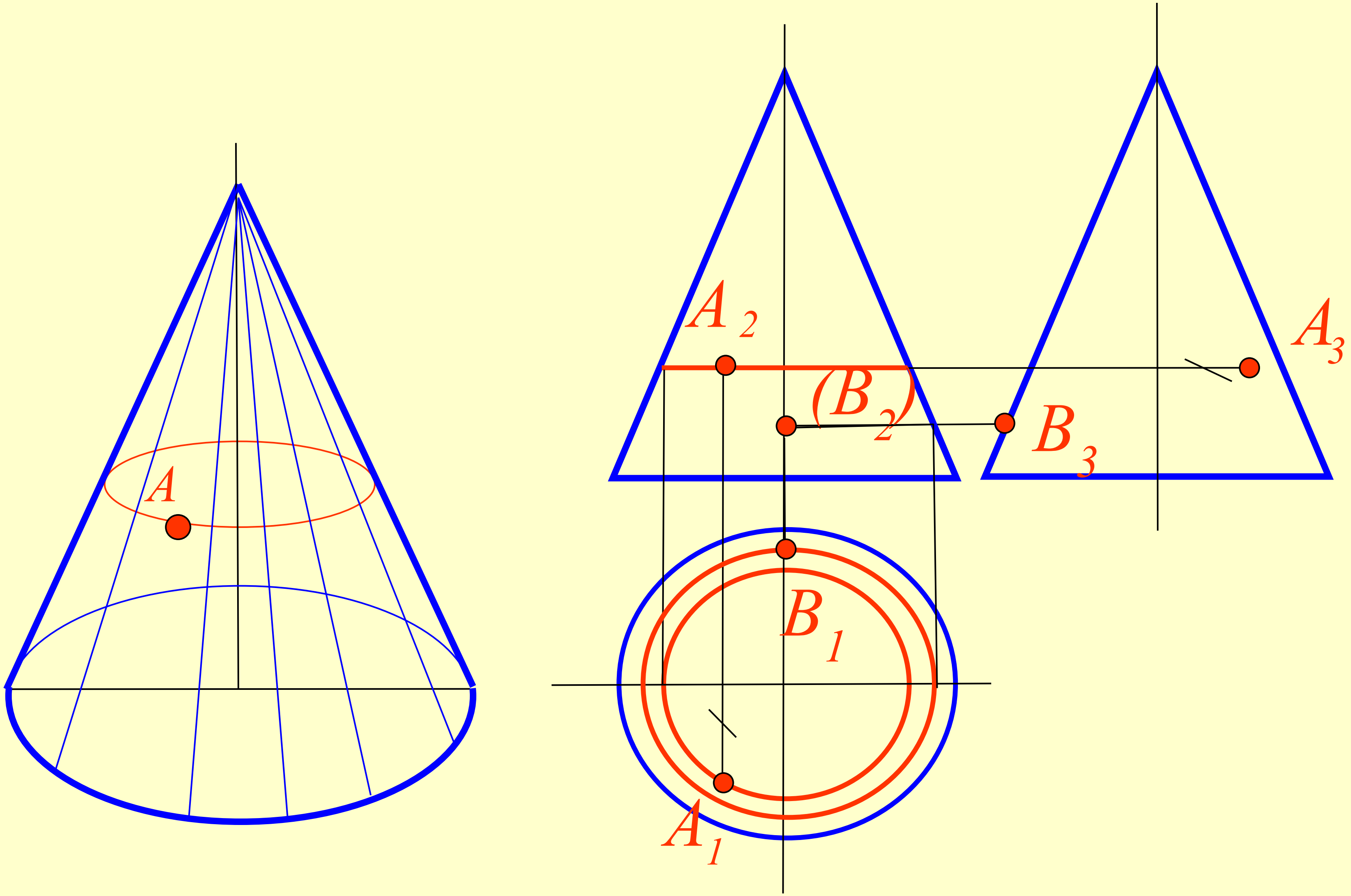
Построение точки
на поверхности прямого
кругового конуса

Красовская Н.И.





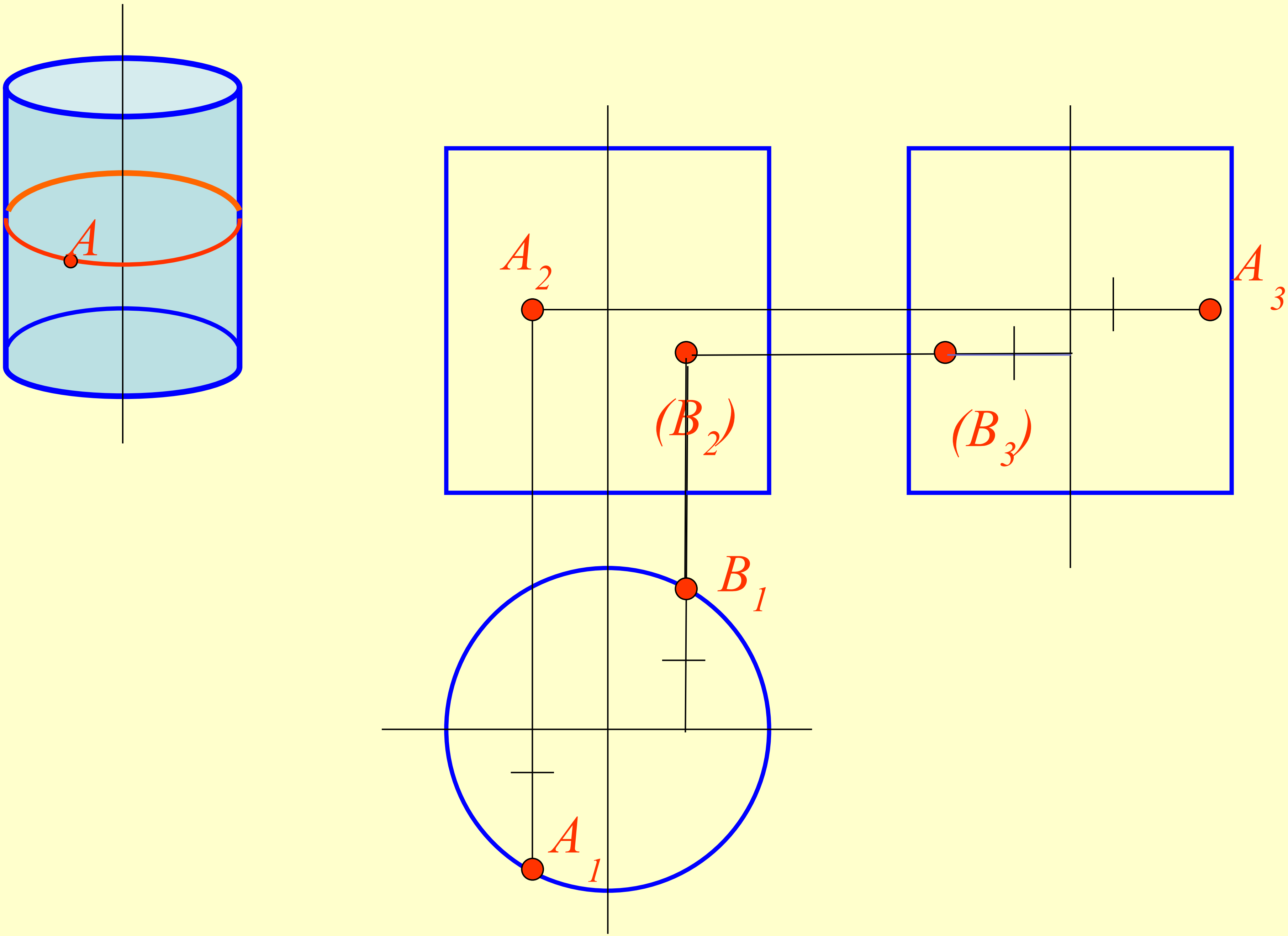
Красовская Н.И.



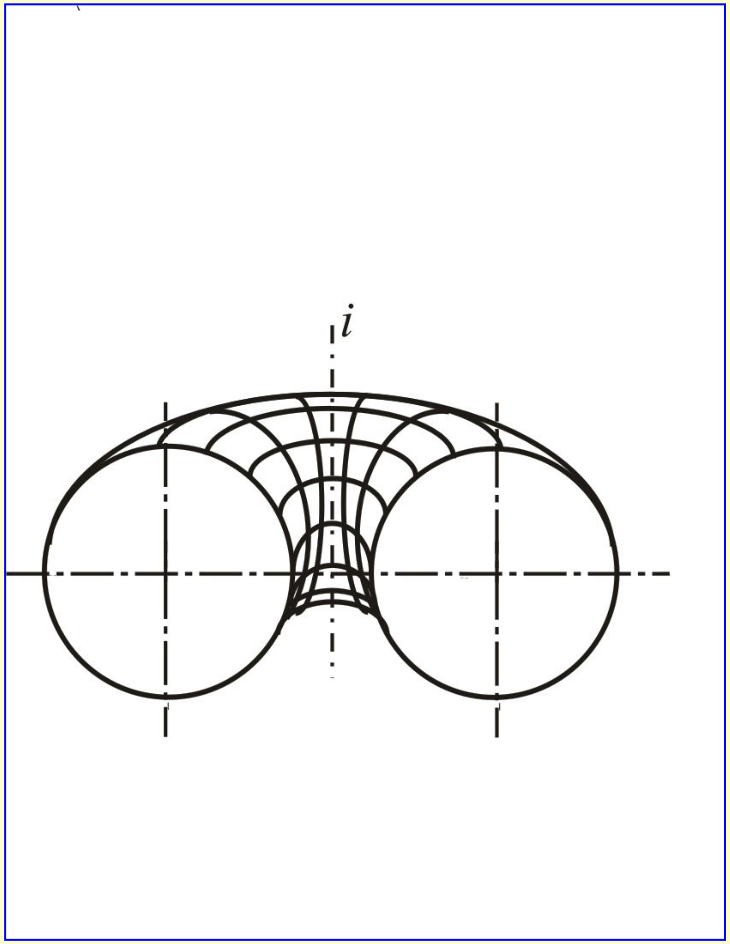
Красовская Н.И.

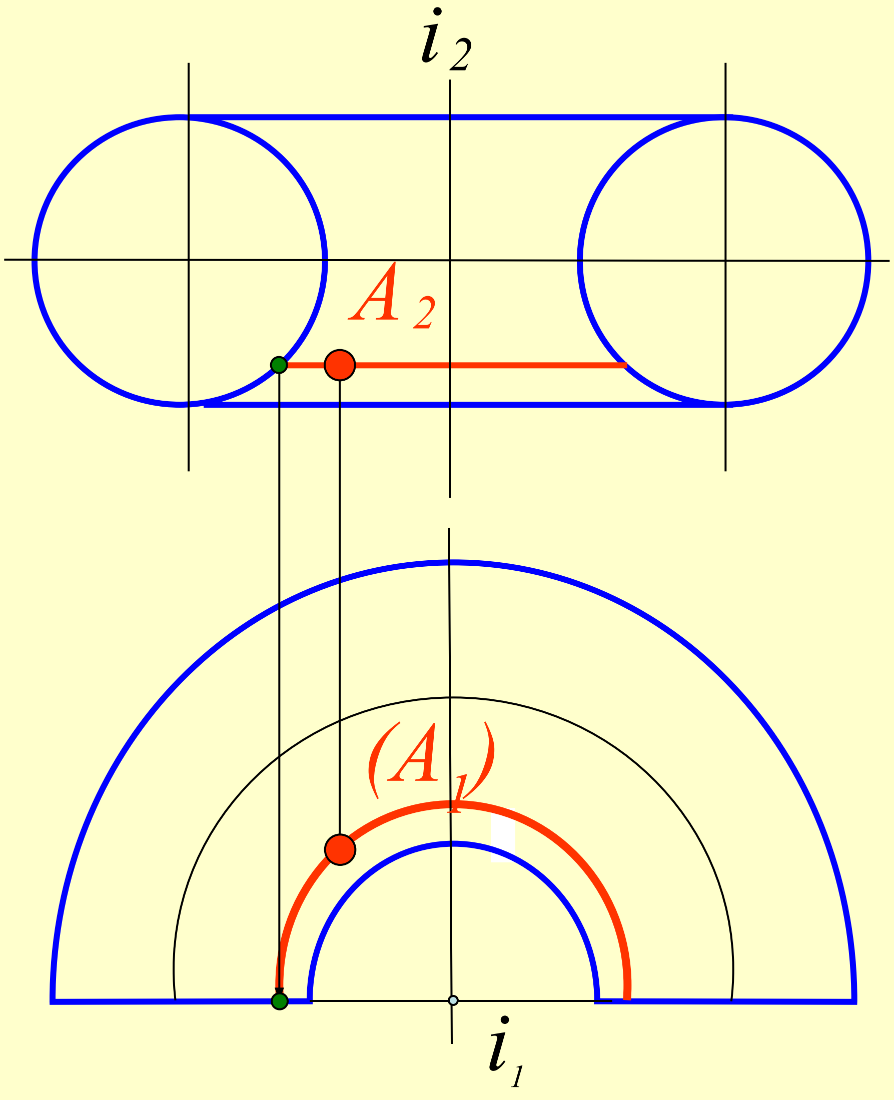
Построение точки на поверхности прямого кругового цилиндра

Красовская Н.И.


A
A_2
A_3
(B_2)
(B_3)
B_1
A_1

Т О Р





Красовская Н.И.

Винтовые поверхности

Все точки винтовой поверхности совершают винтовые движения, описывая винтовые линии – **гелисы,**

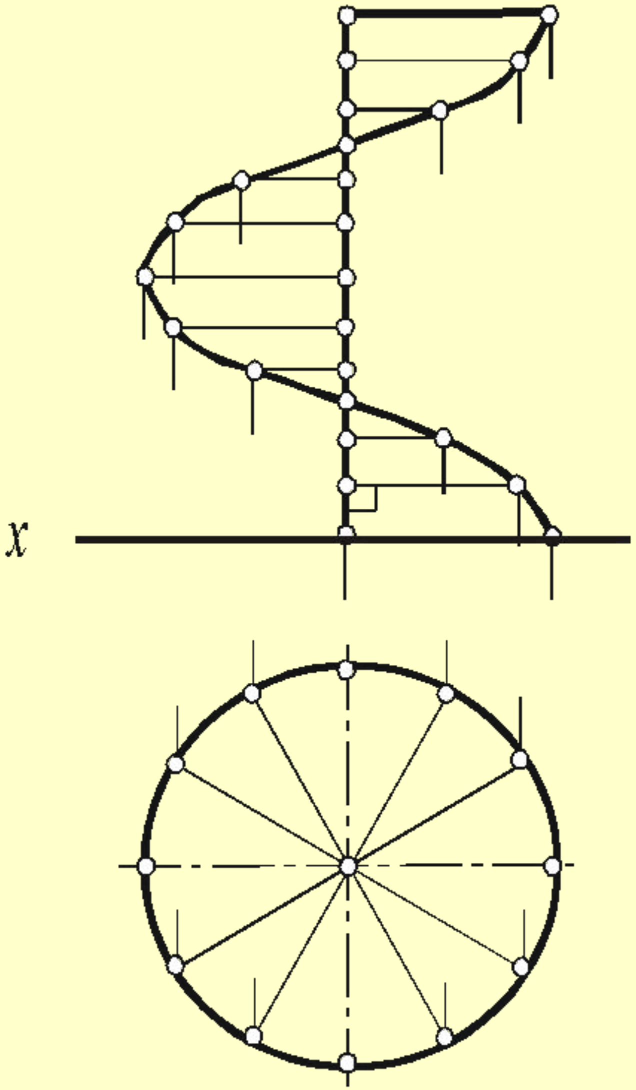
а поверхности называются

<u>геликоидами</u>

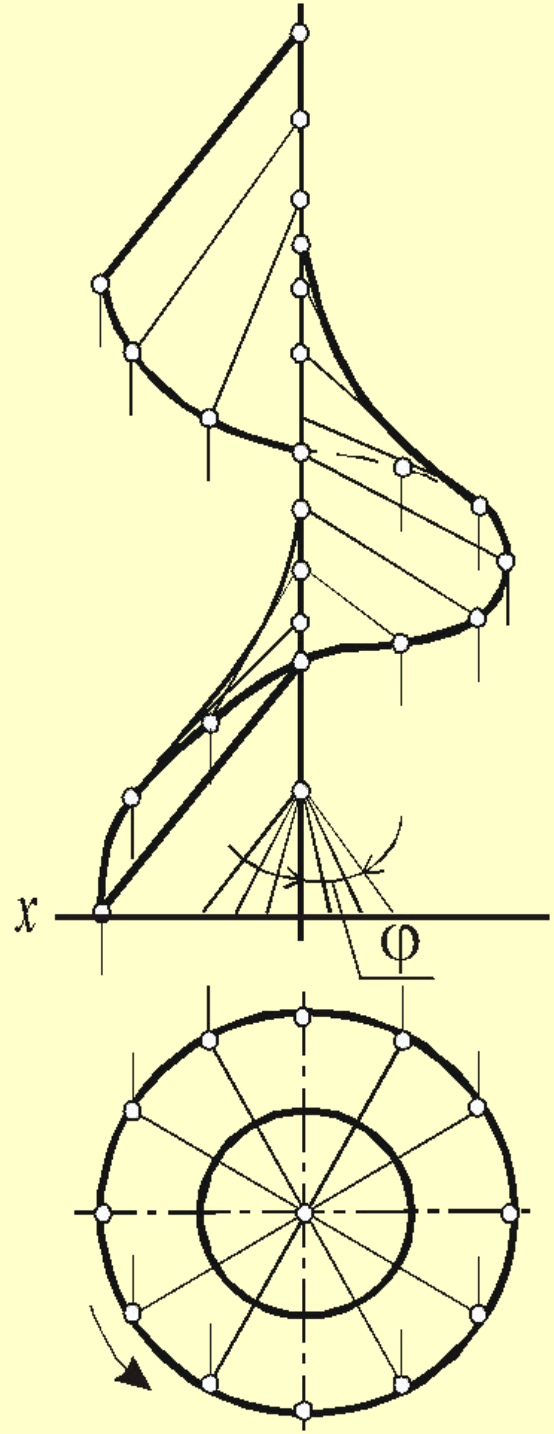
Прямые геликоиды,
если угол наклона образующей
равен 90°

Наклонные - если угол
не равен 90°

а)



б)



Красовская Н.И.

Выводы:

- поверхность может быть получена ***вращением*** некоторой образующей вокруг оси или ***движением*** ее по направляющей

- поверхность может быть задана на чертеже проекциями элементов ***геометрической части*** **ее определителя** или для достижения большей наглядности – **очерком**

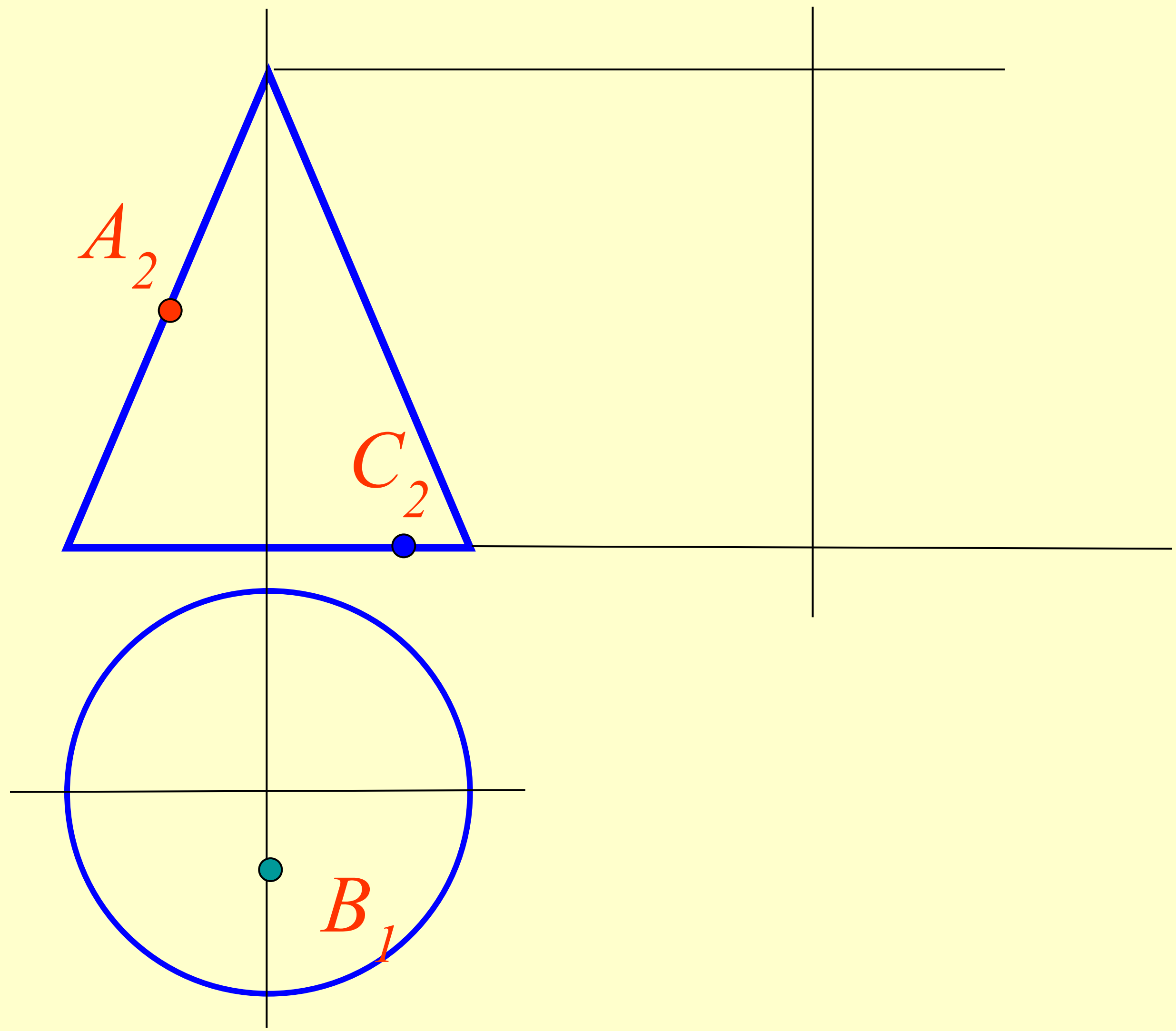
- поверхности могут быть ***систематизированы*** в зависимости от вида образующих и направляющих, а также от закона движения образующих

- для нахождения недостающей проекции точки, лежащей на поверхности, ***пользуются характерными*** для данной поверхности простейшими ***линиями***

Задача

1. Построить профильную проекцию конуса.

2. Достроить проекции заданных точек на всех проекциях конуса.



Красовская Н.И.