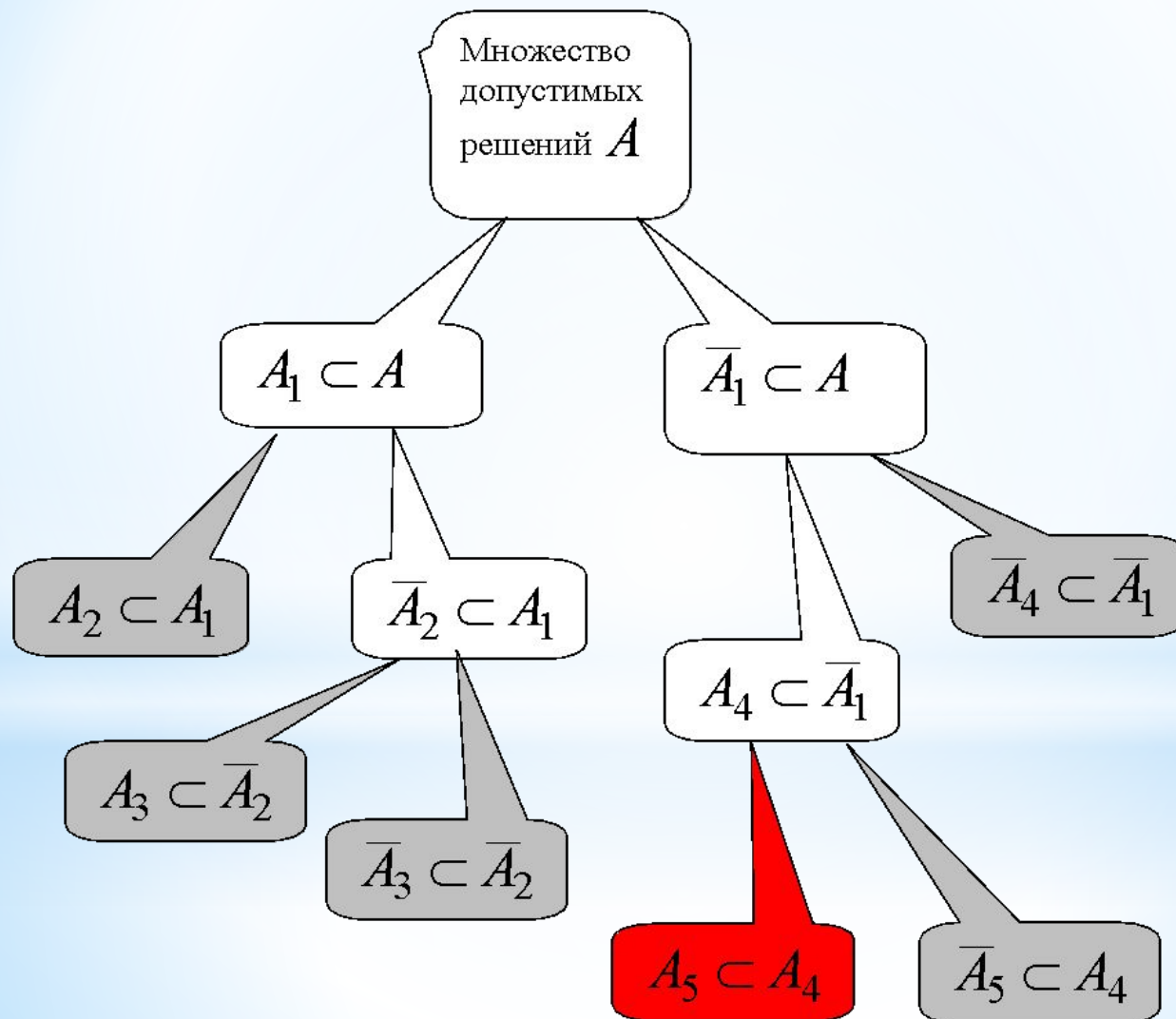
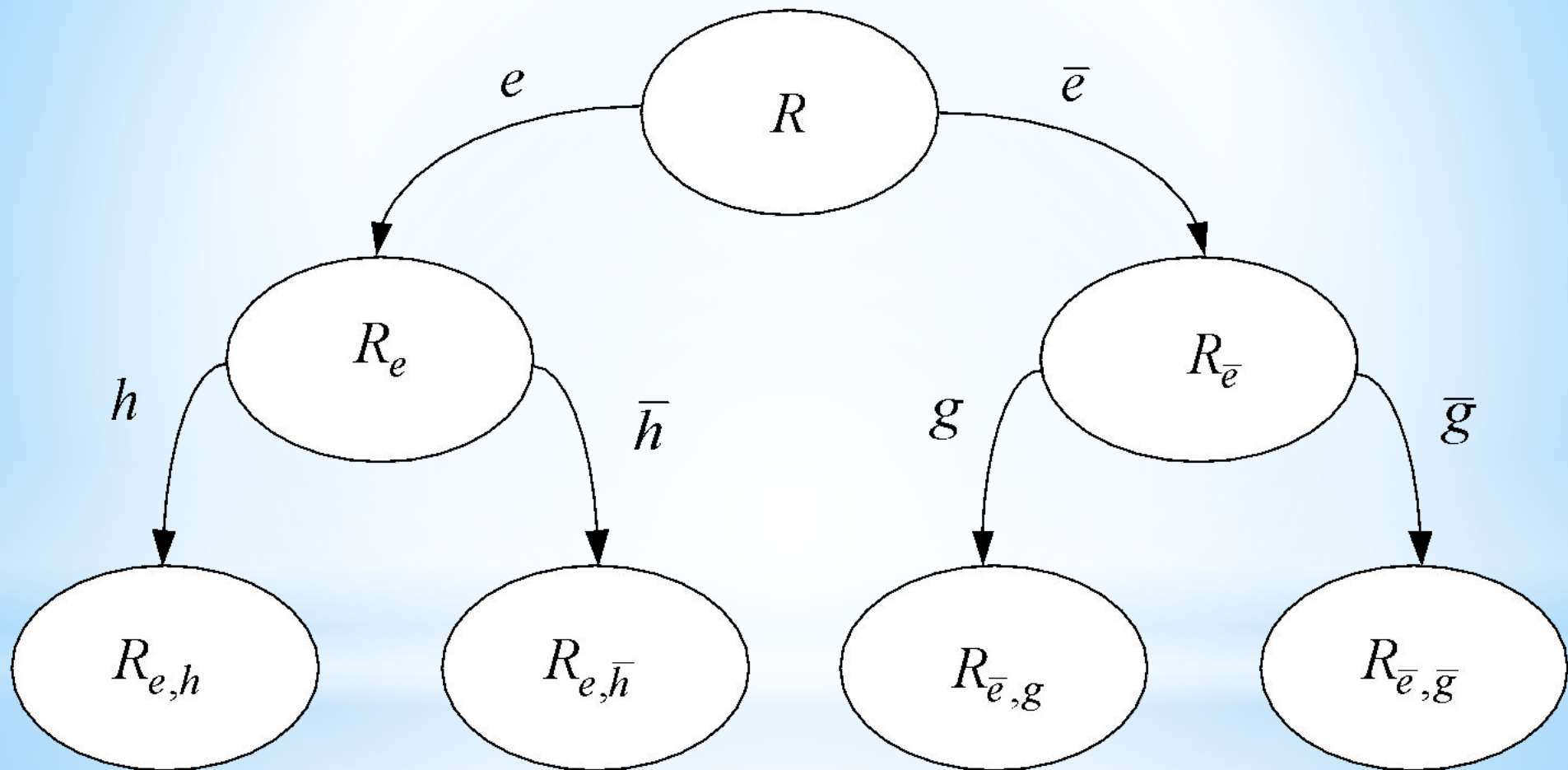


Общие принципы решения задач оптимизации методом ветвей и границ



Решение задачи о коммивояжере



Утверждение 1. Изменение всех элементов строки матрицы расстояний на одно и то же число не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.

Утверждение 2. Изменение всех элементов столбца матрицы расстояний на одно и то же число не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.

Если последовательно для каждой вершины $v_j \in V$ графа $G = (V, E)$

вычислить значения α_j и β_j , то величина $\gamma = \sum_{j=1}^{|V|} (\alpha_j + \beta_j)$ будет

составляющей веса кратчайшего кольцевого маршрута, но никогда его не превысит. Другими словами, γ можно использовать как нижнюю границу веса кратчайшего кольцевого маршрута.

Расстояния между городами, км

Город	1	2	3	4	5
1	∞	9	8	4	10
2	6	∞	4	5	7
3	5	3	∞	6	2
4	1	7	2	∞	8
5	2	4	5	2	∞

1	∞	9	8	4	10	4
2	6	∞	4	5	7	4
3	5	3	∞	6	2	2
4	1	7	2	∞	8	1
5	2	4	5	2	∞	2

13

1	∞	5	4	0	6
2	2	∞	0	1	3
3	3	1	∞	4	0
4	0	6	1	∞	7
5	0	2	3	0	∞

β_j

0	1	0	0	0
---	---	---	---	---

1

Утверждение 3. *Приведение матрицы расстояний не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.*

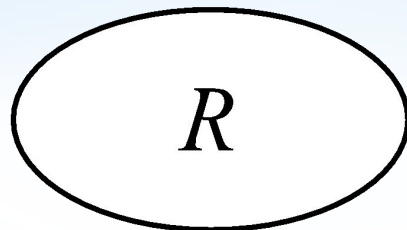
$$\gamma = \sum_i \alpha_i + \sum_j \beta_j = 13 + 1 = 14 - \text{сумма констант приведения}$$

R - множество всех допустимых решений (маршрутов);

Утверждение 4. $\varphi(R) = \gamma(R)$ - нижняя граница длины маршрута

Если бы после приведения матрицы расстояний все ее элементы были бы равны 0, то длина кратчайшего маршрута была бы равна γ .

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



1 2 3 4 5

1

∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	0
0	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

1 2 3 4 5

1

∞	4	4	∞	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	0
0	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

2

3

4

5

4

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

∞	4	4	0	6
2	∞	∞	1	3
3	0	∞	4	0
0	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	∞
0	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	0
0	5	1	∞	7
∞	1	3	0	∞

2

3

0

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	∞	∞	4	0
0	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	0
∞	5	1	∞	7
0	1	3	0	∞

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

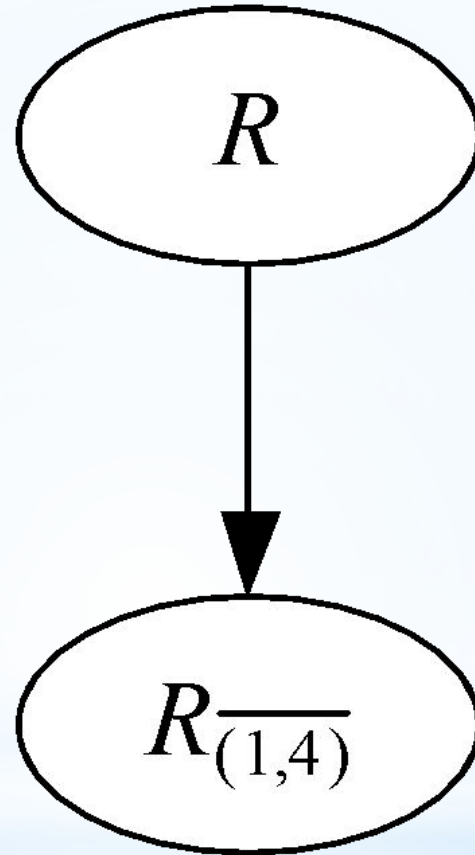
∞	4	4	0	6
2	∞	0	1	3
3	0	∞	4	0
0	5	1	∞	7
0	1	3	∞	∞

1

1

0

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

	1	2	3	5
2	2	∞	0	3
3	3	0	∞	0
4	∞	5	1	7
5	0	1	3	∞

a

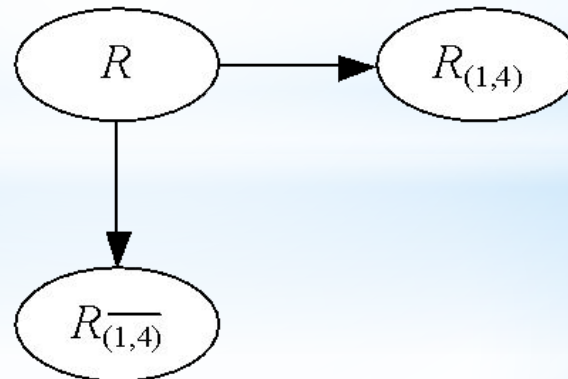


	1	2	3	5
2	2	∞	0	3
3	3	0	∞	0
4	∞	4	0	6
5	0	1	3	∞

b

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

c

	1	2	3	5
2	2	∞	0	3
3	3	0	∞	0
4	∞	4	∞	6
5	0	1	3	∞

	1	2	3	5
2	2	∞	0	3
3	3	0	∞	0
4	∞	0	∞	2
5	0	1	3	∞

4

	1	2	5
2	2	∞	3
3	3	0	0
5	0	1	∞

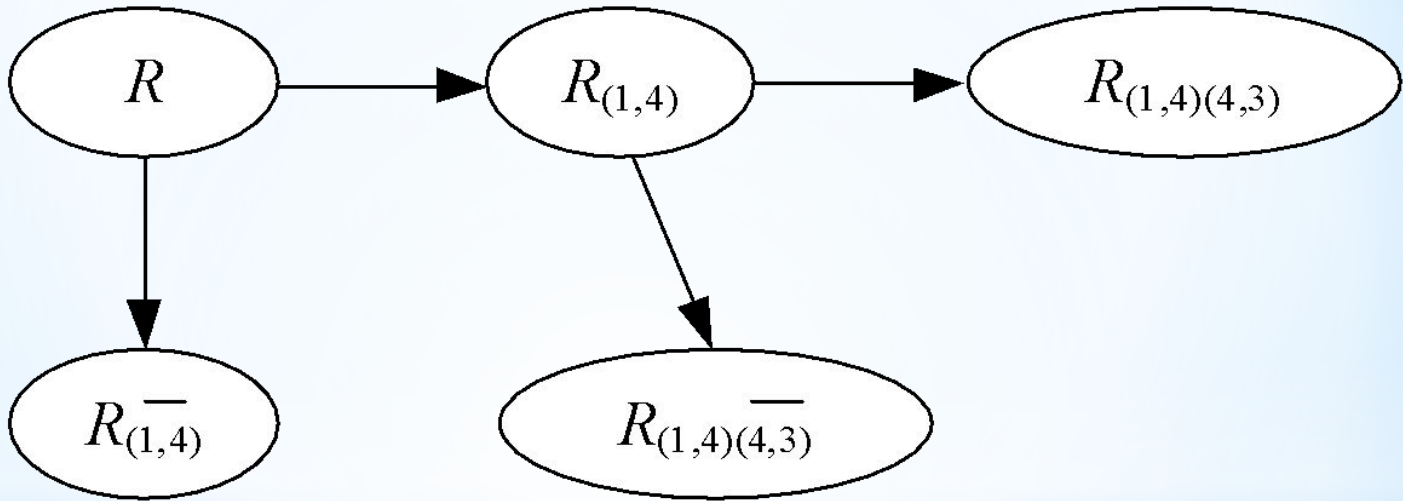
	1	2	5
2	0	∞	1
3	3	0	0
5	0	1	∞

2

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$

$$\varphi = 15 + 2 = 17$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

$$\varphi = 15 + 4 = 19$$

	1	2	5
2	∞	∞	1
3	3	0	0
5	0	1	∞

a



	1	2	5
2	∞	∞	0
3	3	0	0
5	0	1	∞

b

	2	5
3	∞	0
5	1	∞

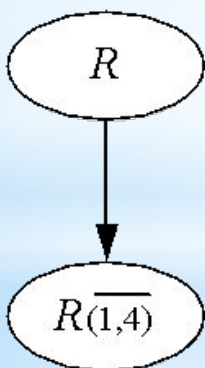
б



	2	5
3	∞	0
5	0	∞

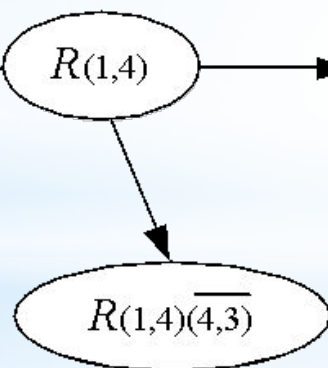
з

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



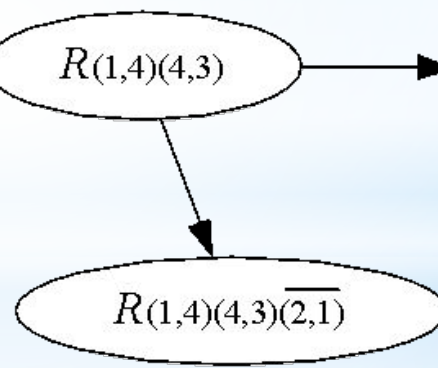
$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$



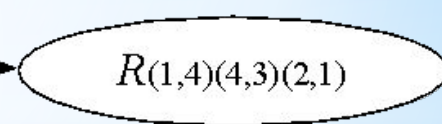
$$\varphi = 15 + 4 = 19$$

$$\varphi = 15 + 2 = 17$$



$$\varphi = 17 + 1 = 18$$

$$\varphi = 17 + 1 = 18$$



д

$$\varphi = 18 + 0 = 18$$

