

Задачи на смеси и сплавы.

Метод Пирсона.



Правило креста или квадрат Пирсона

Пусть требуется приготовить раствор определенной концентрации. В распоряжении имеется два раствора с более высокой и менее высокой концентрацией, чем нужно.

Если обозначить массу первого раствора через m_1 , а второго — через m_2 , то при смешивании общая масса смеси будет складываться из суммы этих масс.

Пусть массовая доля растворённого вещества в первом растворе — ω_1 , во втором — ω_2 , а в их смеси — ω_3 .



ПРАВИЛО КРЕСТА ИЛИ КВАДРАТ ПИРСОНА

Тогда общая масса растворённого вещества в смеси будет складываться из масс растворённого вещества в исходных растворах:

$$m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 = \omega_3(m_1 + m_2),$$

$$m_1(\omega_1 - \omega_3) = m_2(\omega_3 - \omega_2),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\omega_3 - \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_3)}$$

Очевидно, что отношение массы первого раствора к массе

второго раствора есть отношение разности массовых долей растворённого вещества в смеси и во втором растворе к разности соответствующих величин в первом растворе и в смеси.



При решении задач на растворы с разными концентрациями чаще всего применяют диагональную схему правила смешения или квадрат Пирсона.

При расчётах записывают одну над другой массовые доли растворённого вещества в исходных растворах, справа между ними – его массовую долю в растворе, который нужно приготовить, и вычитают по диагонали из большего меньшее значение

$$\begin{array}{ccc} \omega_1 & \searrow & \omega_3 \\ & \omega_3 & \nearrow \\ \omega_2 & \nearrow & \omega_3 - \omega_2 \\ & & \omega_1 - \omega_3 \end{array}$$

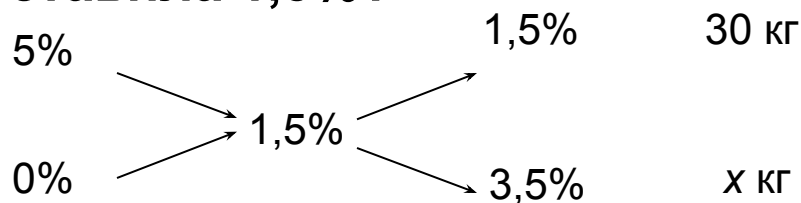
Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.

Задачи



Задача 1. Морская вода содержит 5% соли (по массе). Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составила 1,5%?

Решение:



$$\frac{1,5}{3,5} = \frac{30}{x}$$

$$x = \frac{30 \cdot 3,5}{1,5};$$

$$x=70$$

Ответ: 70 кг



Задача 2. Из сосуда, доверху наполненного 97% раствором кислоты, отлили 2 литра жидкости и долили 2 литра 45% раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 81% раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?

Решение:

$$\begin{array}{ccc} 97\% & & 36\% \quad (x-2) \text{ л} \\ & \searrow & \nearrow \\ & 81\% & \\ & \nearrow & \searrow \\ & & 2 \text{ л} \\ \frac{36}{16} & = & \frac{x-2}{2} \end{array}$$

45%
1
6
%

$$16(x-2) = 72;$$

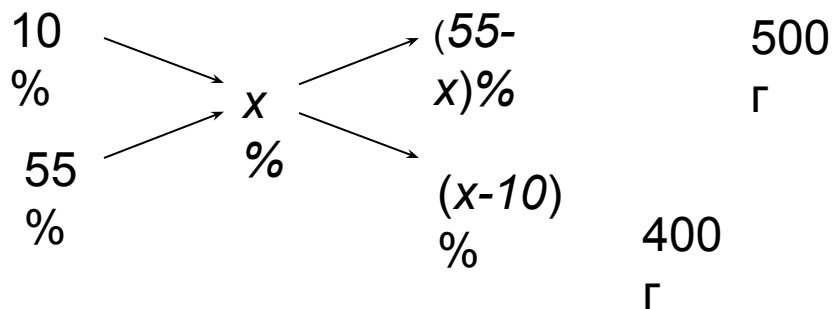
$$x = 6,5.$$

Ответ: 6,5 литров.



Задача 3. Смешали 500 г 10%-го раствора соли и 400 г 55%-го раствора соли. Определите концентрацию соли в смеси.

Решение:



$$\frac{55 - x}{x - 10} = \frac{500}{400}$$

$$\frac{55 - x}{x - 10} = \frac{5}{4}$$

$$5x - 50 = 220 - 4x;$$

$$9x = 270;$$

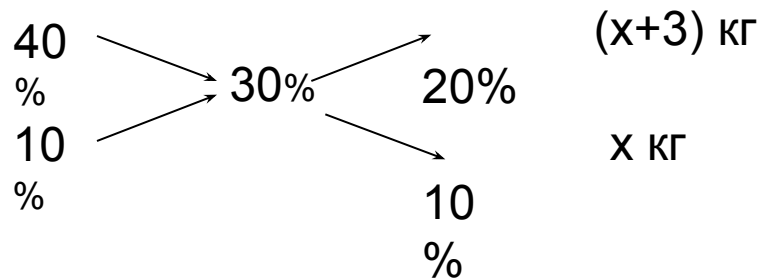
$$x = 30.$$

Ответ: концентрация соли в смеси двух исходных растворов 30%.



Задача 4. Имеются два слитка, содержащие медь. Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Процентное содержание меди в первом слитке – 10%, во втором – 40%. После сплавления этих двух слитков, получился слиток, процентное содержание меди в котором 30%. Определить массу полученного слитка.

Решение:



$$1) \frac{20}{10} = \frac{x+3}{x}$$

$$x + 3 = 2x;$$

$$x = 3;$$

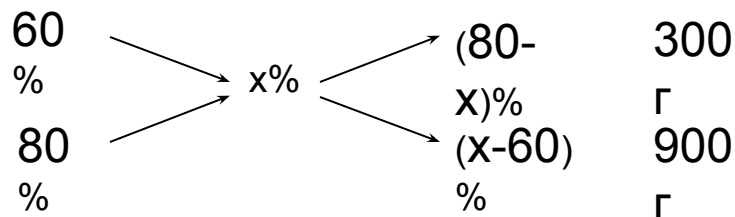
$$2) 6 + 3 = 9 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 9 килограммов.



Задача 5. Сплавляли 300 г сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в получившемся сплаве?

Решение:



$$\frac{80 - x}{x - 60} = \frac{300}{900}$$

$$x - 60 = 240 - 3x;$$

$$4x = 300;$$

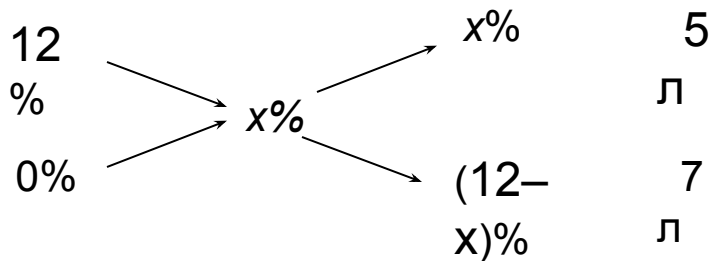
$$x = 75.$$

Ответ: 75%.



Задача 6. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:



$$\frac{x}{12 - x} = \frac{5}{7}$$

$$7x = 60 - 5x;$$

$$12x = 60;$$

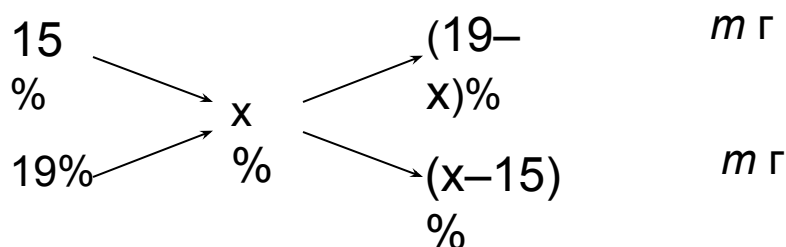
$$x = 5.$$

Ответ: 5%.



Задача 7. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:



$$\frac{19 - x}{x - 15} = \frac{m}{m}$$

$$19 - x = x - 15;$$

$$2x = 34;$$

$$x = 17.$$

Ответ: 17%.



Задача 8. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

15 %	↘	x %	↙	(25- x)%	4 л
25 %	↗		↘	(x-15) %	6 л

$$\frac{25 - x}{x - 15} = \frac{4}{6}$$

$$150 - 6x = 4x - 60;$$

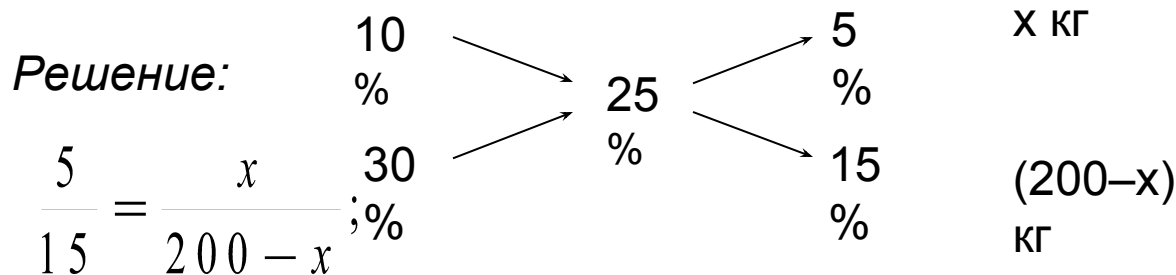
$$10x = 210;$$

$$x = 21.$$

Ответ: 21%.



Задача 9. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?



1)

$$\frac{5}{15} = \frac{x}{200 - x};$$

$$\frac{x}{200 - x} = \frac{1}{3};$$

$$3x = 200 - x;$$

$$4x = 200;$$

$$x = 50 \text{ (кг)} - \text{1-й сплав};$$

$$2) \quad 200 - 50 = 150 \text{ (кг)} - \text{2-й сплав};$$

$$3) \quad 150 - 50 = 100 \text{ (кг)} - \text{разница.}$$

Ответ: на 100 кг.



Задача 10. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение:

$$1) \quad \frac{10}{20} = \frac{x}{x+3};$$

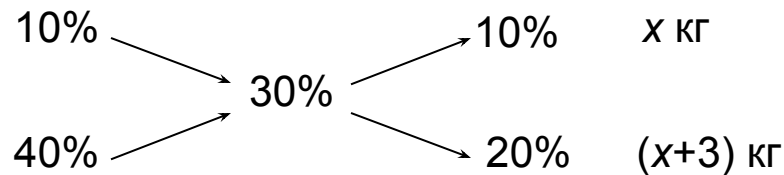
$$\frac{x}{x+3} = \frac{1}{2};$$

$$2x = x + 3;$$

$$x = 3 \quad (\text{кг}) \text{ — 1-й сплав;}$$

$$2) \quad 3 + 3 = 6 \quad (\text{кг}) \text{ — 2-й сплав;}$$

$$3) \quad 3 + 6 = 9 \quad (\text{кг}) \text{ — 3-й сплав.}$$



Ответ: 9 кг.

