ТЕМА УРОКА:

«Касательная. Уравнение касательной»

Девиз урока:

- Плохих идей не бывает
- Мыслите творчески
- Рискуйте
- Не критикуйте

План урока

I Организационный момент

II Актуализация материала

III Подготовка к изучению нового материала

IV Изучение нового материала

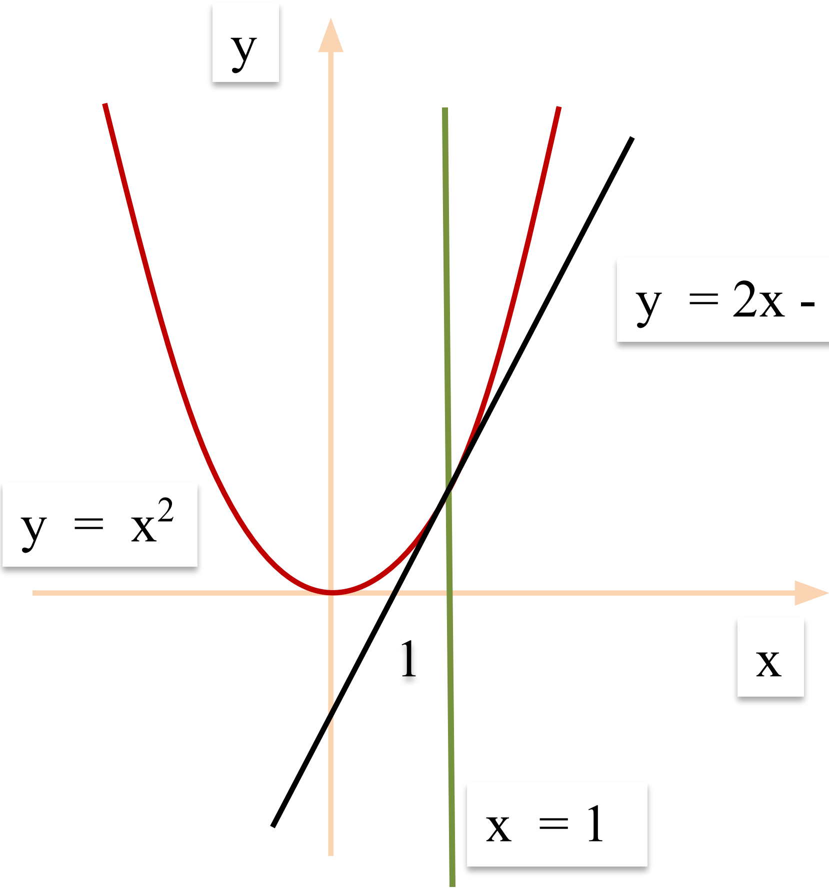
V Закрепление изученного материала

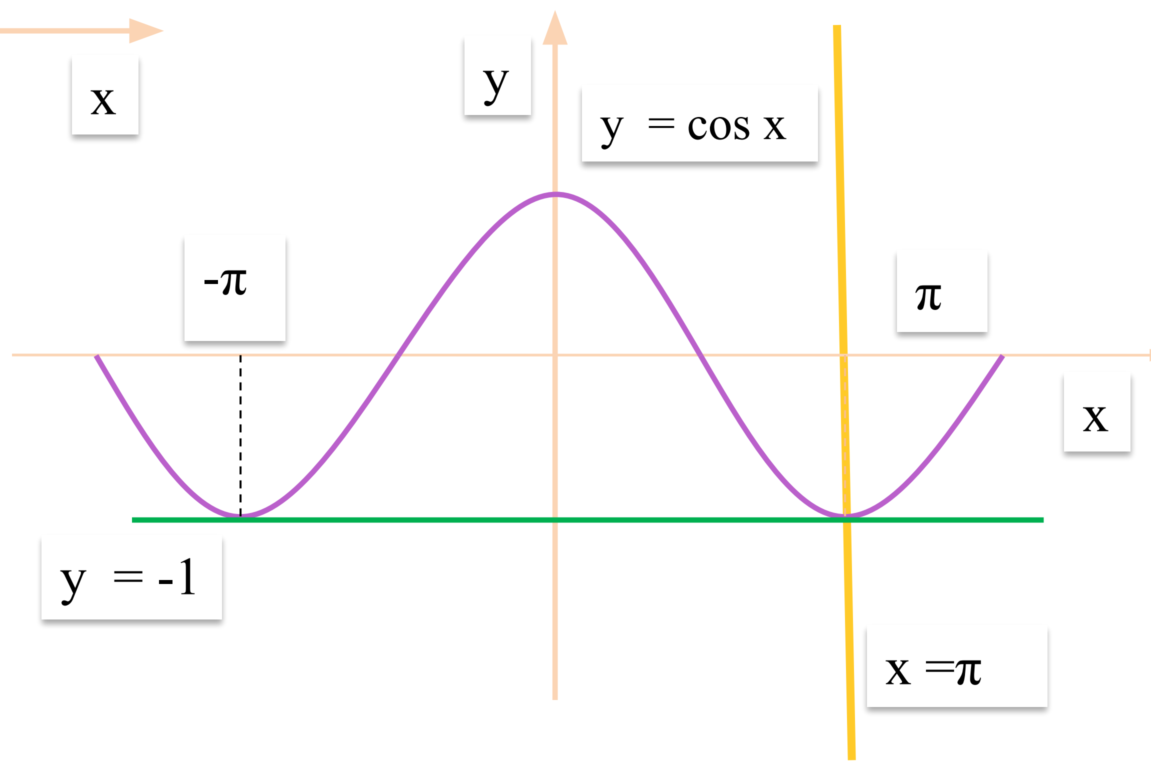
VI Подведение итогов урока

II Актуализация материала

Согласны ли вы с утверждением:

- **«Касательная – это прямая, имеющая с данной кривой одну общую точку»**


y
y = 2x - 1
y = x^2
1
x
x = 1


y
y = cos x
-π
π
x
y = -1
x =π

Цель урока

1) Ввести понятие касательной к графику функции в точке, выяснить, в чём состоит геометрический смысл производной, вывести уравнение касательной и научить находить его для конкретных функций.
2) Развитие логического мышления, исследовательских навыков, функционального мышления, математической речи.
3) Выработка коммуникативных навыков в работе

III Подготовка к изучению нового материала

Ответьте на вопросы:

1) Сформулируйте определение производной.
2) Какие из указанных прямых параллельны?

$y = 0{,}5x$; $y = -\ 0{,}5x$; $y = -\ 0{,}5x + 2$. Почему?

3) Отгадайте фамилию учёного

$f(x)$	$x^2 \cdot \sin\frac{\pi}{2} - x \cdot \cos\frac{\pi}{2}$	$x^2 - 3x + 4$	$\frac{1}{x^2} + 1$	$\frac{1}{3}\cos x$	$5tg\,x$	2x - 3
	А	Г	Ж	Л	Н	Р

$f'(x)$	$-\frac{1}{3}\sin x$	2x	2x - 3	2	2x	$\frac{5}{\cos^2 x}$	$-\frac{2}{x^3}$
слово							

Умеете ли вы дифференцировать?

Таблица производных

$f(x)$	C	x^n	$\sqrt{x}$	$\sin x$	$\cos x$	$tg\, x$	$ctg\, x$
$f'(x)$	0	nx^{n-1}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	

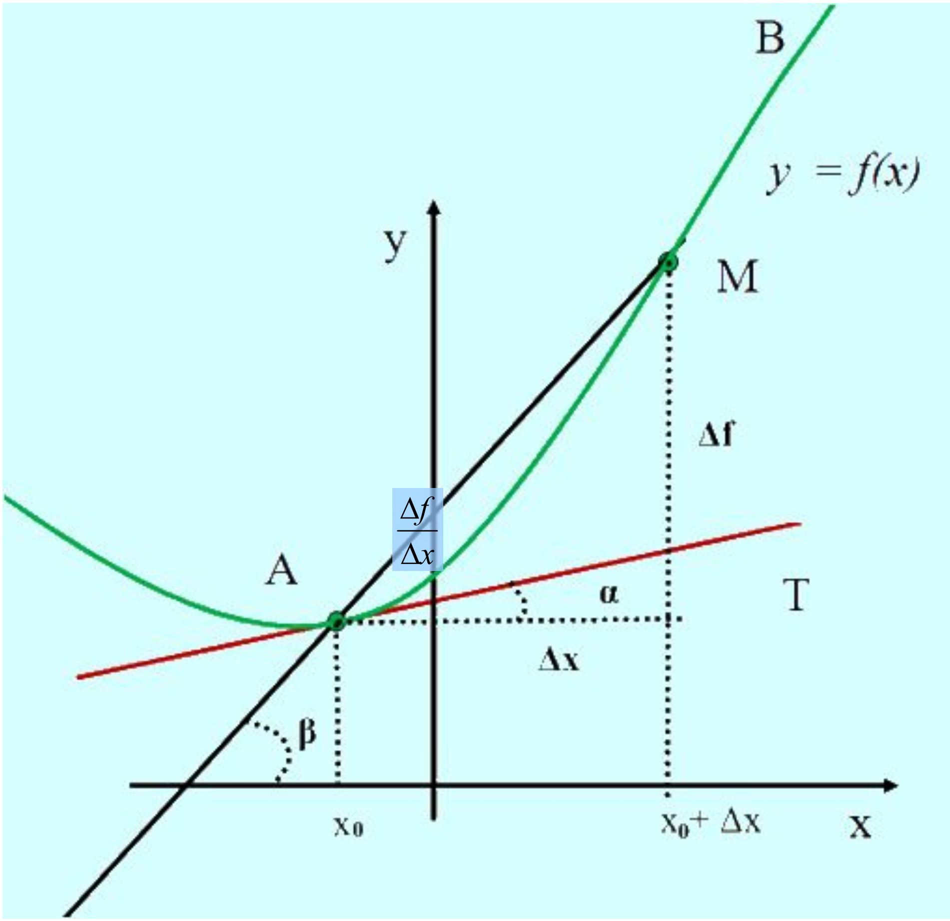
Правила дифференцирования

$-\frac{1}{\sin^2 x}$

$(u+v)' = u' + v'$	$(Cu)' = Cu'$	$(uv)' = u'v + v'u$
$(u(v(x)))' = u' \cdot v'$		$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

IV Изучение нового материала

Угловой коэффициент касательной



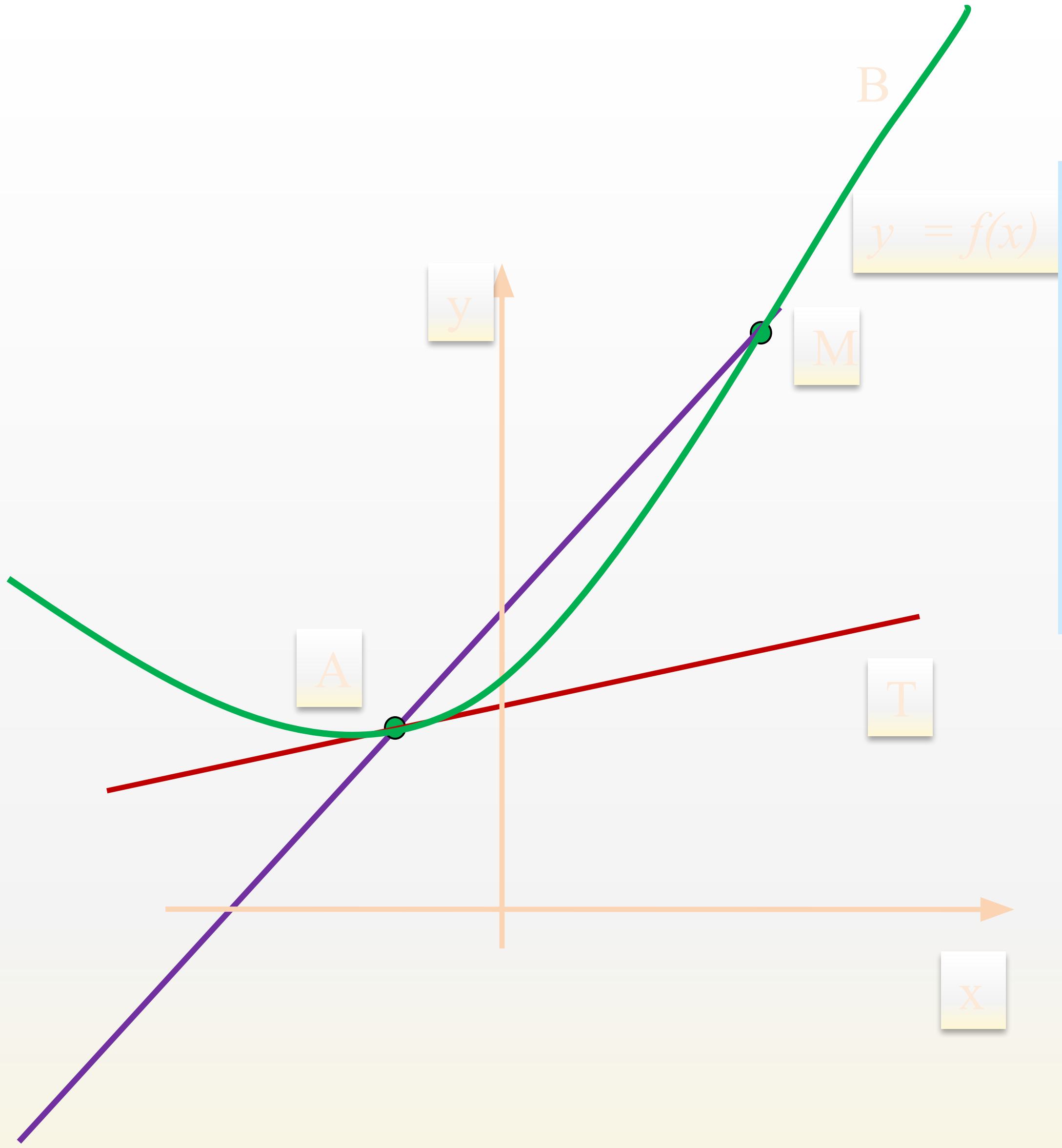
$y = f(x)$,

$A(x_0, f(x_0))$;

$M((x_0+\Delta x), f(x_0+\Delta x))$

AM – секущая

$k_{сек.} = tg\,\beta =$



$< TAM \to 0$, если

$AM \to 0$,

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \to f'(x_0)\ ,$$

если $\Delta x \to 0$

Касательная есть предельное положение секущей при $\Delta x \to 0$

Угловой коэффициент касательной к графику функции в точке равен значению производной в этой точке.

$$k_{кас.} = f'(x_0)$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

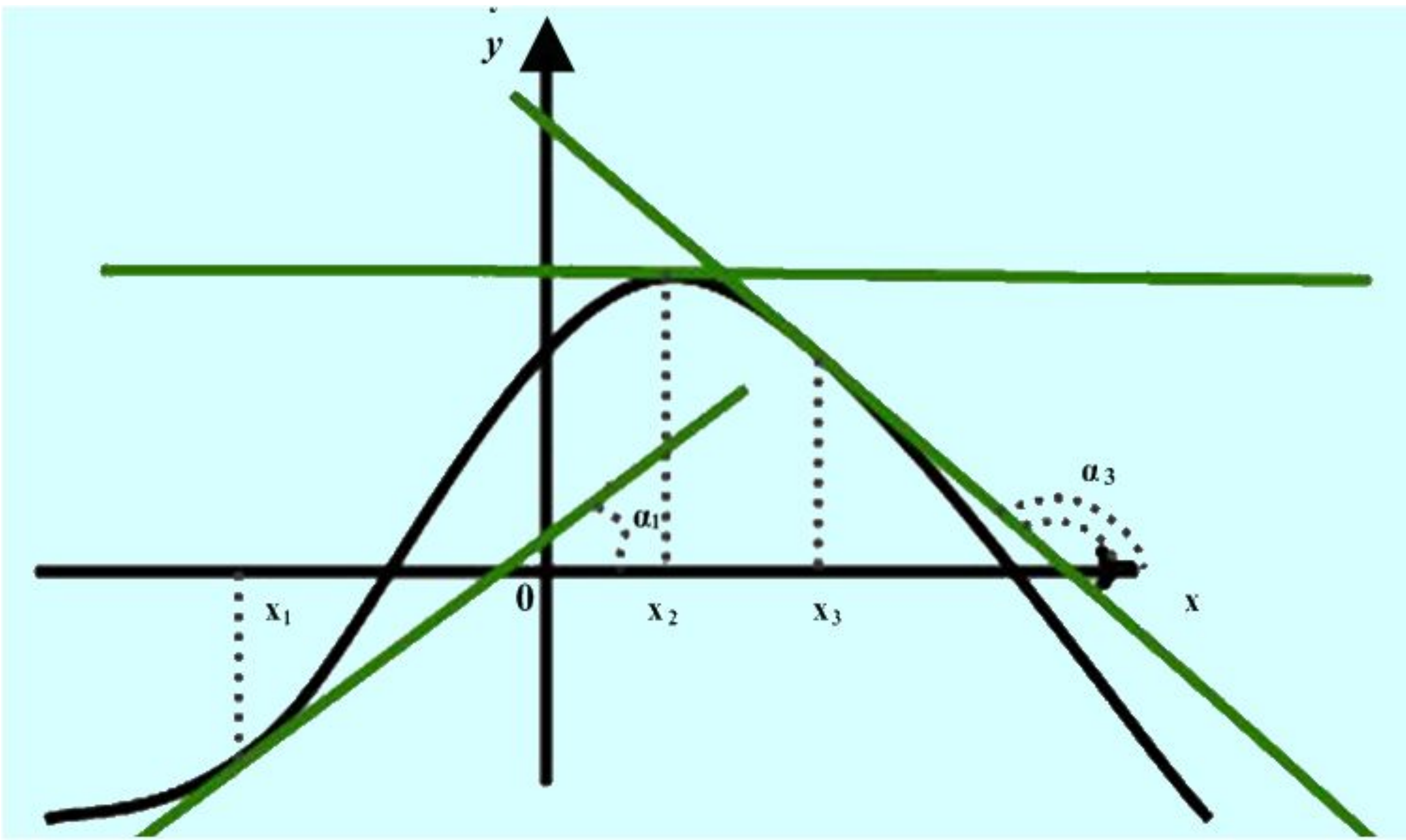
Касательная к графику дифференцируемой в точке x_0 функции f — это прямая, проходящая через точку $(x_0, f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $f'(x_0)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ

Применение

$f'(x_1)>0$ $f'(x_2)=0$ $f'(x_3)<0$

$\alpha_1 < 90^o$ $\alpha_2 = 0$ $\alpha_3 > 90^o$



Эскиз графика функции $y = \sin x$

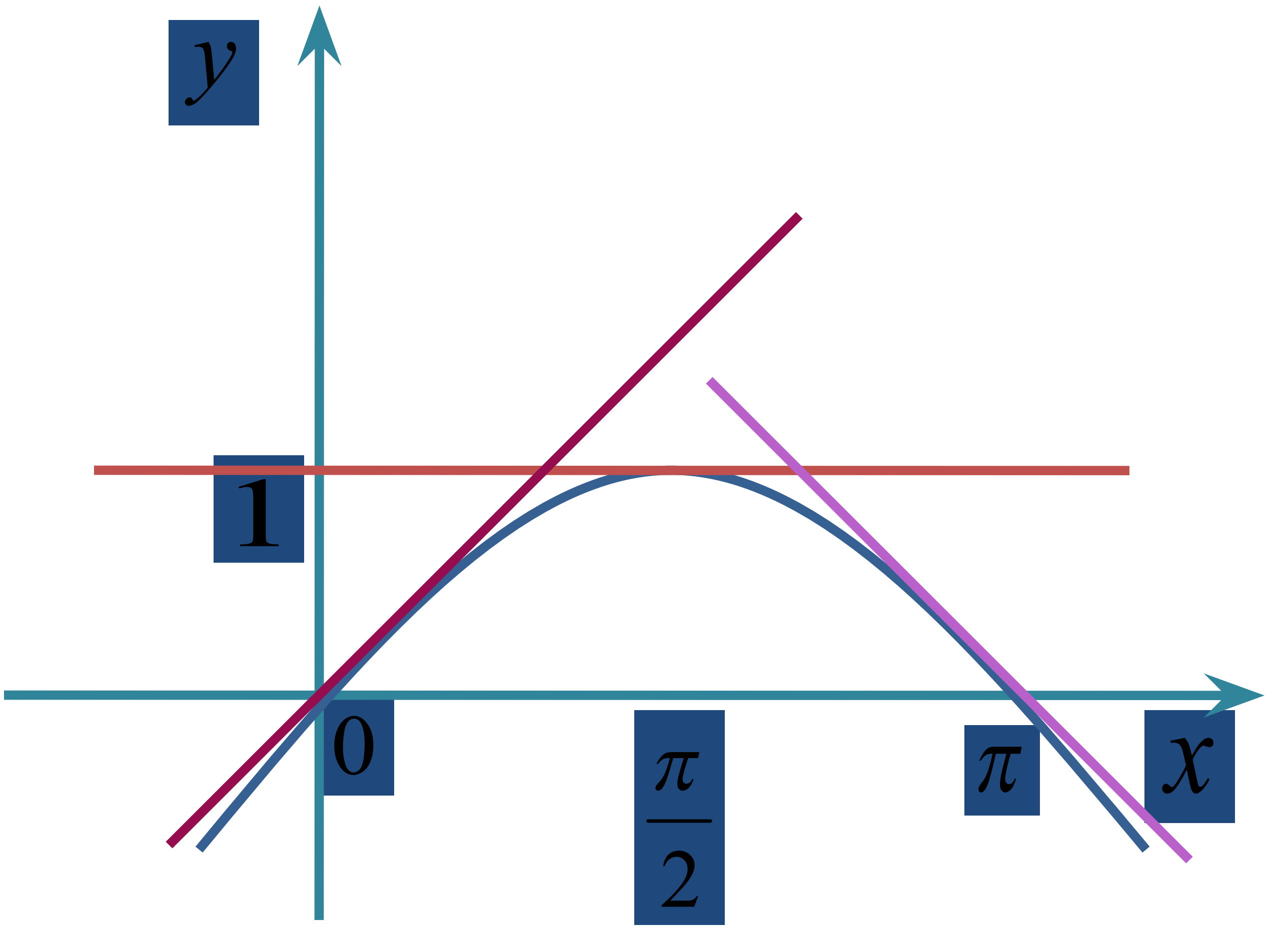
$$f'(0) = 1,\ f'(0{,}5\pi) = 0,\ f'(\pi) = -1$$

$y = x$,

$y = 1$,

$y = -x + \pi$

$y = \sin x$



Уравнение касательной

- $\boldsymbol{y = kx + b}$
  - $k = f'(x_0)$
  - $y = f'(x_0) \cdot x + b$
  - $f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$
  - $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$
- $\boldsymbol{y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)}$

Алгоритм

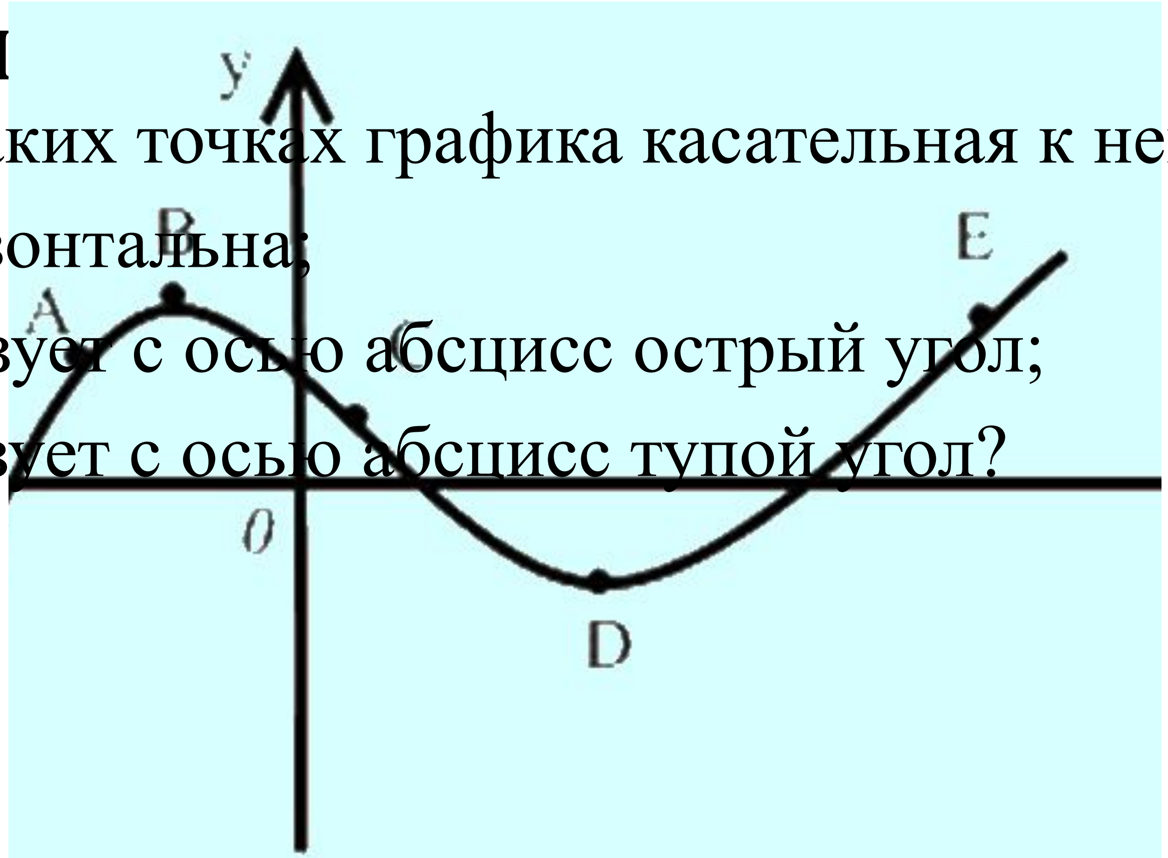
- 1. Значение функции в точке касания
- 2. Общая производная функции
- 3. Значение производной в точке касания
- 4. Подставить найденные значения в общее уравнение касательной.

Подведение итогов

- Что называется касательной к графику функции в точке?
- В чём заключается геометрический смысл производной?
- Сформулируйте алгоритм нахождения уравнения касательной в точке?

V Закрепление изученного материала

Реш



1. В каких точках графика касательная к нему

а) горизонтальна;

б) образует с осью абсцисс острый угол;

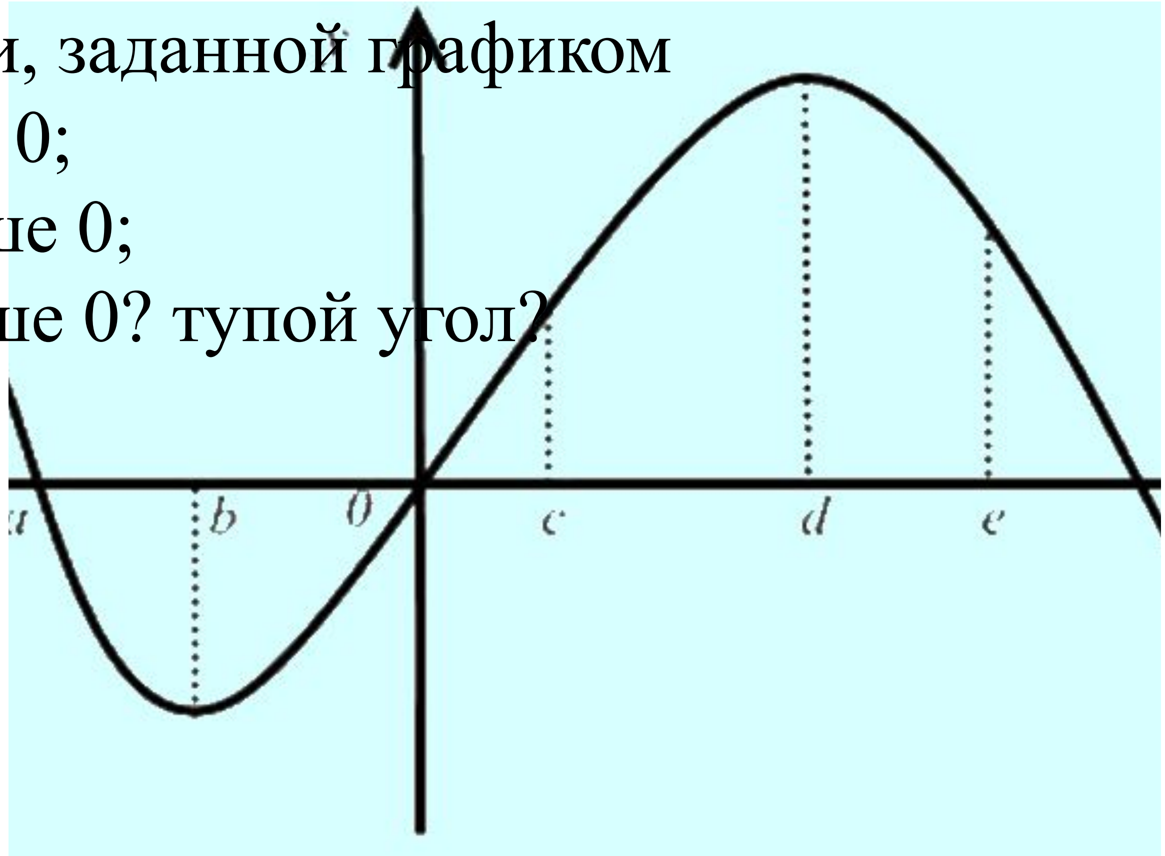
в) образует с осью абсцисс тупой угол?

2. При каких значениях аргумента производная функции, заданной графиком

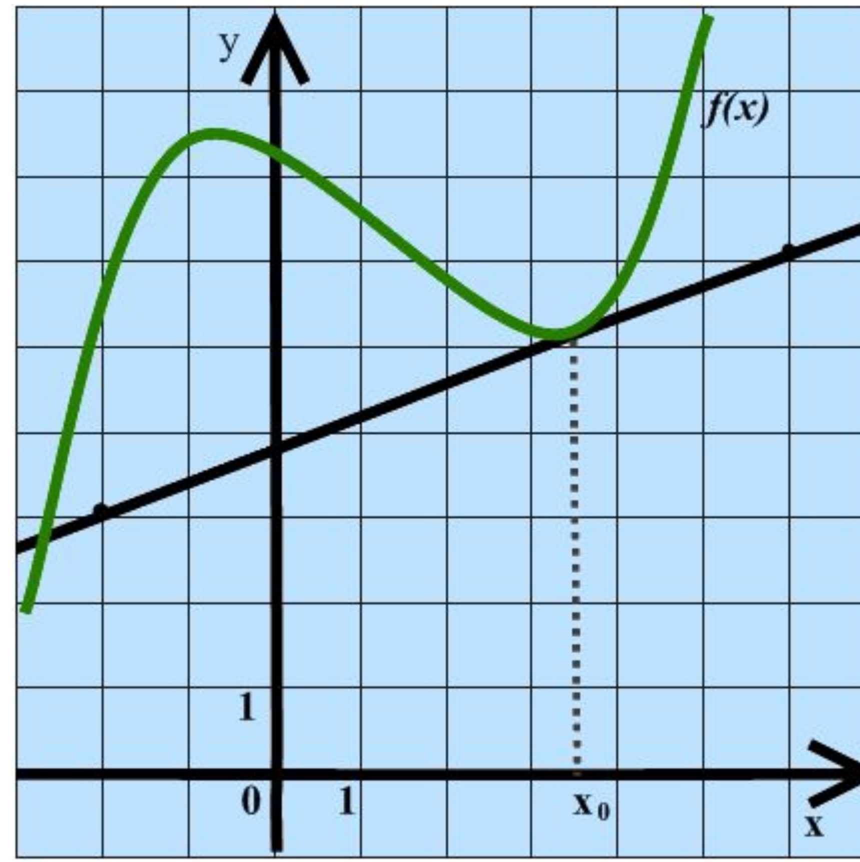
а) равна 0;

б) больше 0;

в) меньше 0? тупой угол?



3. На рисунке изображён график функции *f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0.



3. № 253 (а, б), № 254 (а, б)

Решение опорных задач

1. Если задана точка касания

Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x - 1$ в точке М с абсциссой –2.

2. По ординате точки касания.

Составить уравнение касательной в точке Графика $f(x) = \frac{3-x}{x+1}$ с ординатой $y_0 = 1$.

3. Заданного направления.

Написать уравнения касательной к графику $y = x^3 - 2x + 7$, параллельной прямой $y = x$.

4. Условия касания графика и прямой.

При каких b прямая $y = 0{,}5x + b$ является касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{x}$?

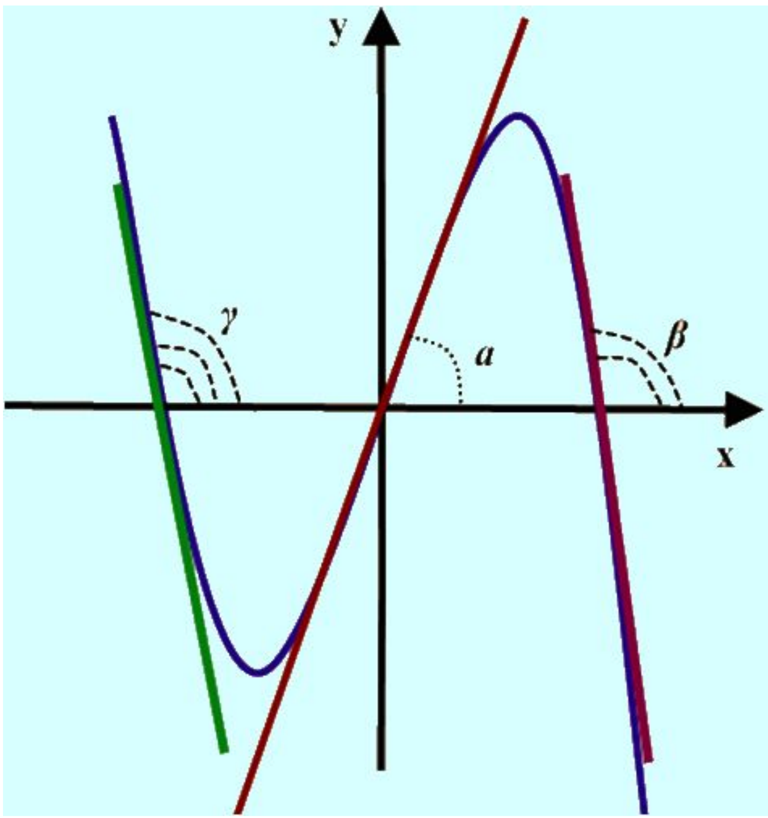
Самостоятельная работа

№	1 вариант	2 вариант	3 вариант
1	№ 255 (а)	№ 255 (б)	№ 255 (в)
2	№ 256 (а)	№ 256 (б)	№ 256 (в)
3	№ 257 (а)	№ 257 (б)	№ 257 (в)
4	Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.	Прямая $y = 6x + 8$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.	Прямая $y = 7x + 1$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$. Найдите абсциссу точки касания.

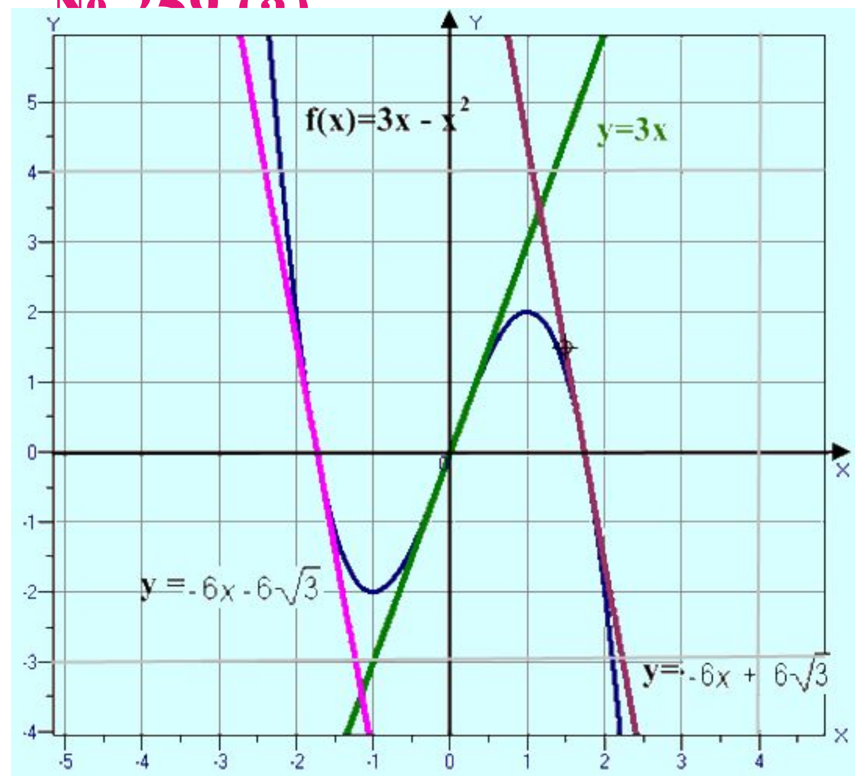
5. Нахождение угла пересечения графика функции и прямой.

Углом пересечения графика функции и прямой l называют угол, под которым в этой же точке прямую пересекает касательная к графику функции.

α, β, γ – углы пересечения



№ 259 (а)



№ 259 (а, б), № 260 (а)

Контролирующая самостоятельная работа

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 27$ в точке $x_0 = -3$. 2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5 – 0,5x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Выполните рисунок. 3. Выясните, является ли прямая $y = 0,5x + 0,5$ касательной к графику функции $y = \sqrt{x}$.	1.В каких точках касательная к графику функции $f(x) = 3x^2 -12x +7$ параллельна оси x? 2. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 4$ в точке с абсциссой $x_0 = - 2$. Выполните рисунок. 3. Выясните, является ли прямая $y = 12x – 10$ касательной к графику функции $y = 4x^3$.	1. В какой точке графика функции $y = \sqrt{x}$. касательная наклонена к оси абсцисс под углом 60^o? 2. Составьте уравнение касательной к графику функции, $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ параллельно прямой $y = 3x$. 3. Выясните, является ли прямая $y = x$ касательной к графику функции $y = \sin x$.

Подведение итогов урока

- Что называется касательной к графику функции в точке?
- В чём заключается геометрический смысл производной?
- Сформулируйте алгоритм нахождения уравнения касательной в точке?
- С какими опорными задачами познакомились?
- Достигли ли цели урока?

п. 19 (1, 2),

№ 253 (в), № 255 (г), № 256 (г),

№ 257 (г), № 259 (г).

Подготовить сообщение о Лейбнице

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Литература

- Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10—11 кл. общеобразовательных учреждений / А.Н. Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под. ред. А.Н.Колмогорова. - М.: Просвещение, 2004.
- 2. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса / Б.М.Ивлев, С.М.Саакян, С. И. Шварцбурд. - М.: Просвещение, 2003.
- 3. Мультимедийный диск фирмы «1С». 1С: Репетитор. Математика (ч. 1) + Варианты ЕГЭ. 2006.
- 4. Открытый банк заданий по математике/ http://mathege.ru/