16.04.Тема урока:

Производная

Геометрический смысл производной

Приращение функции

$\Delta f = f(x_0+h) - f(x_0)$

Приращение аргумента

$h = x - x_0$

Разностное отношение

$(f(x_0+h) - f(x_0))/h$

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

f (x)-дифференцируема

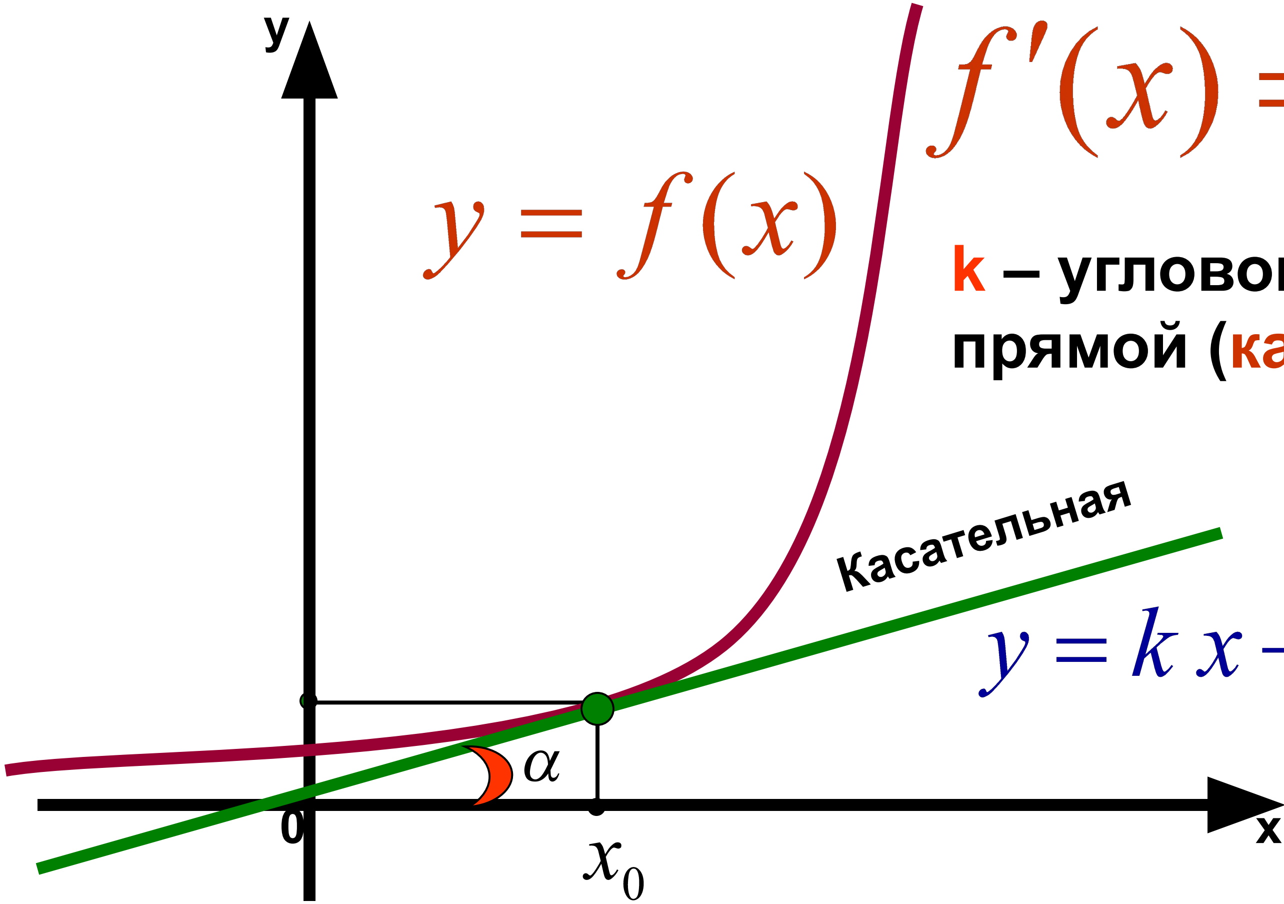
Определение

*Пусть функция **f** (x)определена на некотором промежутке, x_0 - точка из этого промежутка и число **h** не равное 0,*

такое что $x_0 + h$ принадлежит данному промежутку

Производной функции *f* в точке x_0 называется предел, разностного отношения, при h, стремящемся к нулю.

$$f'(x) = tg\alpha = k$$



k – **угловой коэффициент прямой (касательной)**

Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Касательная к графику функции

Уравнение касательной

$$f(x)= f\,(x_0)+ f\,'(x_0)(x- x_0)$$

Коэффициент угла наклона касательной

$$k = f\,'(x_0) = tg\alpha$$

Правило вычисления производных.

$$(f(x) \pm g(x))' = f(x)' \pm g(x)'$$

$$(Cf(x))' = C(f(x))'$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f(x)'g(x) + f(x)g(x)'$$

$$(f(x)/g(x))' = (f(x)'g(x) - f(x)g(x)')/g(x)^2$$

Производная сложной функции.

$$g\,(f(x\,))' = g'(f(x))\cdot f\,'(x)$$

Основные формулы

$$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

k

$$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$$F'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

0

1

$$(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

f (x)-дифференцируема

1/x

Производные тригонометрических функций.

$(\sin x)' =$ $f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

f (x)-дифференцируема

$(\cos x)' =$ $f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

f (x)-дифференцируема

$(\mathrm{tg}\, x)' =$ $(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

$(\mathrm{ctg}\, x)' =$ $(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Устная работа

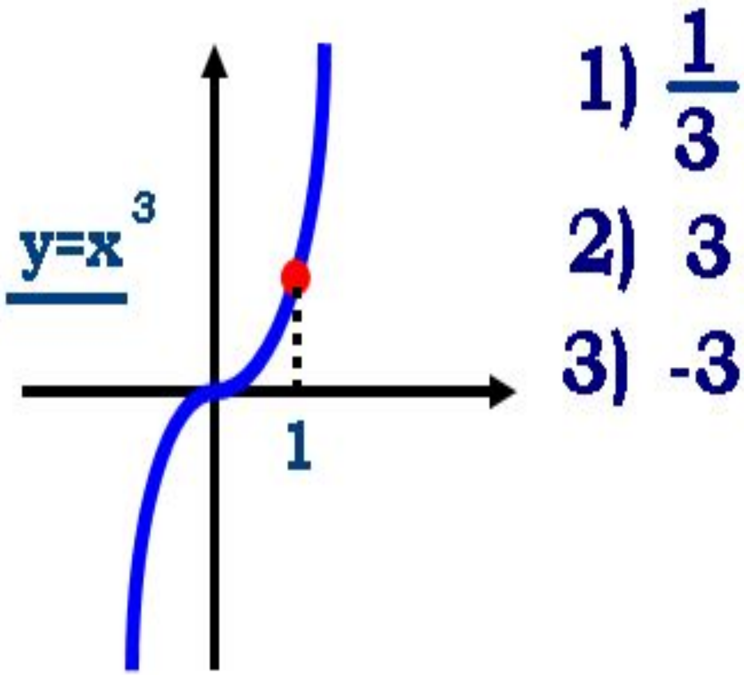
1. Установить соответствие между функциями (1 – 4) и их производными (А – Д):

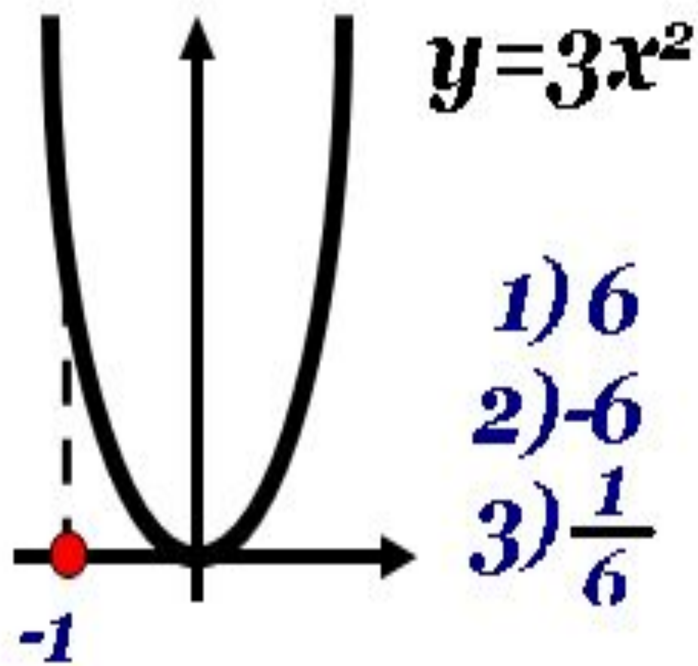
1. $y = x^3$		А. $y' = -2/x^3$
2. $y = 1/x^3$		Б. $y' = 3x^2$
3. $y = x^2$		В. $y' = x^3/3$
4. $y = 1/x^2$		Г. $y' = 2x$
		Д. $y' = -3/x^4$

Ответ:

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

№1. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y=x^3$ в точке с абсциссой x=1.	№2. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y=3x^2$ в точке с абсциссой x= -1.





Математический диктант

1 вариант	2 вариант

1 вариант

Найти производные следующих функций

1) $f(x) = 3x^2$
2) $f(x) = 1{,}5\,x^2 + 2{,}5\,x^4$
3) $f(x) = 8\,x^{-3}$
4) $f(x) = 2\cos x$
5) $f(x) = 6\cos 4x$

6) *Найти угловой коэффициент касательной к графику функции* $f(x) = 4\,x^2$ *в точке* $x_0 = 1$

7) *Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции* $f(x) = -3x^{-2}$ *в точке* $x_0 = 1$

2 вариант

Найти производные следующих функций

1) $f(x) = 8x$
2) $f(x) = 9x^7$
3) $f(x) = -4\,x^5$
4) $f(x) = 5\sin x$
5) $f(x) = 9\sin 2x$

6) *Найти угловой коэффициент касательной к графику функции* $f(x) = -12x^{-2}$ *в точке* $x_0 = 1$

7) *Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции* $f(x) = 5x^2$ *в точке* $x_0 = -1$

ответы

1 вариант	2вариант
1) $6x$	1) 8
2) $3x + 10x^3$	2) $63x^6$
3) $-24\ x^{-2}$	3) $-20x^4$
4) $-2\ \sin x$	4) $5\ \cos x$
5) $-24\ \sin 4x$	5) $18\ \cos 2x$
6) $K=8$	6) 24
7) $\mathrm{tg}\ a=6$	7) $K= -10$

4. Заполните пустые клетки

а) в таблице 1: ***б) в таблице 2:***

Функция	Производная
$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$	
$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$	
$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема	
$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема	

Функция	Производная
	$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема
	$(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема
	$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$
	$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема

4. Заполните пустые клетки

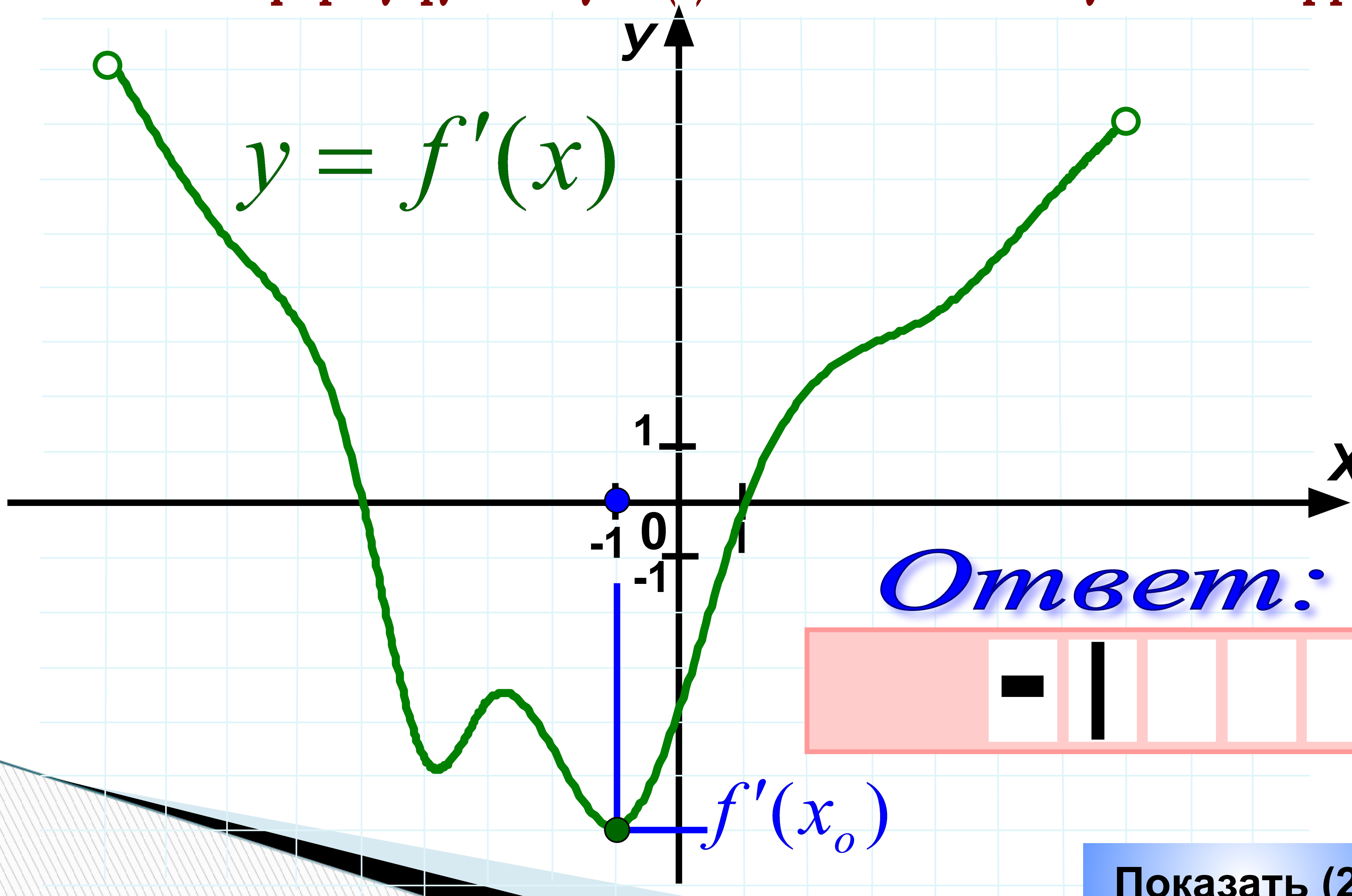
а) в таблице 1: ***б) в таблице 2:***

Функция	Производная
$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$	$\sin 2x$
$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$	$28x^3 +$ $f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема
$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема	$-2\sin(2x-4)$
$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема	$5/(5x+1$

Функция	Производная
$x + \operatorname{tg} x$	$(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема
$7x - \sqrt{x}$	$(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема
$f'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема	$'(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$
$x^4 + \ln x$	$(x_0)=\lim \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ f (x)-дифференцируема

5. Укажите абсциису точки, в которой

касательня к графику функции y = f(x) имеет наименьший угловой коэффициент



Ответ:

-1

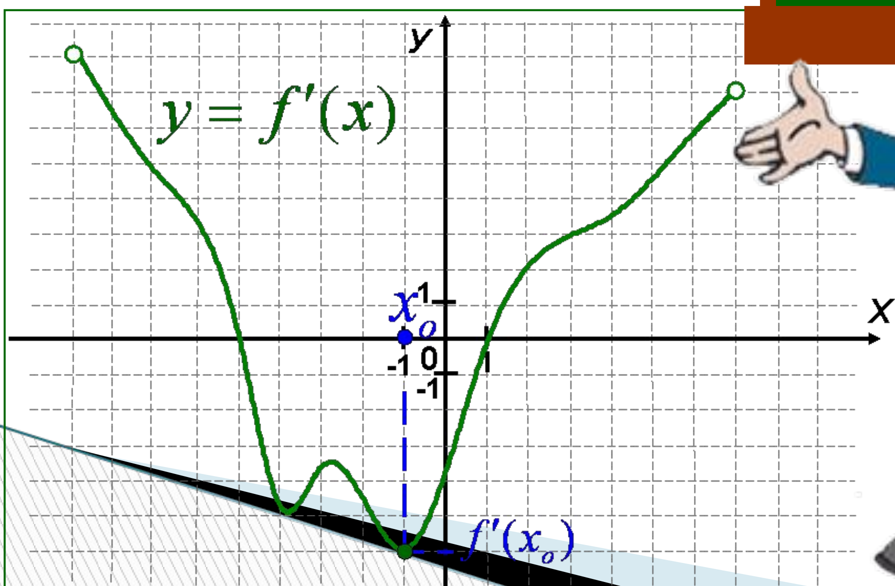
Показать (2)

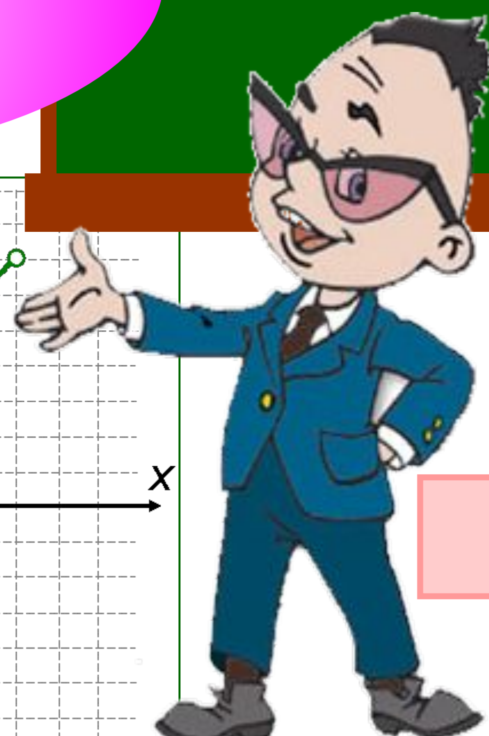
5.

$$k = f'(x_o)$$

наименьший

Ищу наименьше значение производной



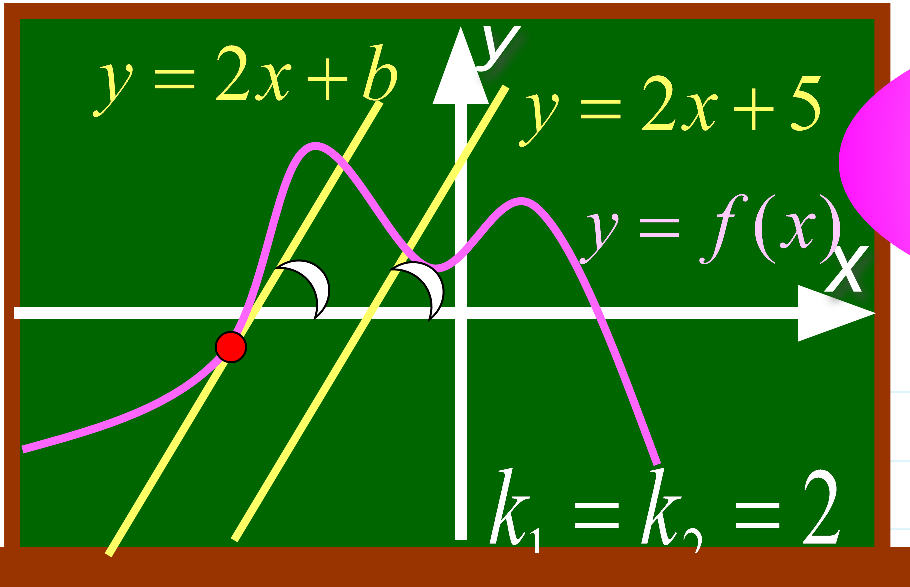


Ответ:

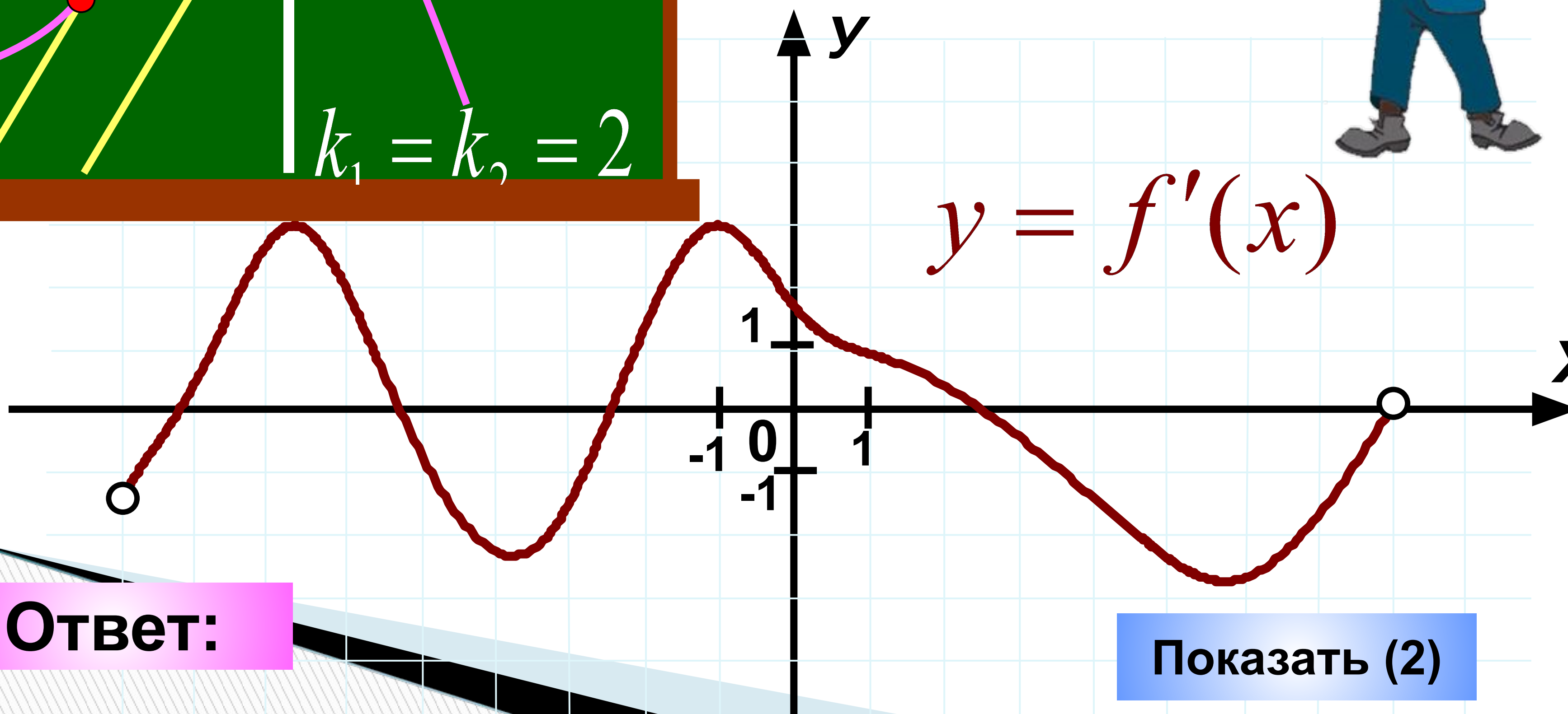
-	1				

Показать (2)

6. рафику функции y = f(x) провели все касательные параллельные прямой y = 2x + 5 (или совпадающие с ней). Укажите количество точек касания.



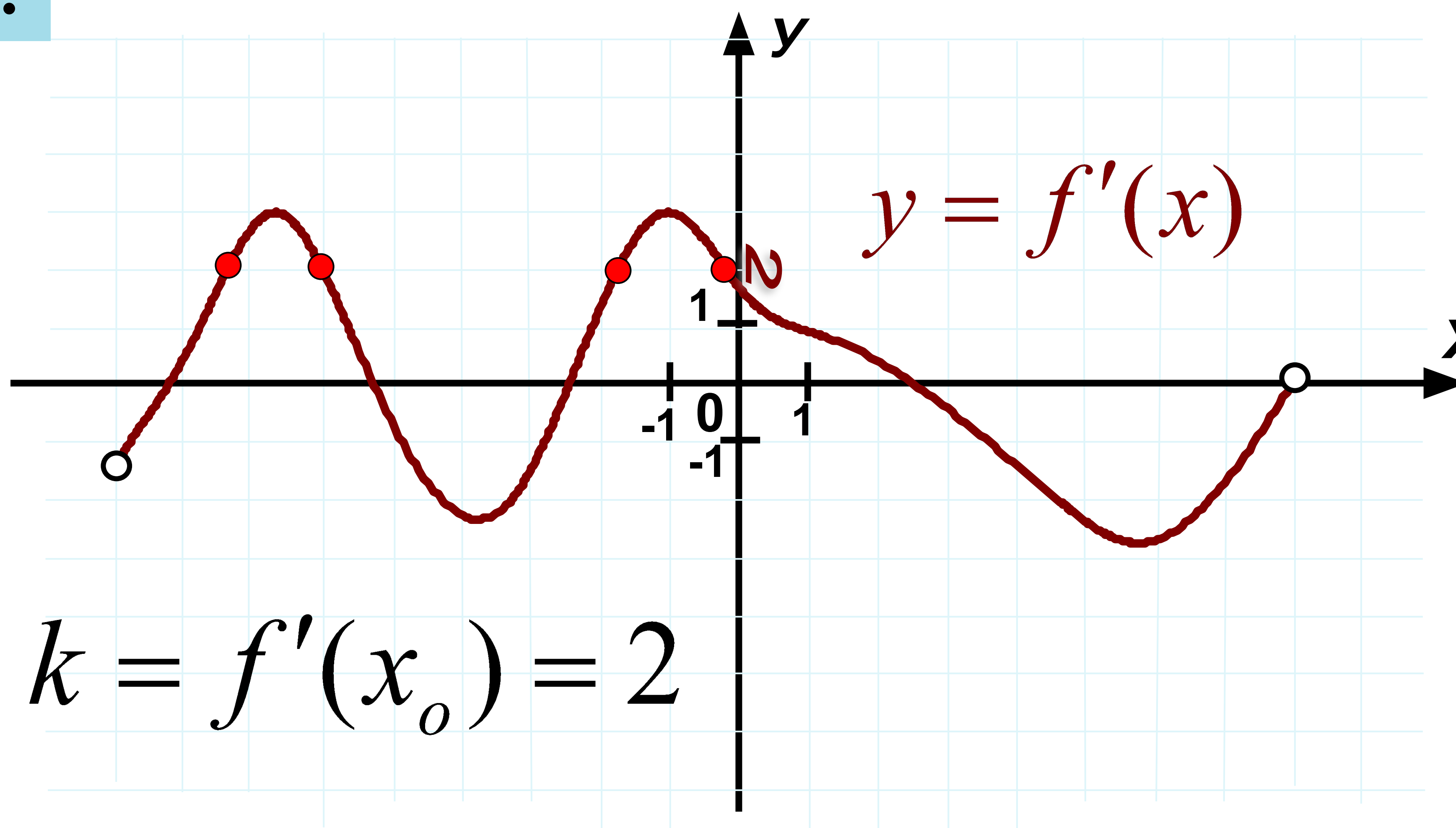
Так как k = f '(x_o) = 2, то считаю точки, в которых производная принимает значения 2



Ответ:

Показать (2)

7.

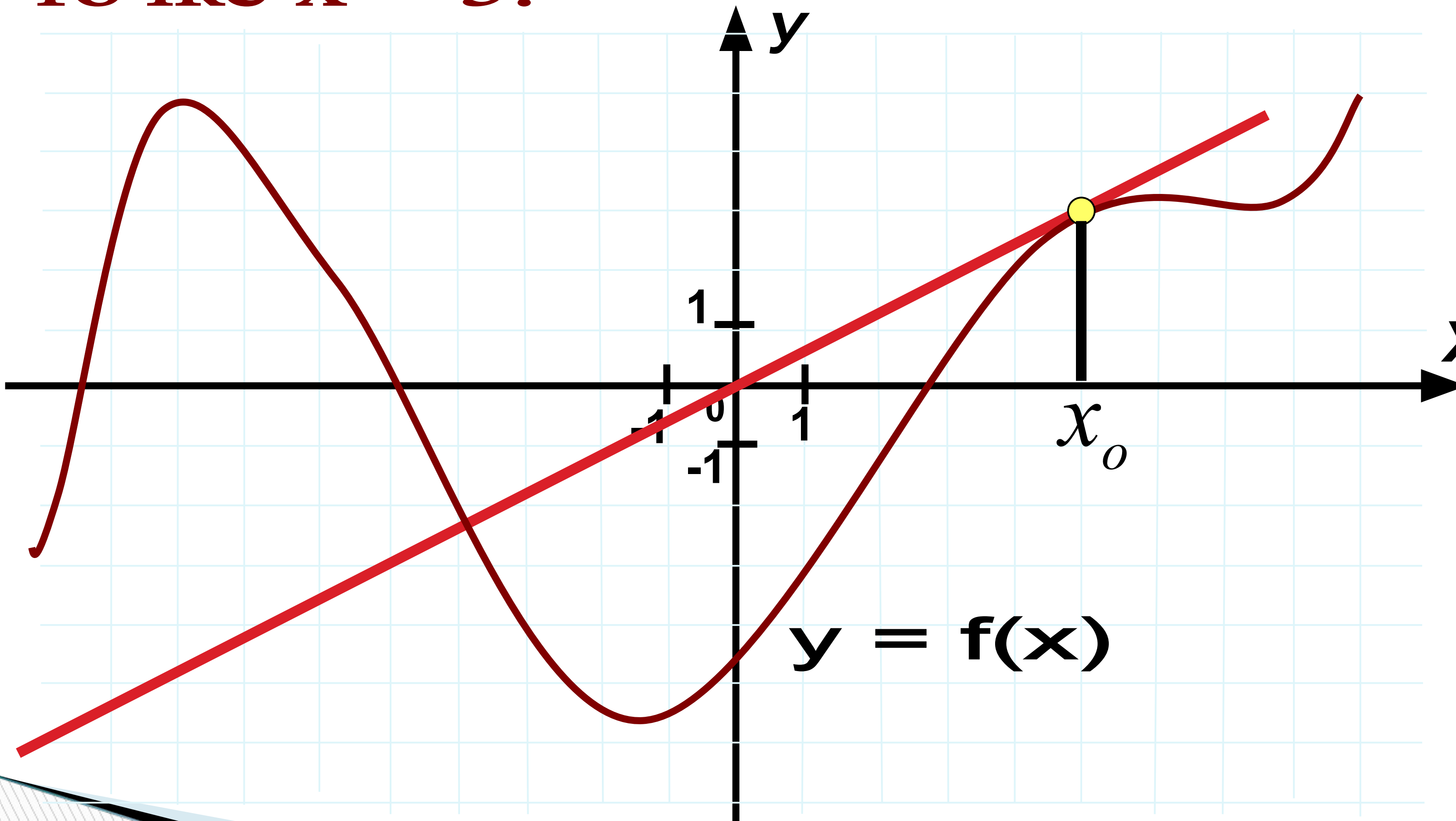


$$k = f'(x_o) = 2$$

Ответ:

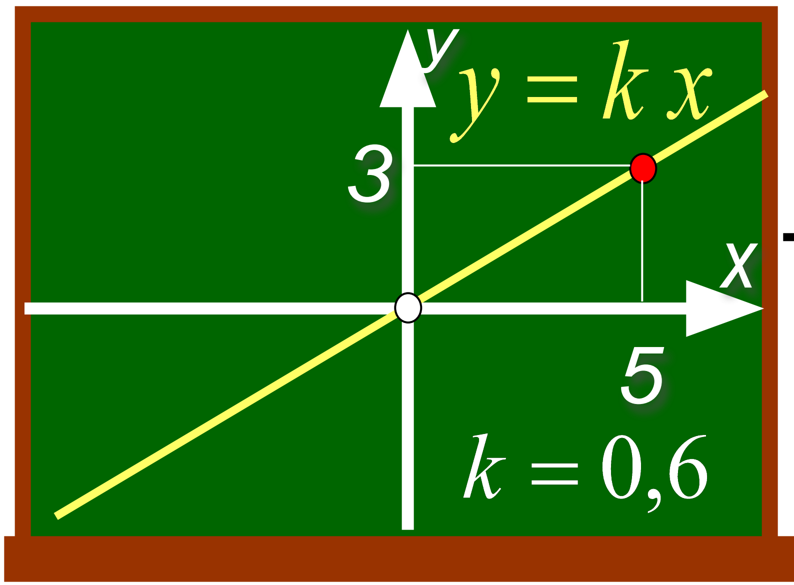
4

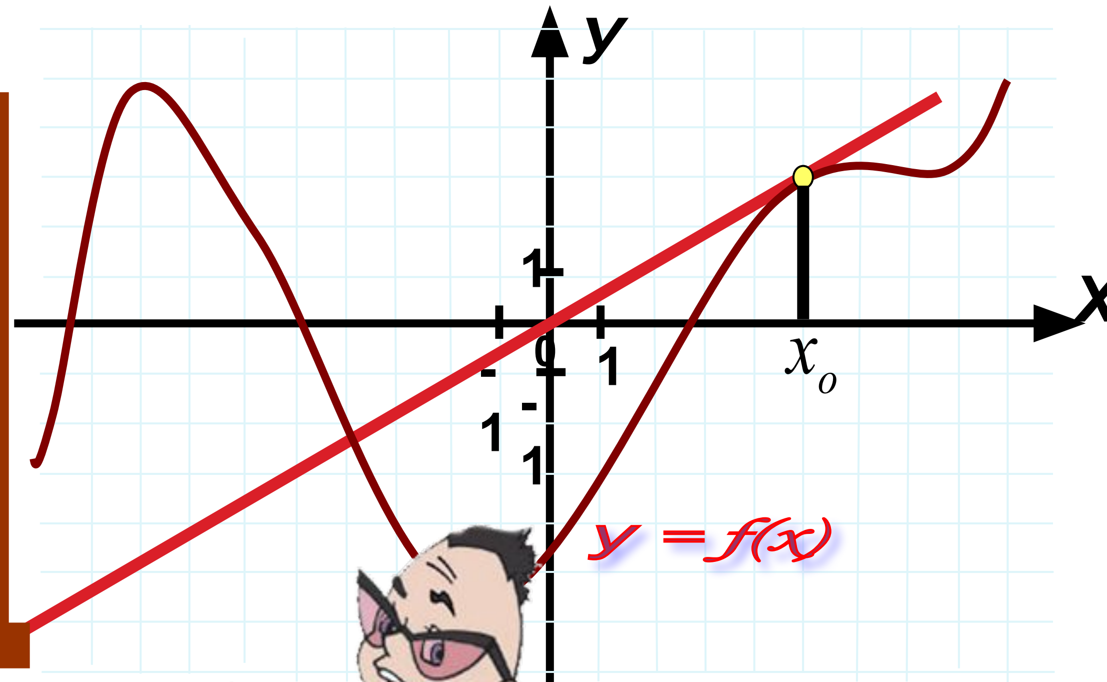
8. Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции y = f(x). Надите производную функции в точке x = 5.

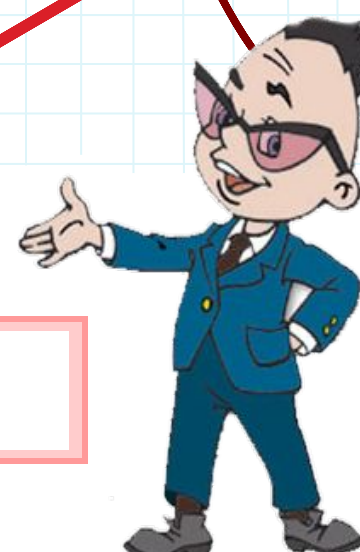


8.

Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции $y = f(x)$. Надите производную функции в точке $x = 5$.







Производная функции в точке
х = 5 – это производная в
касательной.

Ответ:

0	,	6			

Рассуждение (3)

Домашнее задание:

- ***Повторить правила и формулы дифференцирования п.44-48***
- ***Учебник стр 258 «Проверь себя»***
- ***Выполнить домашнее задание и мне переслать***