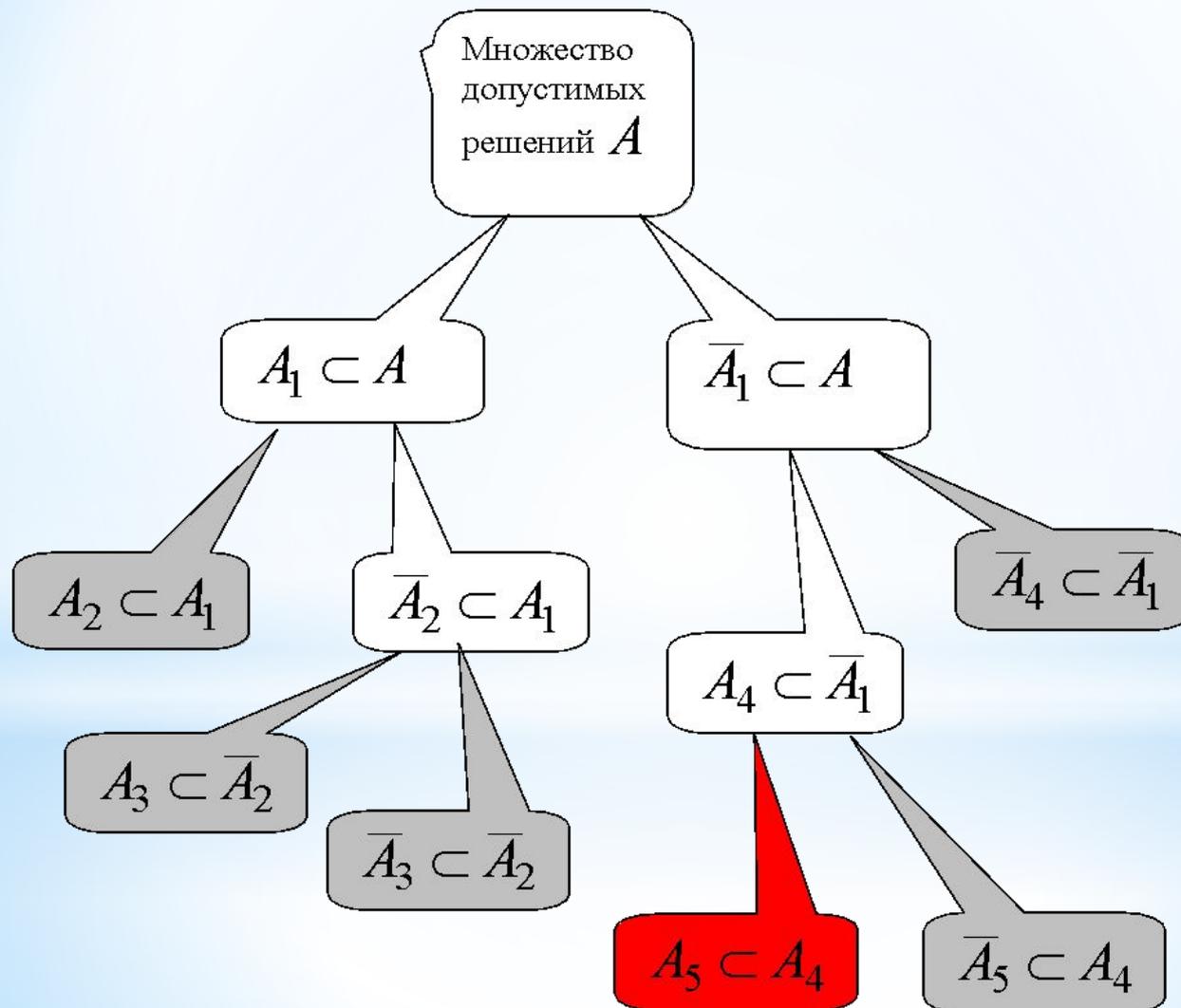
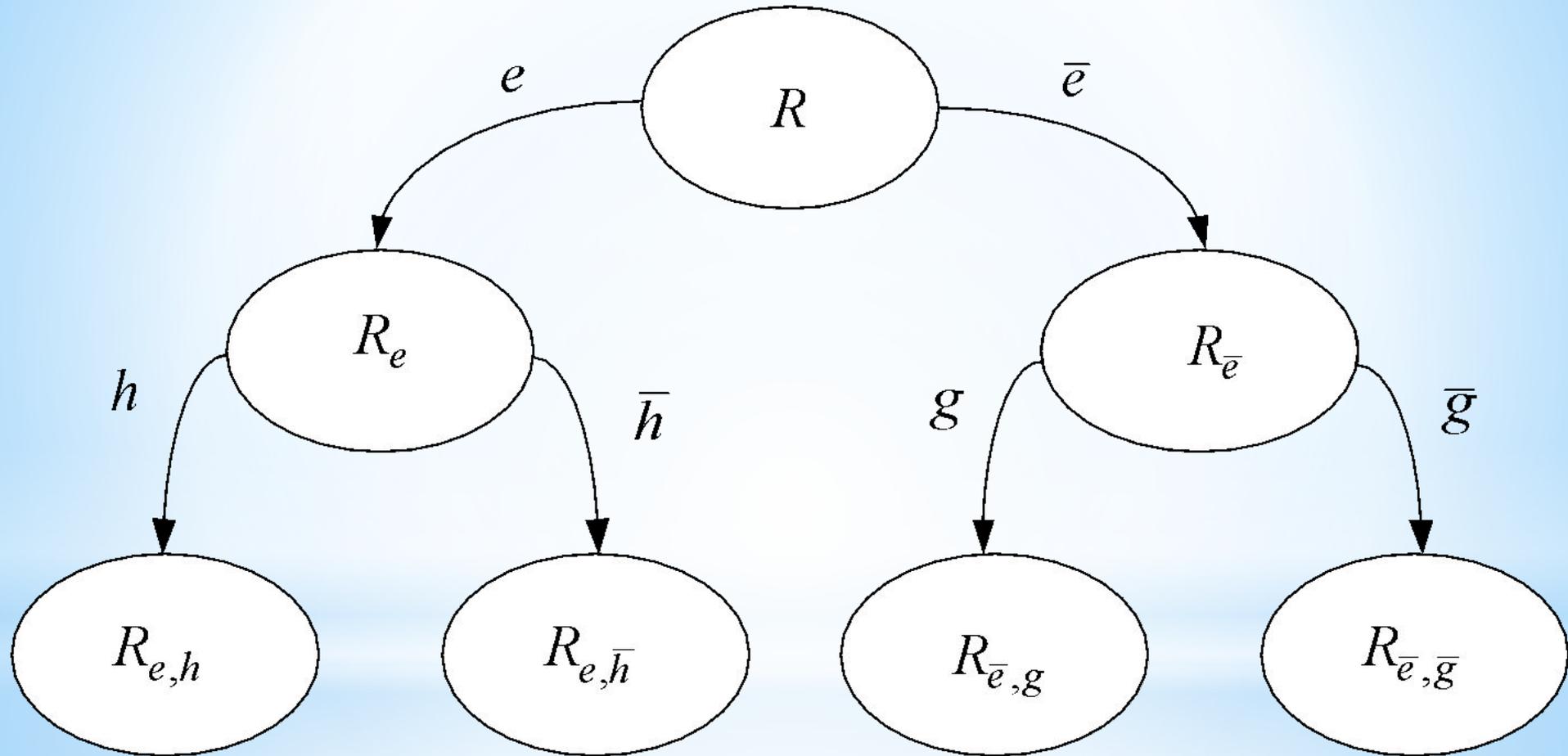


# Общие принципы решения задач оптимизации методом ветвей и границ



# Решение задачи о коммивояжере



**Утверждение 1.** Изменение всех элементов строки матрицы расстояний на одно и то же число не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.

**Утверждение 2.** Изменение всех элементов столбца матрицы расстояний на одно и то же число не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.

Если последовательно для каждой вершины  $v_j \in V$  графа  $G = (V, E)$

вычислить значения  $\alpha_j$  и  $\beta_j$ , то величина  $\gamma = \sum_{j=1}^{|V|} (\alpha_j + \beta_j)$  будет

составляющей веса кратчайшего кольцевого маршрута, но никогда его не превысит. Другими словами,  $\gamma$  можно использовать как нижнюю границу веса кратчайшего кольцевого маршрута.

## Расстояния между городами, км

Город	1	2	3	4	5
1	$\infty$	9	8	4	10
2	6	$\infty$	4	5	7
3	5	3	$\infty$	6	2
4	1	7	2	$\infty$	8
5	2	4	5	2	$\infty$

1	$\infty$	9	8	4	10	4
2	6	$\infty$	4	5	7	4
3	5	3	$\infty$	6	2	2
4	1	7	2	$\infty$	8	1
5	2	4	5	2	$\infty$	2

13

1	$\infty$	5	4	0	6
2	2	$\infty$	0	1	3
3	3	1	$\infty$	4	0
4	0	6	1	$\infty$	7
5	0	2	3	0	$\infty$

$\beta_j$

0	1	0	0	0
---	---	---	---	---

1

**Утверждение 3.** *Приведение матрицы расстояний не влияет на выбор оптимального маршрута коммивояжера.*

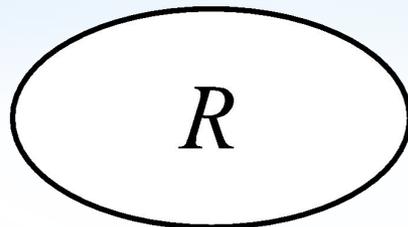
$$\gamma = \sum_i \alpha_i + \sum_j \beta_j = 13 + 1 = 14 - \text{сумма констант приведения}$$

$R$  - множество всех допустимых решений (маршрутов);

**Утверждение 4.**  $\varphi(R) = \gamma(R)$  - нижняя граница длины маршрута

Если бы после приведения матрицы расстояний все ее элементы были бы равны 0, то длина кратчайшего маршрута была бы равна  $\gamma$ .

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



1 2 3 4 5

1

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

2

3

4

5

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	$\infty$	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	$\infty$
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
$\infty$	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	$\infty$	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1 2 3 4 5

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
$\infty$	1	3	0	$\infty$

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
$\infty$	5	1	$\infty$	7
0	1	3	0	$\infty$

1

2

3

4

5

$\infty$	4	4	0	6
2	$\infty$	0	1	3
3	0	$\infty$	4	0
0	5	1	$\infty$	7
0	1	3	$\infty$	$\infty$

2

3

0

1

1

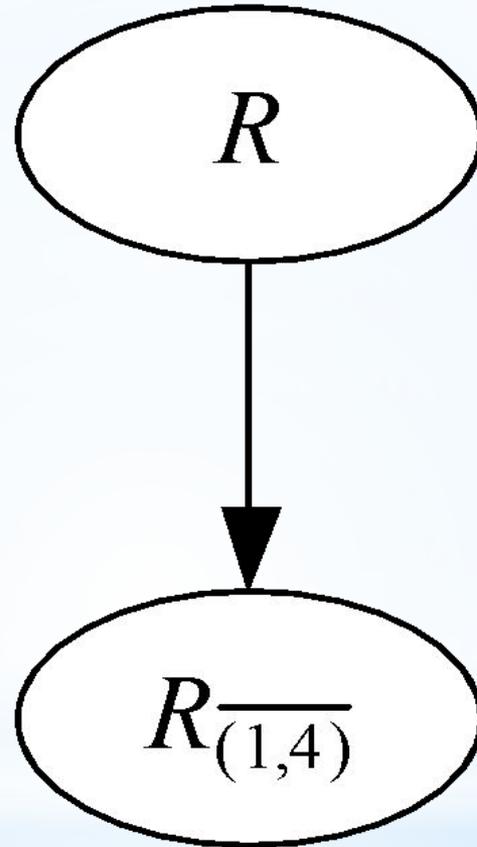
0

4

0

0

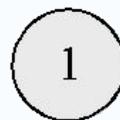
$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

	1	2	3	5
2	2	$\infty$	0	3
3	3	0	$\infty$	0
4	$\infty$	5	1	7
5	0	1	3	$\infty$

*a*

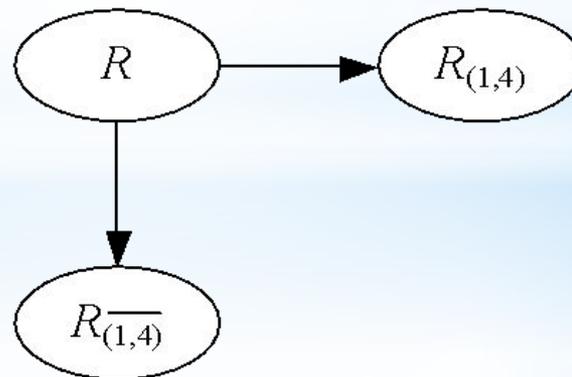


	1	2	3	5
2	2	$\infty$	0	3
3	3	0	$\infty$	0
4	$\infty$	4	0	6
5	0	1	3	$\infty$

*b*

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

*c*

	1	2	3	5
2	2	$\infty$	0	3
3	3	0	$\infty$	0
4	$\infty$	4	$\infty$	6
5	0	1	3	$\infty$

	1	2	3	5
2	2	$\infty$	0	3
3	3	0	$\infty$	0
4	$\infty$	0	$\infty$	2
5	0	1	3	$\infty$

4

	1	2	5
2	2	$\infty$	3
3	3	0	0
5	0	1	$\infty$

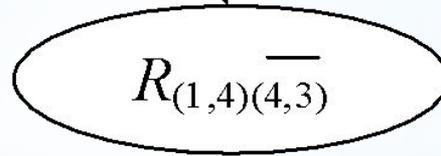
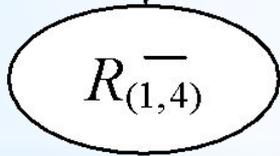
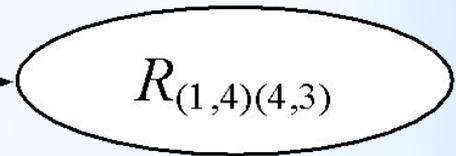
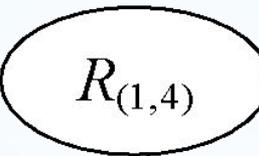
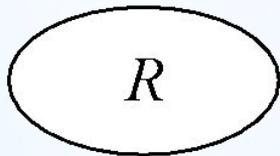
	1	2	5
2	0	$\infty$	1
3	3	0	0
5	0	1	$\infty$

2

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$

$$\varphi = 15 + 2 = 17$$



$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

$$\varphi = 15 + 4 = 19$$

	1	2	5
2	$\infty$	$\infty$	1
3	3	0	0
5	0	1	$\infty$

*a*



	1	2	5
2	$\infty$	$\infty$	0
3	3	0	0
5	0	1	$\infty$

*b*

	2	5
3	$\infty$	0
5	1	$\infty$

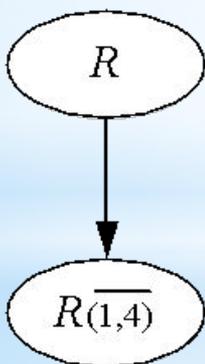
*б*



	2	5
3	$\infty$	0
5	0	$\infty$

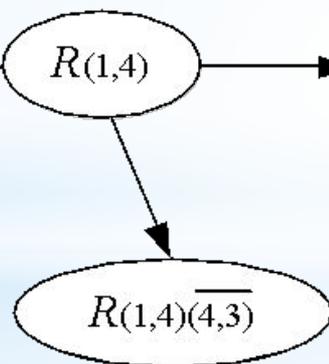
*з*

$$\varphi = 13 + 1 = 14$$



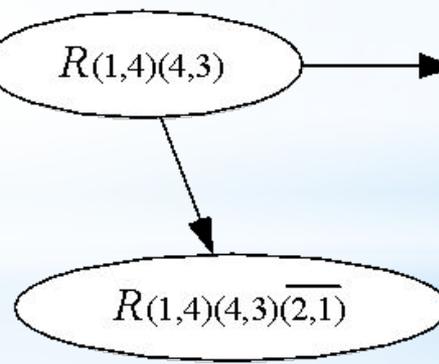
$$\varphi = 14 + 4 = 18$$

$$\varphi = 14 + 1 = 15$$



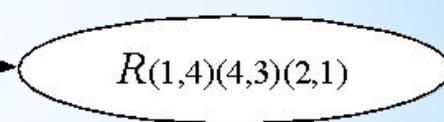
$$\varphi = 15 + 4 = 19$$

$$\varphi = 15 + 2 = 17$$



$$\varphi = 17 + 1 = 18$$

$$\varphi = 17 + 1 = 18$$



*д*

$$\varphi = 18 + 0 = 18$$

