Теория вероятности в заданиях ЕГЭ

<u>Вероятностью</u> *события А называют отношение числа* ***m*** *благоприятствующих этому событию исходов к общему числу* ***n*** *всех равновозможных несовместимых событий, которые могут произойти в результате одного испытания или наблюдения:*

$$P = \frac{m}{n}$$

Пусть ***k*** *– количество бросков монеты, тогда количество всевозможных исходов:* $n = 2^k$.

Пусть ***k*** *– количество бросков кубика, тогда количество всевозможных исходов:* $n = 6^k$.

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда "Меркурий" по очереди играет с командами "Марс", "Юпитер", "Уран". Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда "Меркурий"?

__Решение:__ Обозначим право владения первой мячом команды "Меркурий" в матче с одной из других трех команд как "Решка". Тогда право владения второй мячом этой команды – «Орел». Итак, напишем все возможные исходы бросания монеты три раза.

«О» – орел, «Р» – решка.

«Марс»	«Юпитер»	«Уран»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	О
Р	Р	Р

Итак, всего исходов получилось 8, нужных нам – 1, следовательно, вероятность выпадения нужного исхода 1/8 = 0,125.

Ответ: 0,125.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

320173

Решение:

Результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события «попал при первом выстреле», «попал при втором выстреле» и т.д. независимы.

Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность промаха равна 1 – 0,8 = 0,2.

1 выстрел: 0,8

2 выстрел: 0,8

3 выстрел: 0,8

4 выстрел: 0,2

5 выстрел: 0,2

По формуле умножения вероятностей независимых событий, получаем, что искомая вероятность равна:

$$0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}02048 \approx 0{,}02.$$

Ответ: 0,02.

По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

320202

Решение:

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна:

$$P_1 = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна:

$$P_2 = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий:

$$P_1 \cdot P_2 = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02.$$

Ответ: 0,02.

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

320203

Решение:

Рассмотрим события A = «в автобусе меньше 15 пассажиров» и B = «в автобусе от 15 до 19 пассажиров».

Их сумма – событие A + B = «в автобусе меньше 20 пассажиров». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: 0,94 = 0,56 + P(B),

$$\text{откуда } P(B) = 0{,}94 - 0{,}56 = 0{,}38.$$

Ответ: 0,38.

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

320205

__Решение:__

Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру.

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим:

$$0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125.$$

Ответ: 0,125.

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

320206

__Решение:__

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х – хорошая, О – отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$P(XXO) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128;$$
$$P(XOO) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}128;$$
$$P(OXO) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008;$$
$$P(OOO) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(XXO) + P(XOO) + P(OXO) + P(OOO) =$$
$$= 0{,}128 + 0{,}128 + 0{,}008 + 0{,}128 = 0{,}392.$$

Ответ: 0,392.

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

320207

Решение:

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам:

а) пациент болеет гепатитом, его анализ верен;

б) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$$P(A) = 0{,}9 \cdot 0{,}05 = 0{,}045,$$

$$P(B) = 0{,}01 \cdot 0{,}95 = 0{,}0095,$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0{,}045 + 0{,}0095 = 0{,}0545.$$

Ответ: 0,0545.

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

320210

Решение:

Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94.

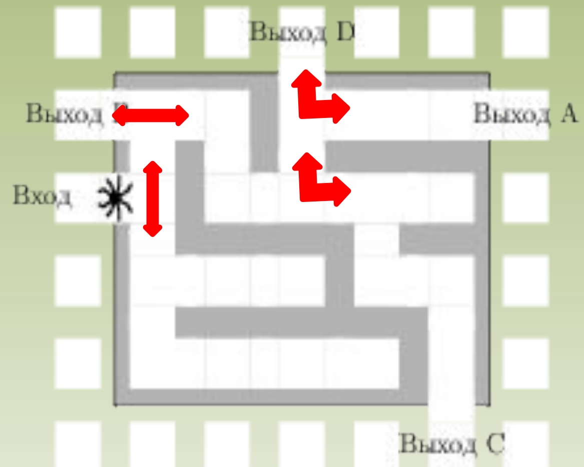
Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий:

$$0{,}94 \cdot 0{,}94 = 0{,}8836.$$

Ответ: 0,8836.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.

320212



__Решение:__

На каждой из четырех отмеченных развилок паук с вероятностью 0,5 может выбрать или путь, ведущий к выходу D, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения (паук дойдет до выхода D) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу D равна $(0,5)^4 = 0,0625$.

Ответ: 0,15625.