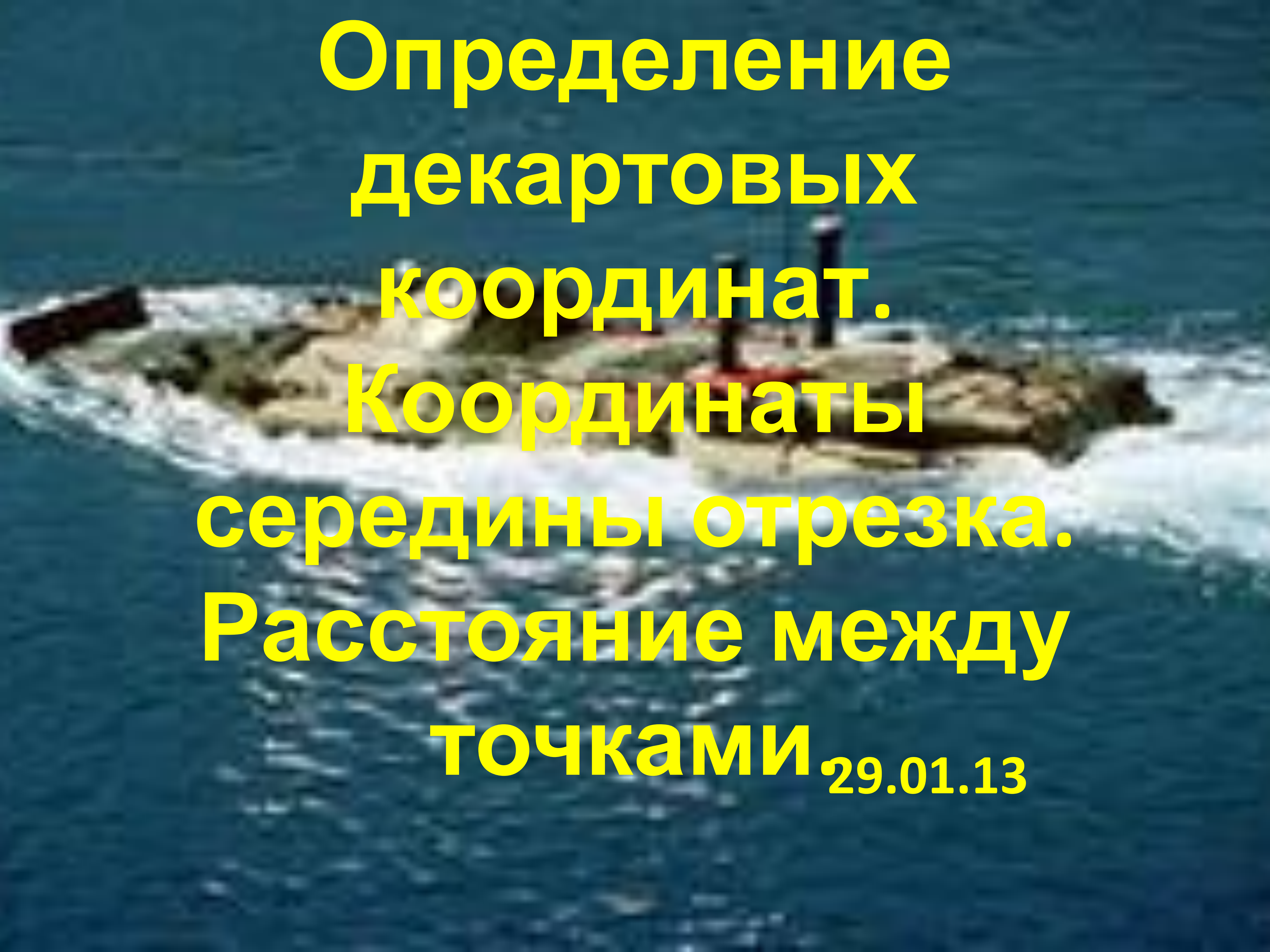
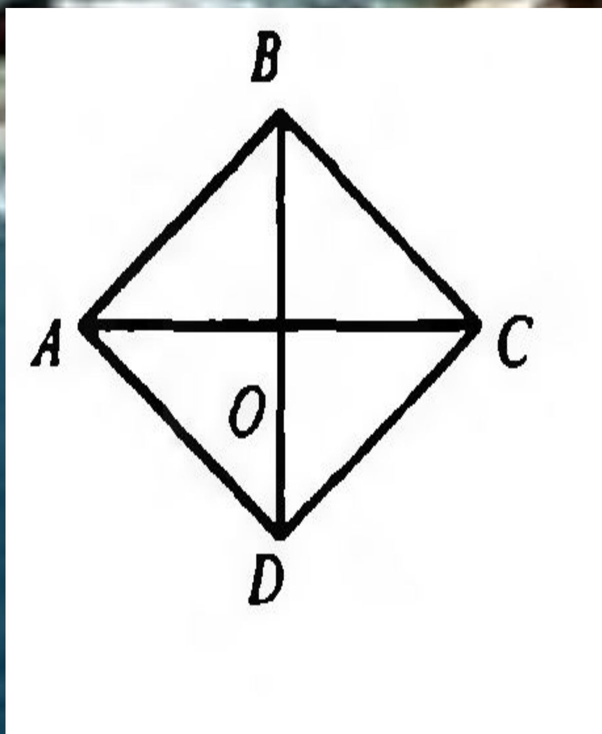


Определение декартовых координат. Координаты середины отрезка. Расстояние между точками.

29.01.13

Диагонали ромба равны 4 см и 2см.

Вычислите углы ромба



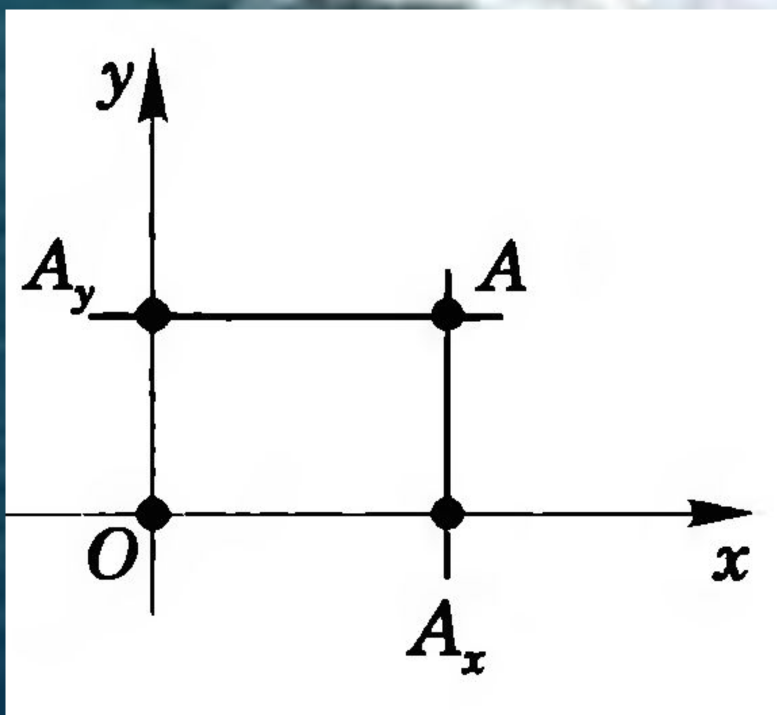
Декартовы координаты на плоскости

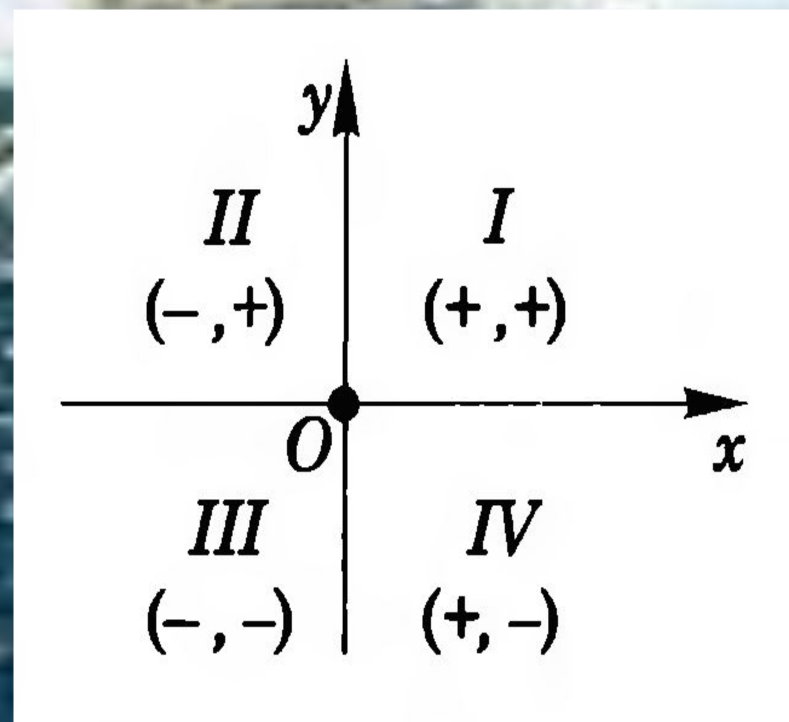
Рене Декарт родился в 1596 г. в городе Лаэ на юге Франции, в дворянской семье. Отец хотел сделать из Рене офицера. Для этого в 1613 г. он отправил Рене в Париж. Много лет пришлось Декарту пробыть в армии, участвовать в военных походах в Голландии, Германии, Венгрии, Чехии, Италии, в осаде крепости гугенотов Ла-Рошали. Но Рене интересовала философия, физика и математика. Вскоре по приезде в Париж он познакомился с учеником Виета, видным математиком того времени — Мерсеном, а затем и с другими математиками Франции. Будучи в армии, Декарт все свое свободное время отдавал занятиям математикой. Он изучил алгебру немецких, математику французских и греческих ученых.

Р. Декарт — французский ученый (1596—1650)

Проведем на плоскости через точку O две взаимно перпендикулярные прямые x и y — **оси координат** (рис. 170). Ось x (она обычно горизонтальная) называется **осью абсцисс**, а ось y — **осью ординат**. Точкой пересечения O — **началом координат** — каждая из осей разбивается на две полуоси. Условимся одну из них называть **положительной**, отмечая ее стрелкой, а другую — **отрицательной**.

Каждой точке A плоскости мы сопоставим пару чисел — **координаты точки** — абсциссу (x) и ординату (y) по такому правилу.



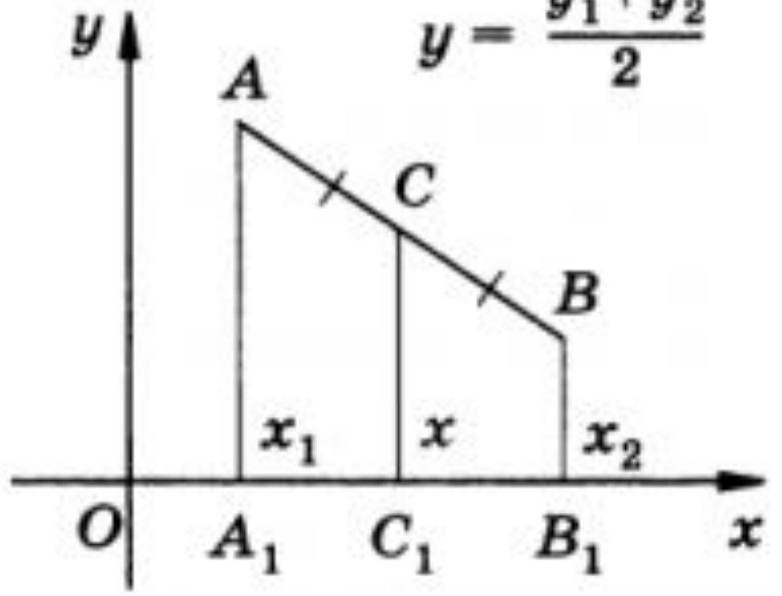


Координаты середины отрезка

Пусть $A\ (x_1;\ y_1)$ и $B\ (x_2;\ y_2)$ — две произвольные точки и $C\ (x;\ y)$ — середина отрезка AB. Найдем координаты x, y точки C.

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Рассмотрим сначала случай, когда отрезок AB не параллелен оси y, т. е. $x_1 \neq x_2$. Проведем через точки A, B, C прямые, параллельные оси y (рис. 173). Они пересекут ось x в точках A_1 $(x; 0)$, B_1 $(x_2; 0)$, C_1 $(x; 0)$. По теореме Фалеса точка C_1 будет серединой отрезка A_1B_1.

Так как точка C_1 — середина отрезка A_1B_1, то $A_1C_1 = B_1C_1$, а значит, $|x - x_1| = |x - x_2|$. Отсюда следует, что либо $x - x_1 = x - x_2$, либо $x - x_1 = -(x - x_2)$. Первое равенство невозможно, так как $x_1 \neq x_2$. Поэтому верно второе. А из него получается формула $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

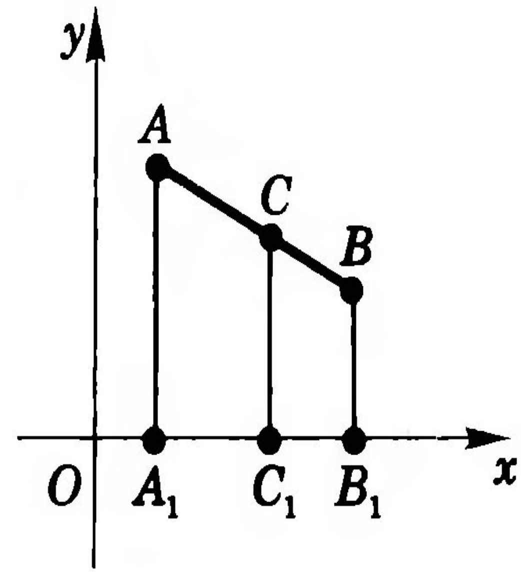


Рис. 173

Если $x_1 = x_2$, т. е. отрезок AB параллелен оси y, то все три точки A_1, B_1, C_1 имеют одну и ту же абсциссу. Значит, формула остается верной и в этом случае.

Ордината точки C находится аналогично. Через точки A, B, C проводятся прямые, параллельные оси x. Получается формула

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Задача (15).

Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $A\ (1;\ 0)$, $B\ (2;\ 3)$, $C\ (3;\ 2)$. Найдите координаты вершины D и точки пересечения диагоналей.

Решение.

Точка пересечения диагоналей является серединой каждой из них. Поэтому она является серединой отрезка AC, а значит, имеет координаты

$$x = \frac{1+3}{2} = 2,\ y = \frac{0+2}{2} = 1.$$

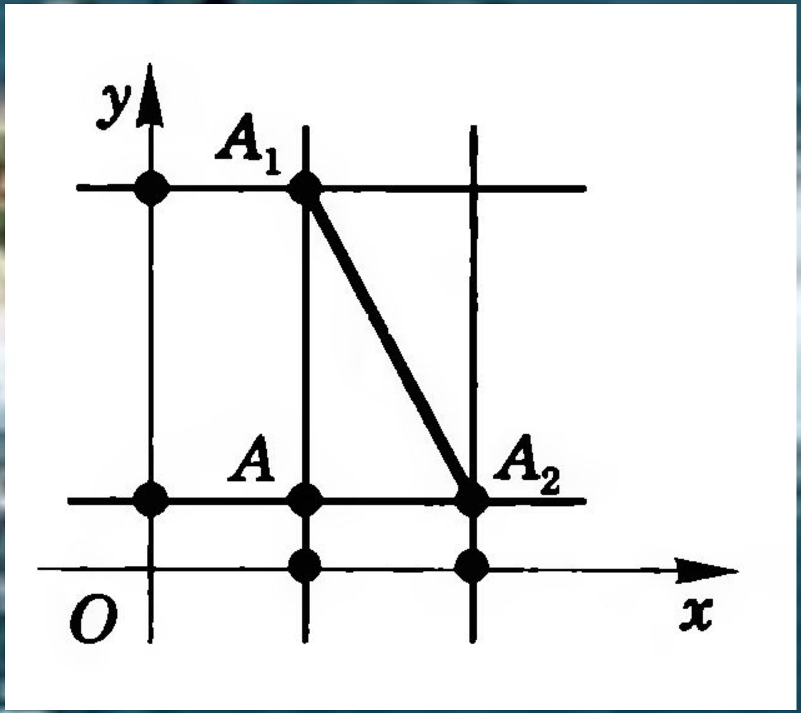
Теперь, зная координаты точки пересечения диагоналей, находим координаты x, y четвертой вершины D. Пользуясь тем, что точка пересечения диагоналей является серединой отрезка BD, имеем:

$$\frac{2+x}{2} = 2,\ \ \frac{3+y}{2} = 1.$$

Отсюда $x = 2$, $y = -1$.

Расстояние между двумя точками

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$



Задача (19).

Найдите на оси x точку, равноудаленную от точек (1; 2) и (2; 3).

Решение.

Пусть (x; 0) — искомая точка. Приравняв расстояния от нее до данных точек, получим:

$$(x-1)^2+(0-2)^2=(x-2)^2+(0-3)^2.$$

Отсюда находим $x=4$. Значит, искомая точка есть (4; 0).

Это надо знать

- Координаты середины отрезка.
  - $\mathbf{x} = \frac{x_1+x_2}{2}$; $\quad y = \frac{y_1+y_2}{2}$
- Формула расстояния между двумя точками.

$$d^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$$

- где d – расстояние между точками $A_1(x_1;y_1)$ и $A_2(x_2;y_2)$

Задание на самоподготовку

- П.71-73 стр.100-103, №1,9,14,20.