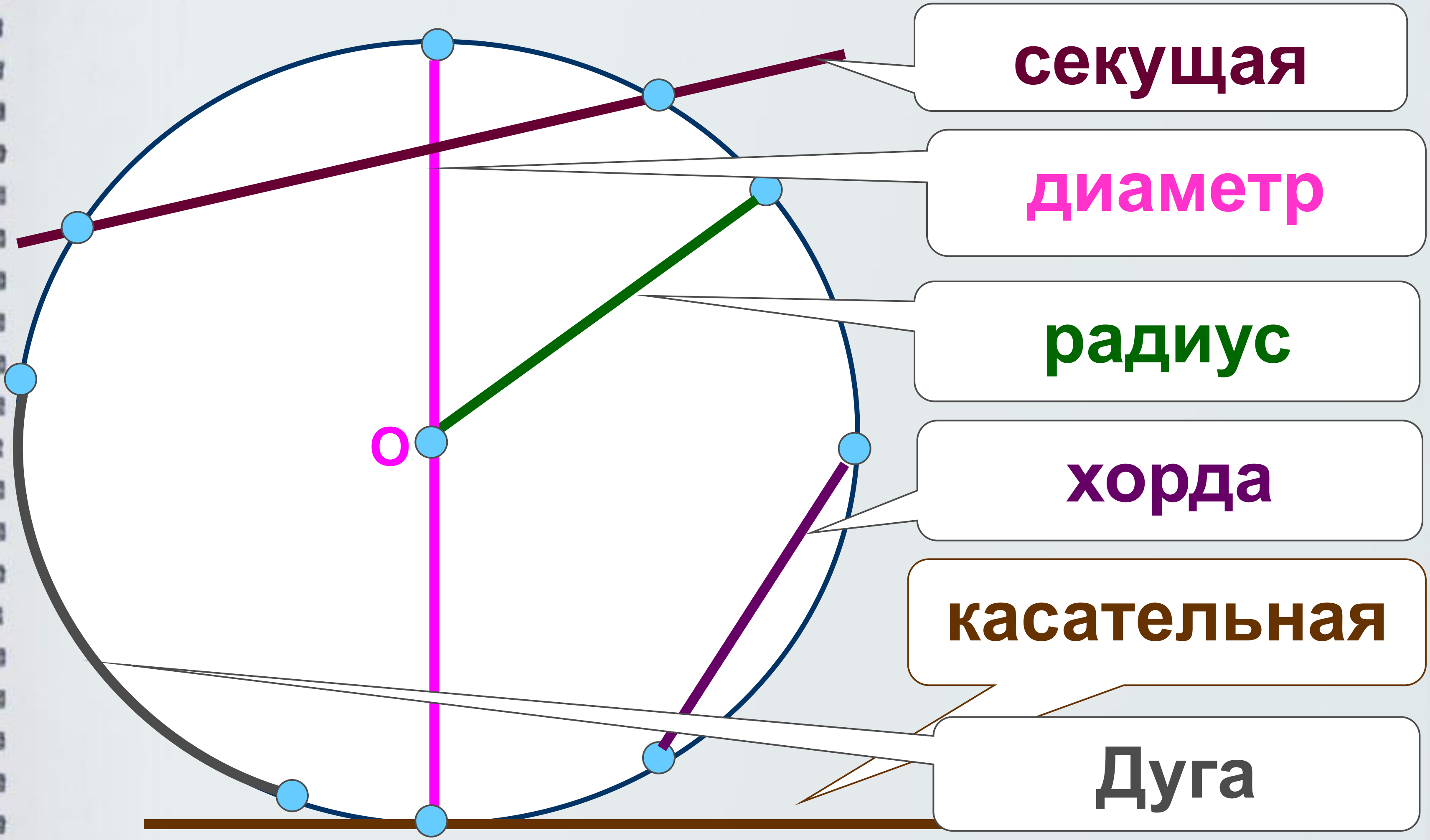
Углы и отрезки, связанные с окружностью.

10 класс

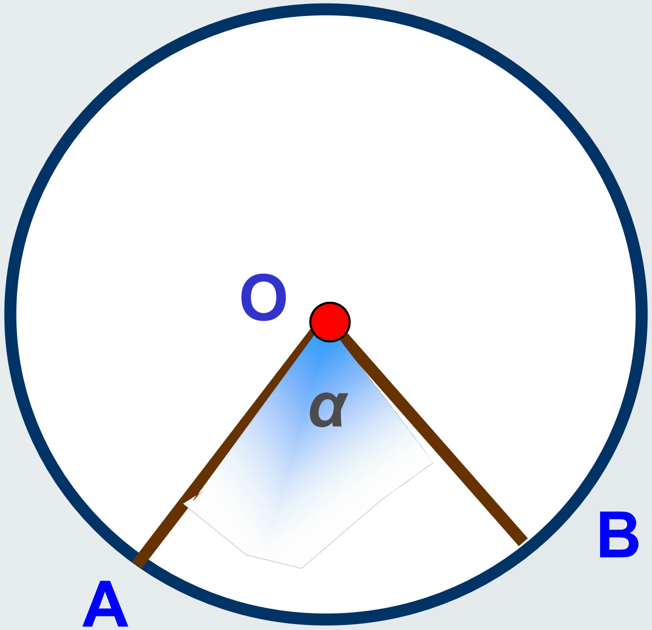
Учиться можно только весело. Чтобы переварить знания, надо поглощать их с аппетитом.

Анатоль Франс

Окружность

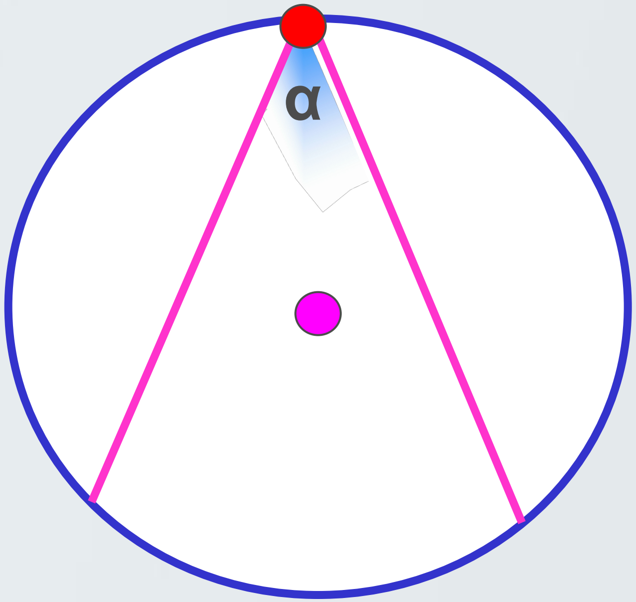


Центральный угол



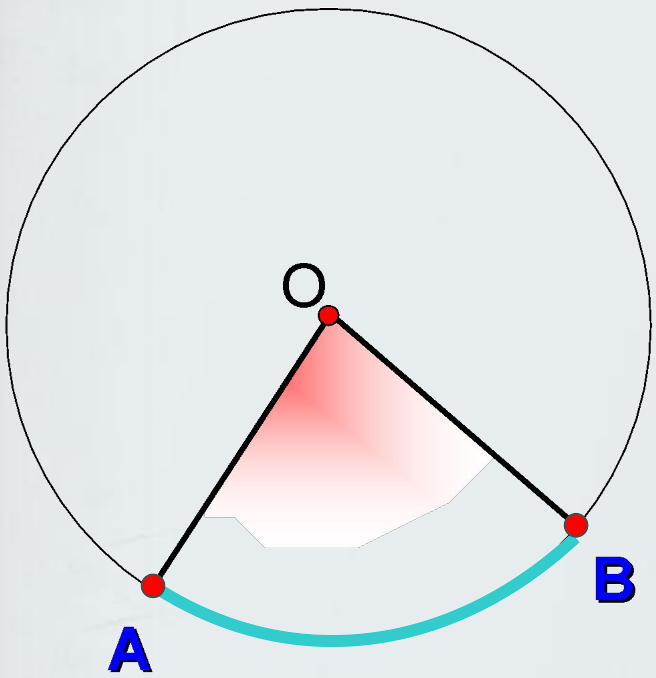
Угол с вершиной в центре окружности называется **центральным углом**

Вписанный угол



Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**

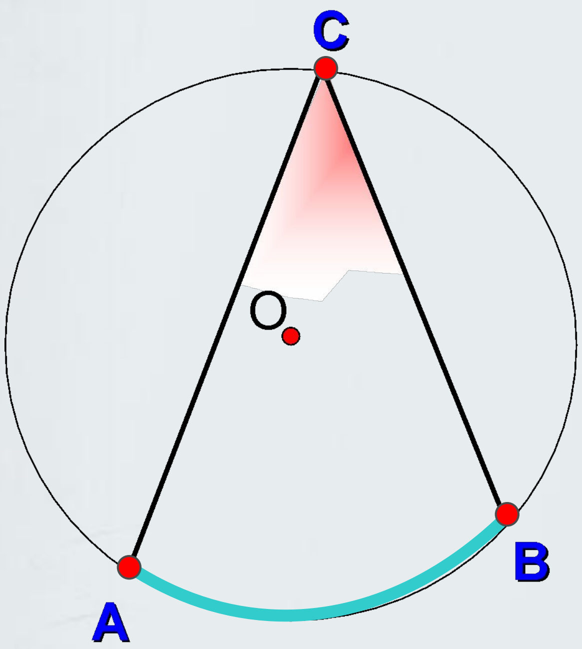
Теорема о центральном угле



Градусная мера **центрального угла** равна градусной мере **дуги**, на которую он опирается.

$$\angle AOB = \cup AB$$

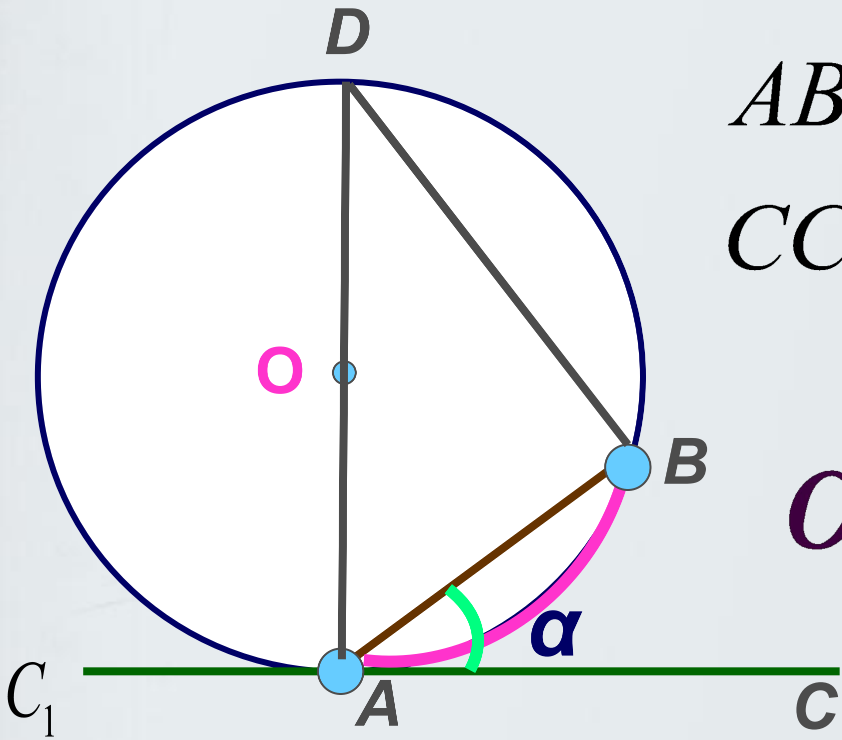
Теорема о вписанном угле



Вписанный угол измеряется **половиной дуги**, на которую он опирается

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой



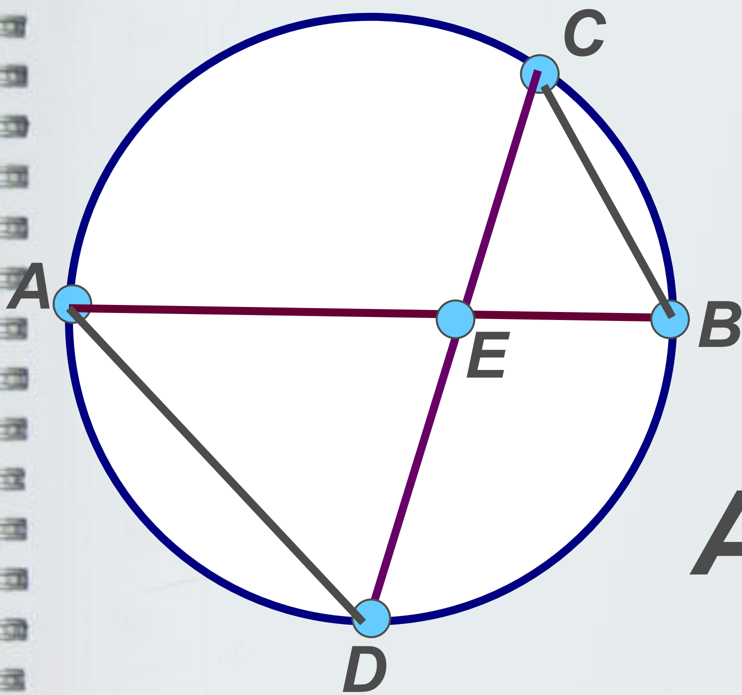
AB – хорда, $A \in CC_1$,

CC_1 – касательная.

$$\alpha = \frac{1}{2} \cup AB$$

Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется **половиной** заключенной в нем дуги

Теорема об отрезках пересекающихся хорд



AB, CD – хорды,

$AB \cap CD = E$.

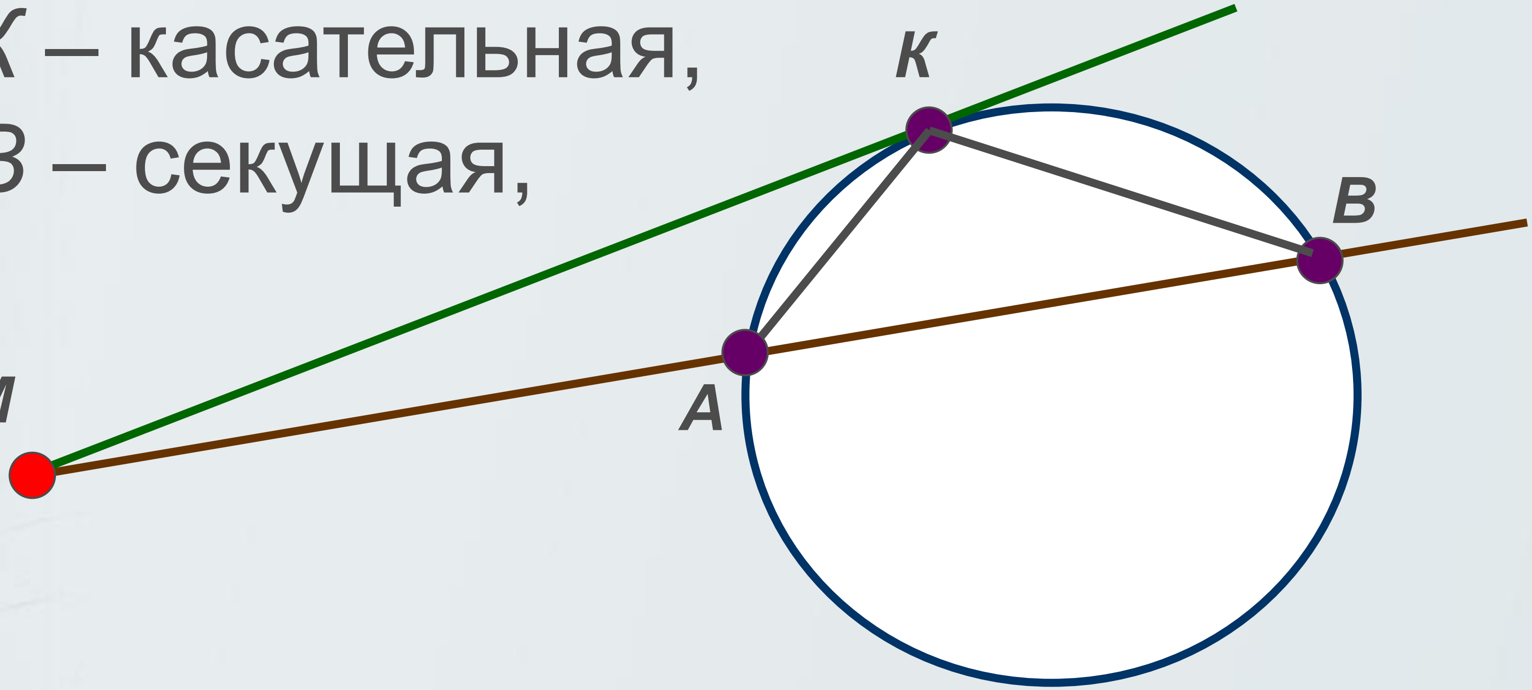
$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

Произведение отрезков одной из двух пересекающихся хорд равно произведению отрезков другой хорды.

Теорема о квадрате касательной

МК – касательная,

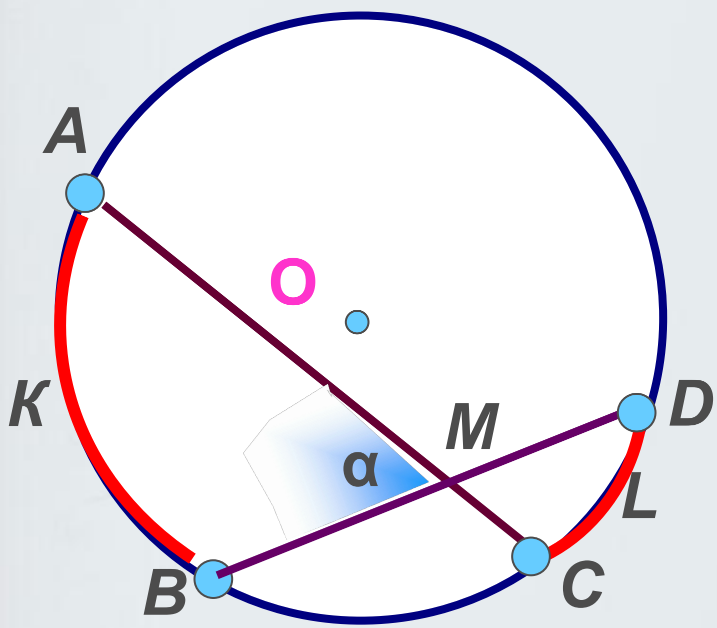
МВ – секущая,



Если через точку *М* проведены секущая, пересекающая окружность в точках *А* и *В*, и касательная *МК* (*К* – точка касания), то

$$MA \cdot MB = MK^2.$$

Угол между двумя пересекающимися хордами



AC, BD – хорды,

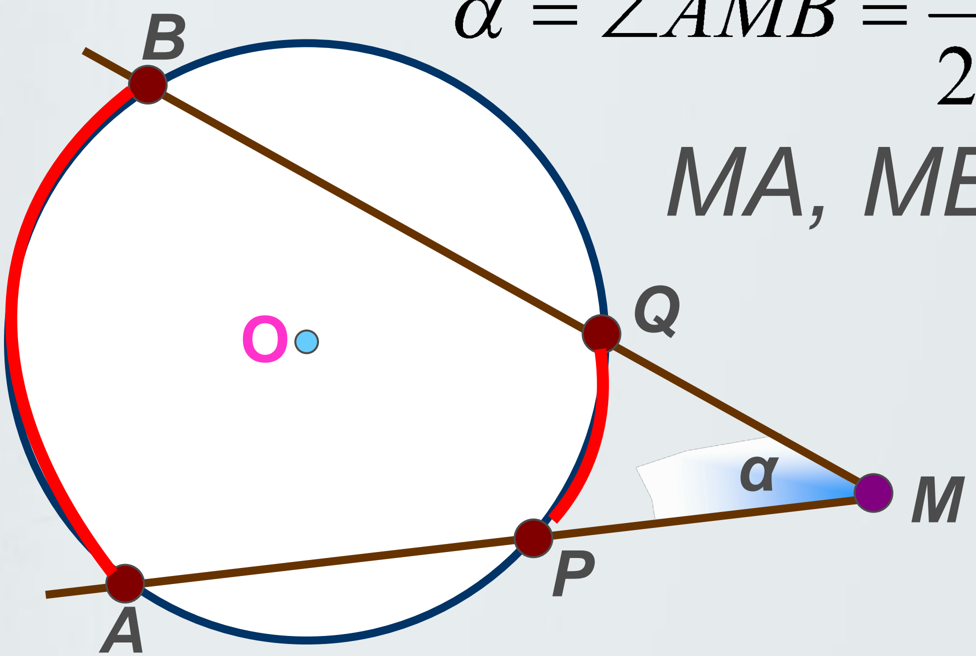
AC ∩ BD = M.

Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется полусуммой заключенных между ними дуг

$$\alpha = \angle AMB = \frac{1}{2}(\cup AKB + \cup CLD)$$

Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки

$$\alpha = \angle AMB = \frac{1}{2}(\cup AB - \cup PQ)$$

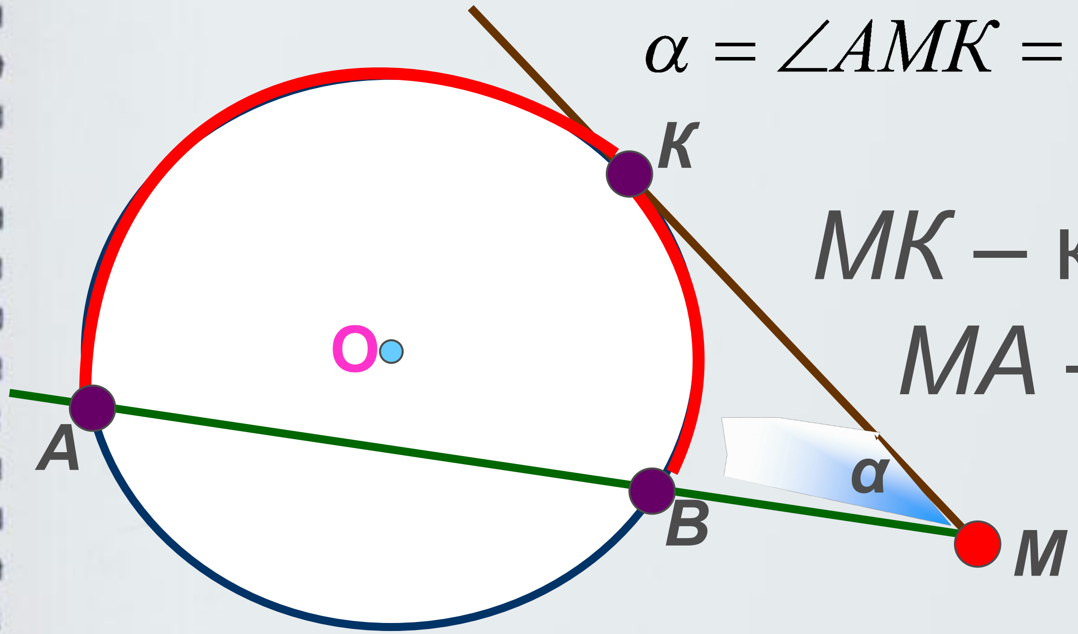


MA, *MB* – секущие

Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри него дуг

Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки

$$\alpha = \angle AMK = \frac{1}{2}(\cup AK - \cup BK)$$

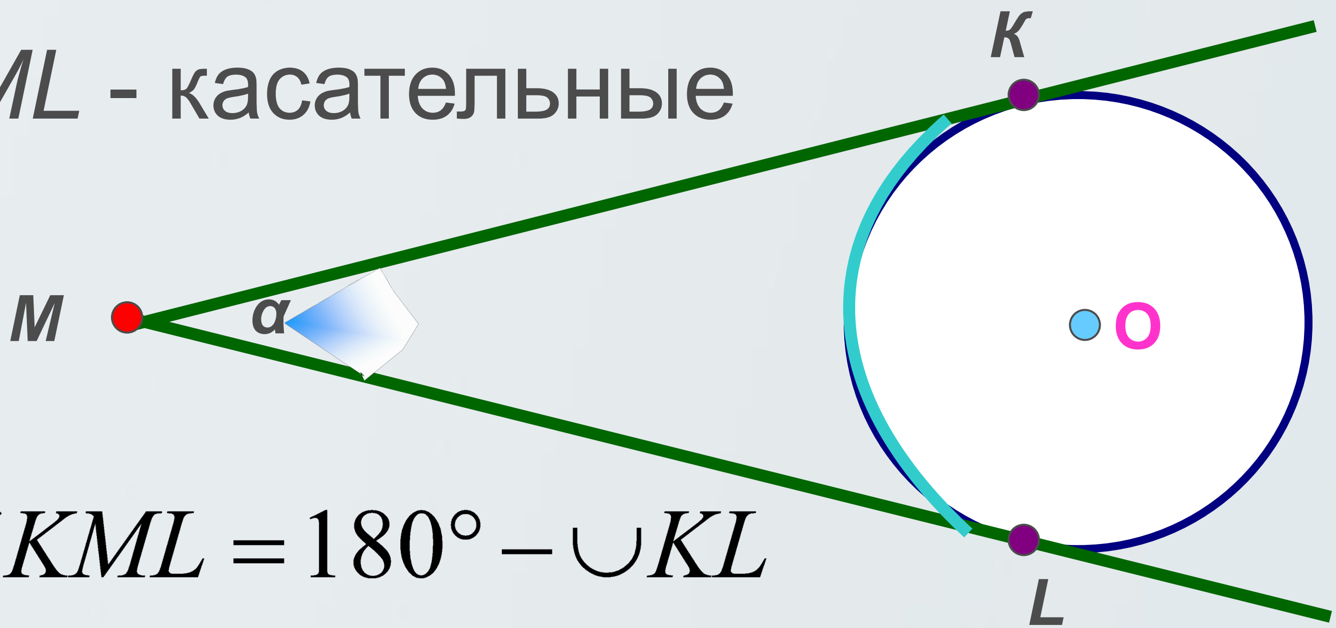


МК – касательная,
МА – секущая.

Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется полуразностью заключенных внутри него дуг

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки

MK, *ML* - касательные

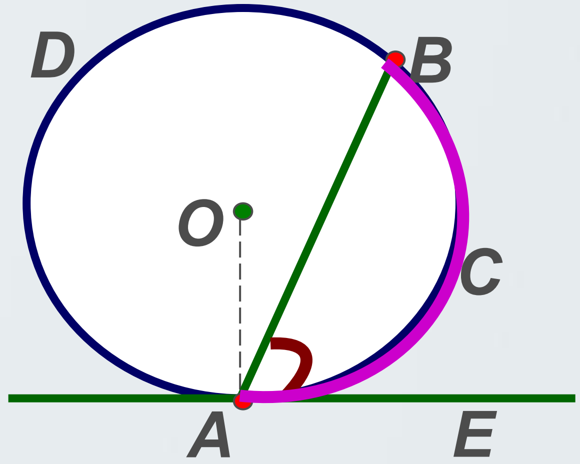


$$\alpha = \angle KML = 180° - \cup KL$$

Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен 180^0 минус величина заключенной внутри него дуги, меньшей полуокружности.

Решение задач по готовым чертежам

1



Дано: $\cup ACB : \cup ADB = 3:5$

Найти: $\angle BAE$

Решение:

$$1)\ \angle BAE = \frac{1}{2} \cup ACB$$

(по теореме об угле между касательной и хордой)

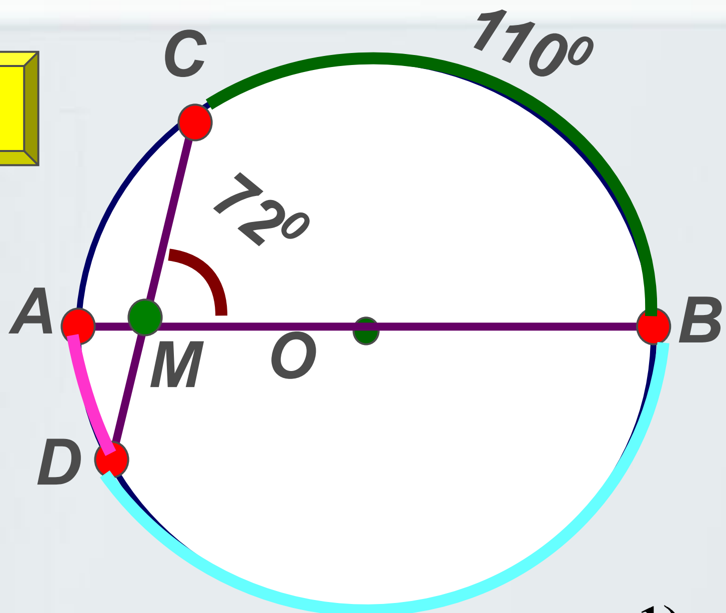
$$2)\ \cup ACB : \cup ADB = 3:5, \qquad 3+5=8\,частей$$

$$\cup ACB + \cup ADB = 360°, \cup ACB = \frac{3}{8}\cdot 360° = 135°.$$

$$3)\quad \angle BAE = \frac{1}{2}\cdot 135° = 67{,}5°.$$

Ответ: $67{,}5^0$

2



Дано: $\angle CMB = 72^0$

$\cup CB = 110^0$

Найти: $\cup BD$

Решение:

$$1) \angle CMB = \frac{1}{2}(\cup BC + \cup AD)$$

(по теореме об угле между пересекающимися хордами).

$$2) \cup AD = 2 \cdot \angle CMB - \cup BC, \cup AD = 2 \cdot 72° - 110° = 34°.$$

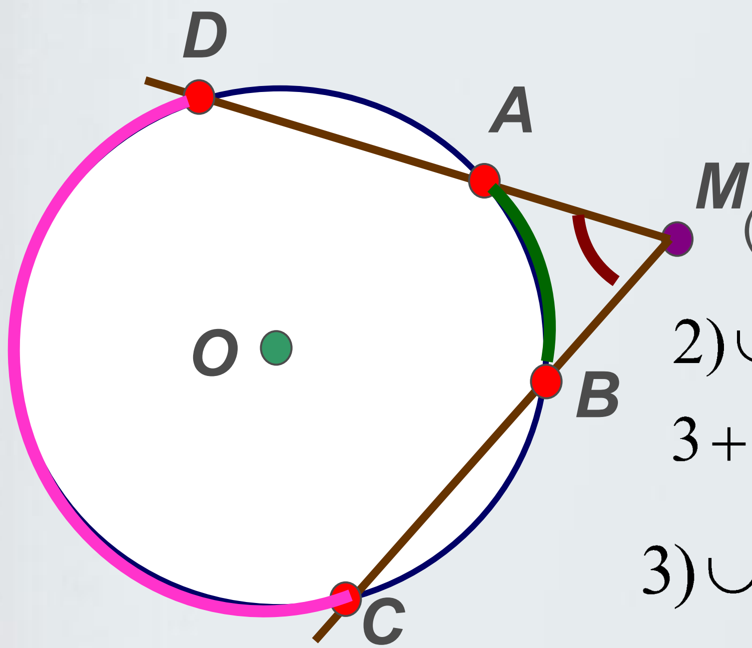
$$3) \cup BD = \cup ADB - \cup AD, \cup BD = 180° - 34° = 146°.$$

Ответ: 146^0

3

Дано: $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 3:2:13:7$

Найти: $\angle AMB$



Решение:

$$1)\angle AMB = \frac{1}{2}(\cup DC - \cup AB)$$

(по теореме об угле между секущими).

$$2)\cup AB + \cup BC + \cup CD + \cup DA = 360°,$$

$$3+2+13+7 = 25 \ \textit{частей}.$$

$$3)\cup DC = \frac{13}{25}\cdot 360° = 187{,}2°.$$

$$4)\cup AB = \frac{3}{25}\cdot 360° = 43{,}2°.$$

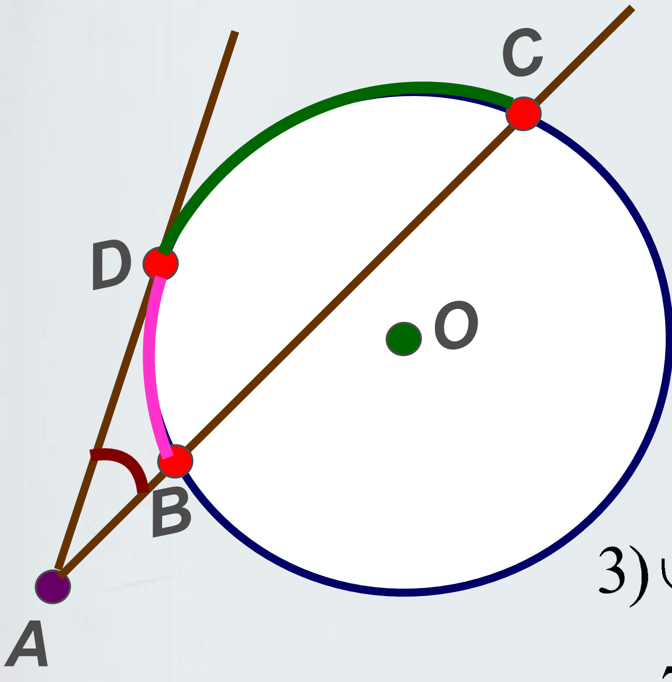
$$5)\angle AMB = \frac{1}{2}(187{,}2° - 43{,}2°) = 72°.$$

Ответ: 72^0

4

Дано: $\cup BDC = 112°, \cup BD : \cup DC = 7:9.$

Найти: $\angle BAD$



Решение:

$$1)\angle BAD = \frac{1}{2}\left(\cup DC - \cup DB\right)$$

(по теореме об угле между касательной и секущей).

$$2)\cup BDC = \cup BD + \cup DC =$$

$$= 7 + 9 = 16\ \textit{частей}.$$

$$3)\cup DC = \frac{9}{16}\cup BDC = \frac{9}{16}\cdot 112° = 63°.$$

$$4)\cup DB = \frac{7}{16}\cup BDC = \frac{7}{16}\cdot 112° = 49°.$$

$$5)\ \angle BAD = \frac{1}{2}(63° - 49°) = 7°.$$

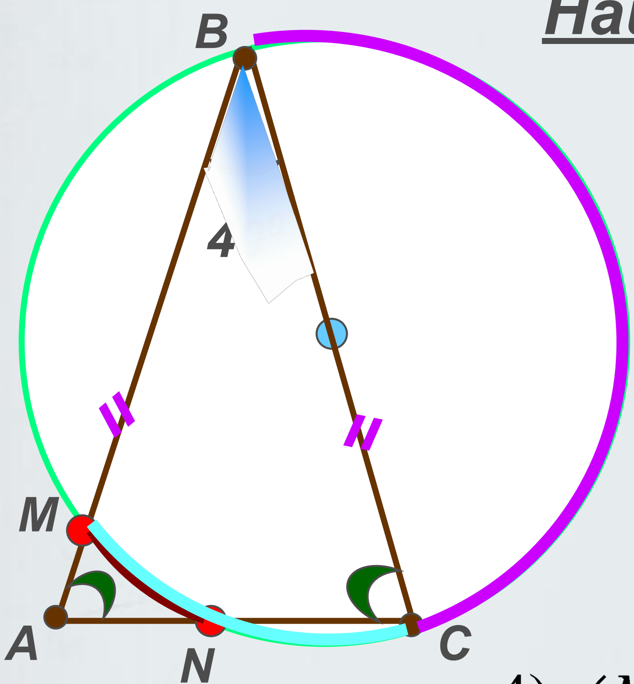
Ответ: 7^0

5

Дано: окр. (O, R), ΔABC – равнобедренный,

$$\angle ABC = 40^0$$

Найти: $\cup MB, \cup MN, \cup NC$



Решение:

$$1) \angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2}(180^0 - 40^0) = 70^0$$

$$2) \angle BAC = \frac{1}{2}(\cup BC - \cup MN)$$

$$3) \cup MN = \cup BC - 2\angle BAC =$$

$$= 180° - 2 \cdot 70° = 40°.$$

$$4) \angle MBC = \frac{1}{2} \cup MC; \cup MC = 2 \cdot 40° = 80°.$$

$$5) \cup NC = \cup MC - \cup MN = 40^0$$

$$6) \cup MB = 180^0 - 80^0 = 100^0$$

Ответ: $\cup MB = 100^0, \cup MN = \cup NC = 40^0$

Итог урока

Закончи фразу

1) Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, измеряется …

2) Произведение отрезков одной из двух пересекающихся хорд равно …

3) Произведение секущей на её внешнюю часть равно …

4) Угол между двумя пересекающимися хордами измеряется …

5) Угол между двумя секущими, проведенными из одной точки, измеряется …

6) Угол между касательной и секущей, проведенными из одной точки, измеряется …

7) Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен …

Домашнее задание

§ 1, пп. 85 – 87

№ 816

№818

Рефлексия

Спасибо за урок