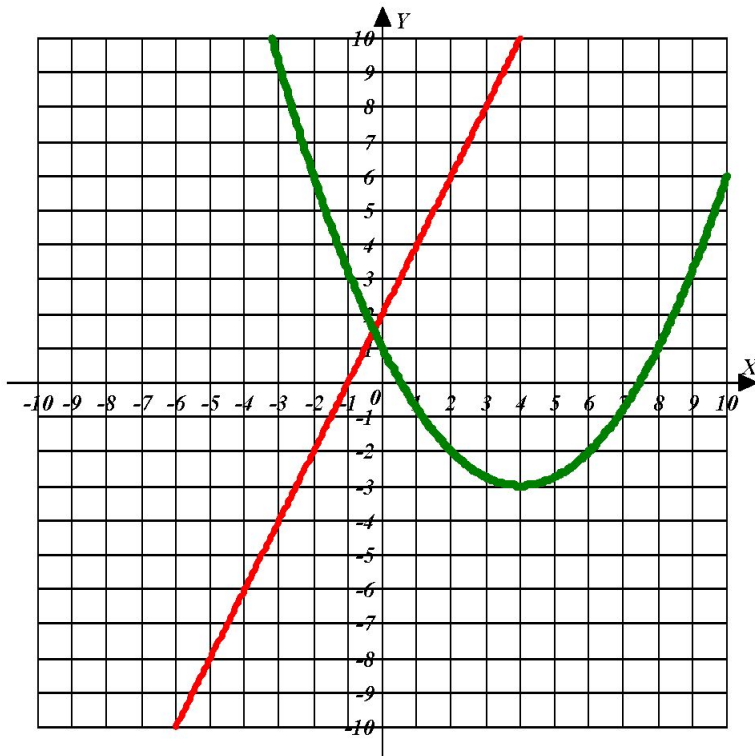


# Свойства функции

- *Обобщающий урок*



# План урока

- Повторение теоретического материала
  - Определения изученных свойств функции и отражение этих свойств на её графике
  - Перечисление свойств элементарных функций
- Теоретическая часть контроля
- Практическая часть контроля
- Решение заданий ГИА
- Подведение итогов
- Домашнее задание

# *Свойства функции*

- *свойства функции*

  - *монотонность*

  - *наибольшее и наименьшее значения*

  - *непрерывность*

  - *четность*

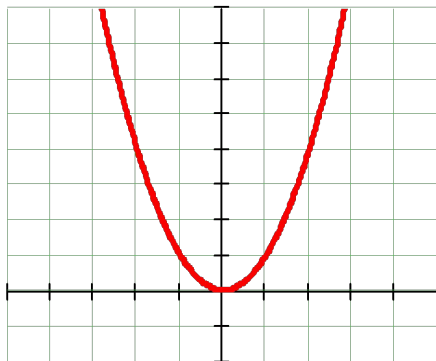
  - *выпуклость*

  - *ограниченность*

## ЧЕТНОСТЬ

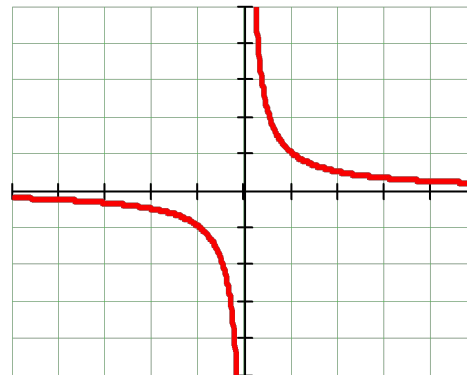
### Четная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если  $f(-x) = f(x)$  при любом  $x \in X$ . Четная функция симметрична относительно *оси ординат*.



### Нечетная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если  $f(-x) = f(x)$  при любом  $x \in X$ . Нечетная функция симметрична относительно *начала координат*.

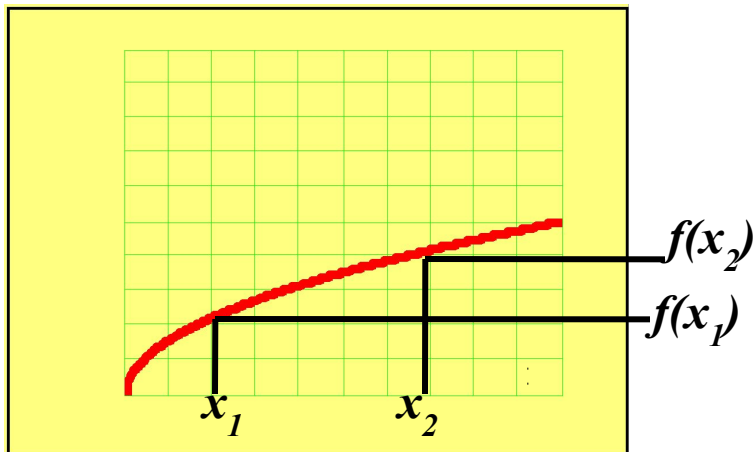


# Монотонность

## *Возрастающая*

Функцию  $y = f(x)$  называют возрастающей на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

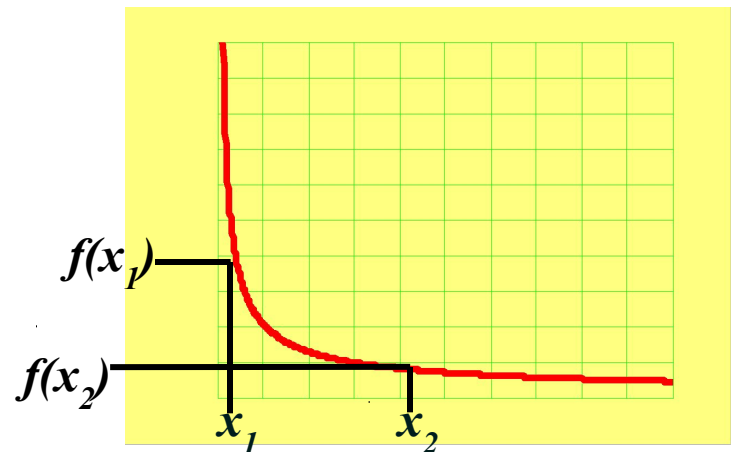
$$f(x_1) < f(x_2).$$



## *Убывающая*

Функцию  $y = f(x)$  называют убывающей на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

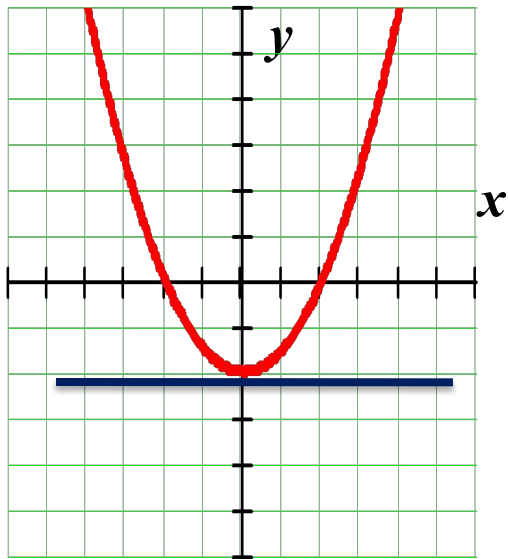
$$f(x_1) > f(x_2).$$



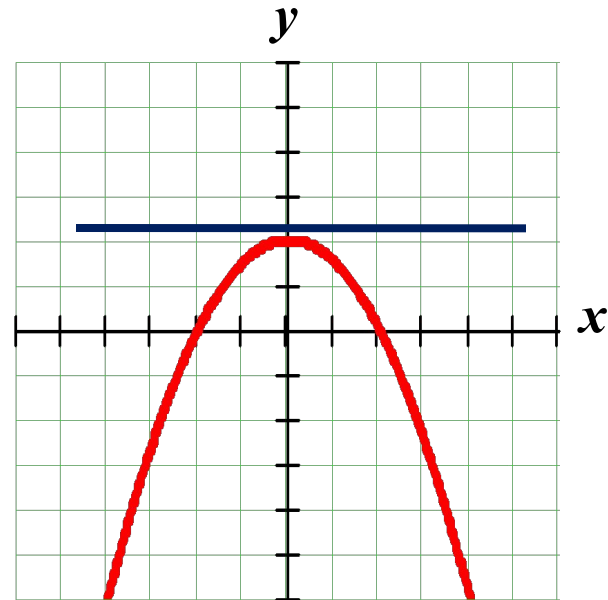
# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

## Ограниченность

Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной снизу на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  больше некоторого числа.



Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной сверху на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  меньше некоторого числа.



Наибольшее и наименьшее значения

Число  $m$  называют наименьшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в  $X$  существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = m$ .
- 2) для всех  $x$  из  $X$  выполняется неравенство
$$f(x) \geq f(x_0).$$

Число  $M$  называют наибольшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в  $X$  существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = M$ .
- 2) для всех  $x$  из  $X$  выполняется неравенство
$$f(x) \leq f(x_0).$$

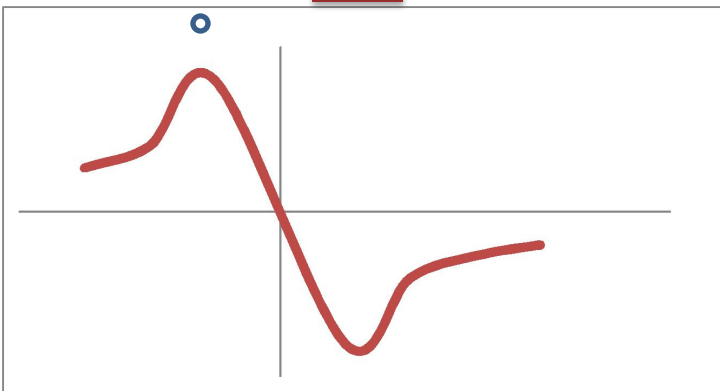


## Непрерывность

*Непрерывность функции на промежутке  $X$  означает, что график функции на промежутке  $X$  сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.*

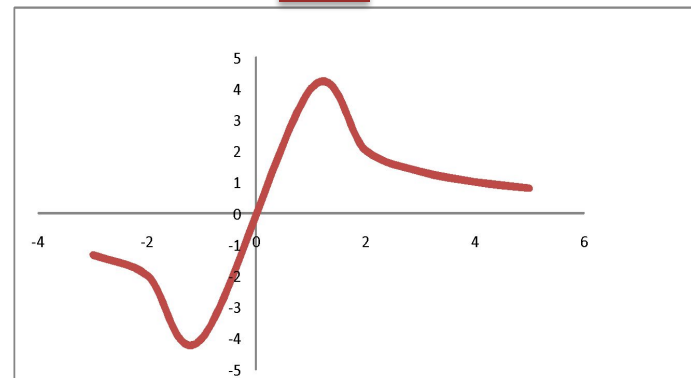
**Задание:** *Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.*

1



подумай

2



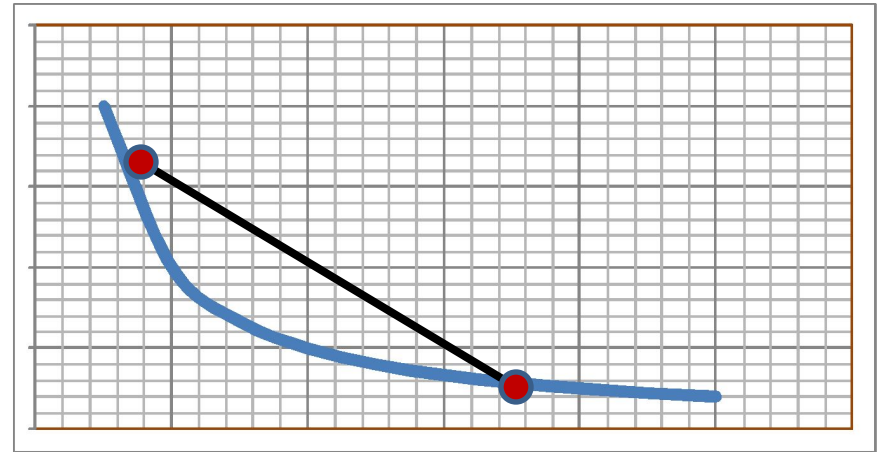
правильно



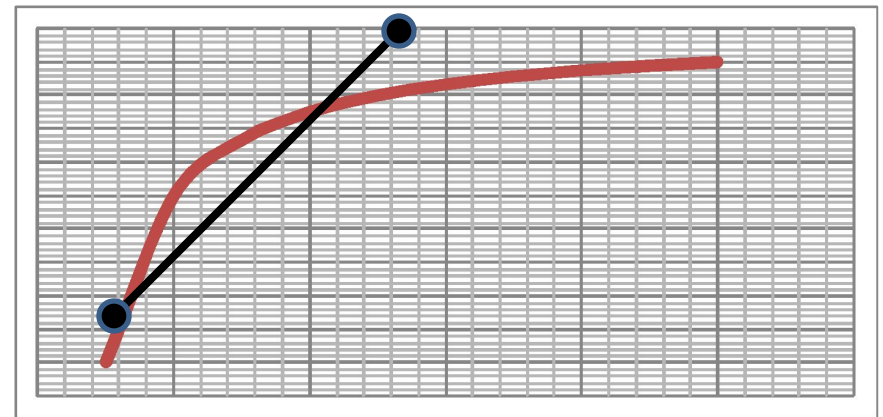


## Выпуклость

□ Функция выпукла вниз на промежутке  $X$ , если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.



□ Функция выпукла вверх на промежутке  $X$ , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка.



## *СВОЙСТВА ФУНКЦИИ*

### *Алгоритм описания свойств функций*

- **Область определения**
- **Область значений**
- **Четность**
- **Монотонность**
- **Ограниченность**
- **Наибольшее и наименьшее значения**
- **Непрерывность**
- **Выпуклость**

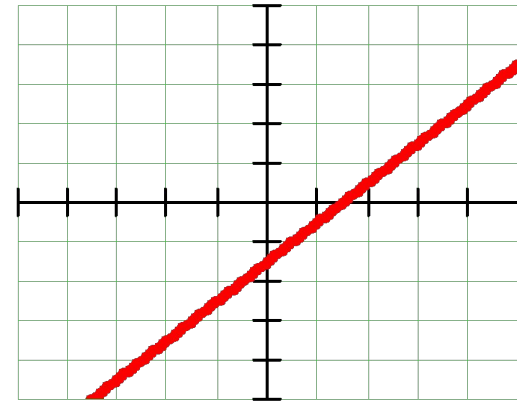


## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

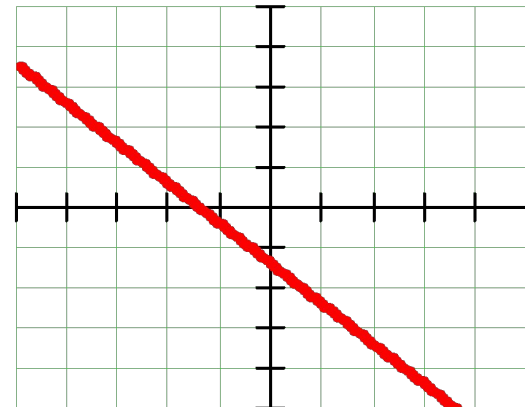
### Свойства функции $y = kx + m$ ( $k \neq 0$ )

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает при  $k > 0$ ,  
убывает при  $k < 0$ ;
5. не ограничена ни снизу, ни сверху;
6. нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7. непрерывная
8. о выпуклости говорить не имеет смысла.

$k > 0$



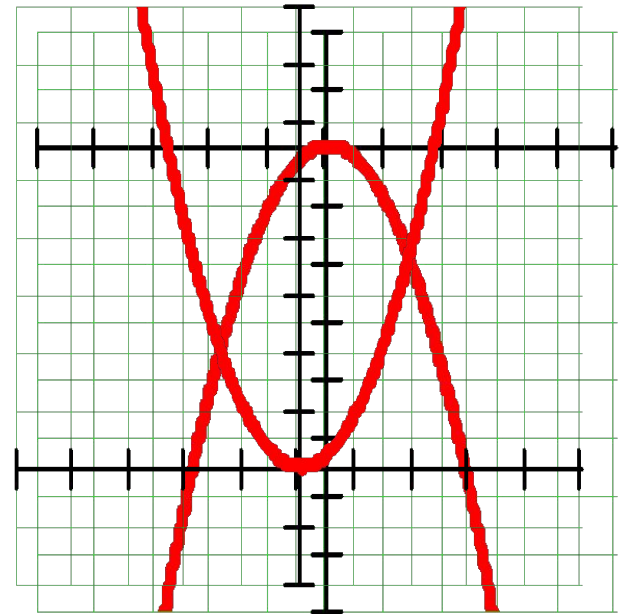
$k < 0$



# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

## Свойства функции $y = kx^2$ при $k \neq 0$

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
3. четная;
4. убывает на луче  $[0, +\infty)$ ,  
возрастает на луче  $(-\infty, 0]$ ;
5. непрерывна;
6. неограничена снизу, не ограничена сверху;
7.  $y_{\text{наиб}}$  не существует;  $y_{\text{наим}}$  существует;
8.  $y = 0$  при  $x = 0$
9. выпукла вверх.

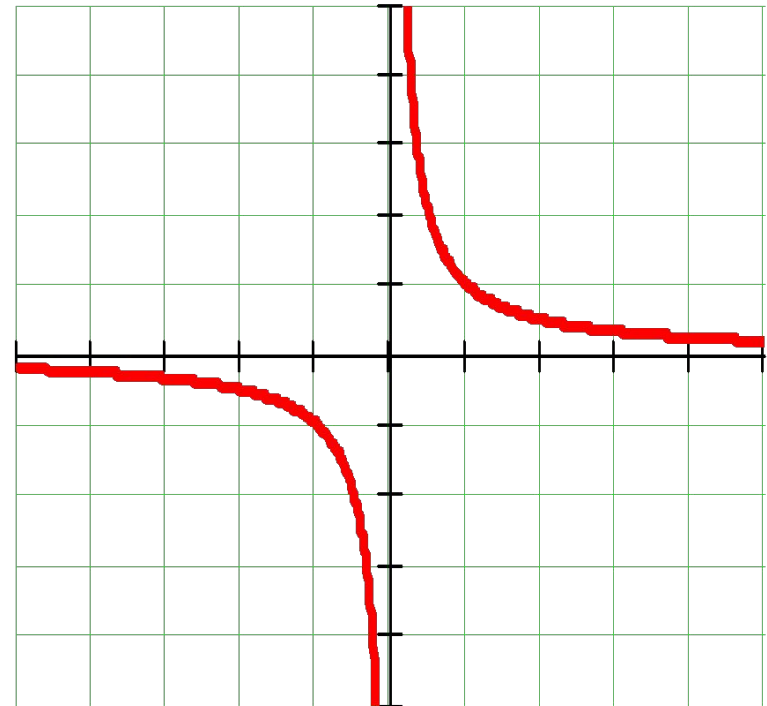


## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### Свойства функции $y = \frac{k}{x}$

при  $k > 0$

1.  $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
3. нечетная
4. убывает на луче  $(-\infty, 0)$  и на луче  $(0, +\infty)$ ;
5. нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;
6. имеет разрыв в точке  $x=0$ ;
7. выпукла вверх при  $x < 0$  и выпукла вниз при  $x > 0$ ;
8. не ограничена ни сверху, ни снизу.

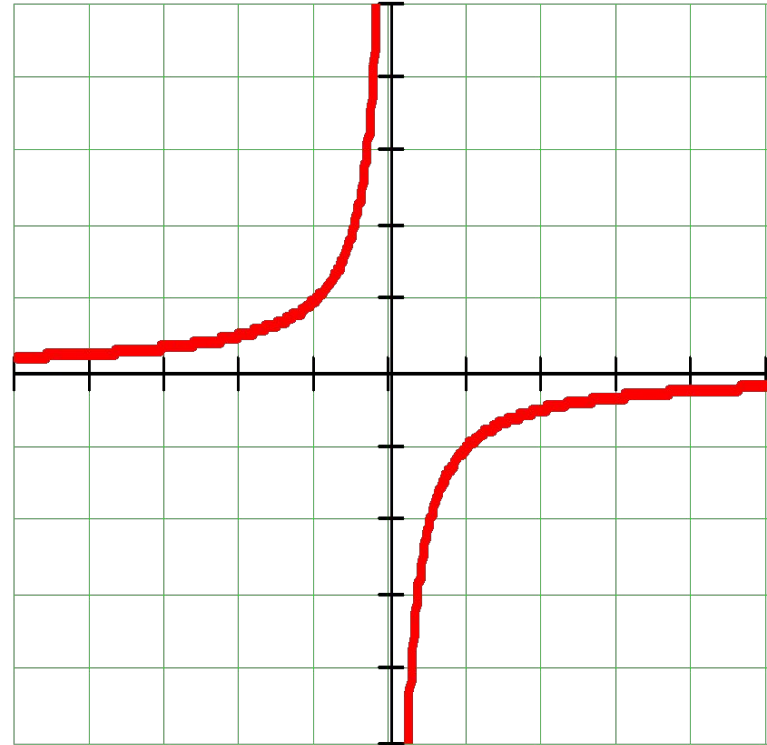


## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### Свойства функции $y = \frac{k}{x}$

при  $k < 0$

1.  $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
3. нечетная
4. возрастает на луче  $(-\infty, 0)$  и на луче  $(0, +\infty)$ ;
5. нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;
6. имеет разрыв при  $x=0$ ;
7. выпукла вверх при  $x > 0$  и выпукла вниз при  $x < 0$ ;
8. Не ограничена ни снизу, ни сверху



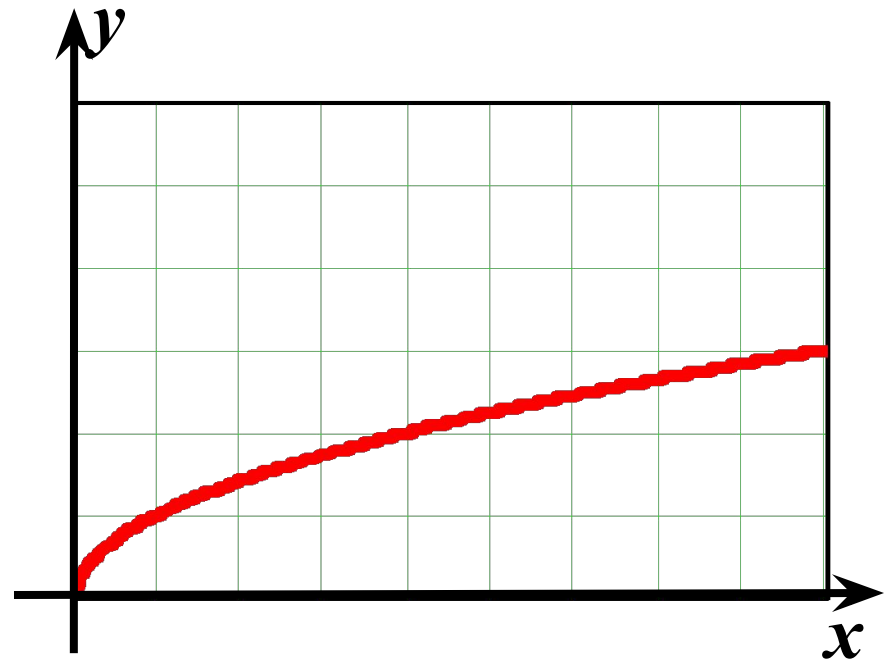
# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

## СВОЙСТВА

$$y = \sqrt{x}$$

### функции

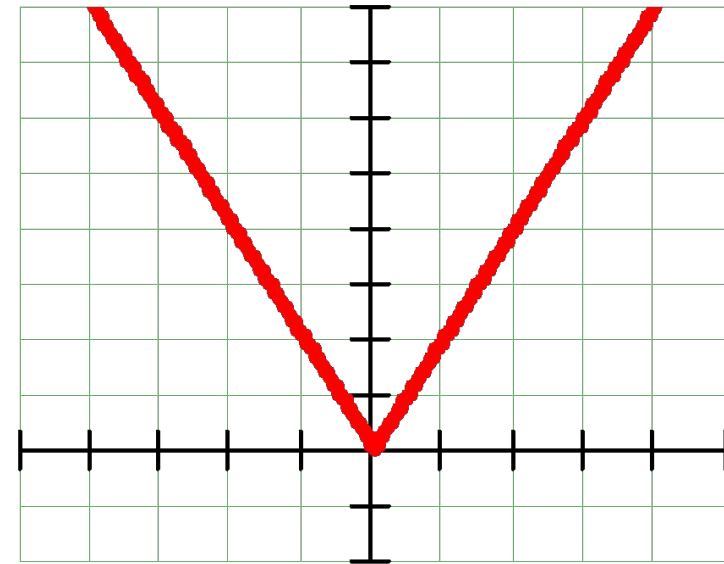
1.  $D(f) = [0, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает на всей области определения;
5. ограничена снизу;
6.  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  = не существует;
7. непрерывна;
8. выпукла вверх.



## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### Функция $y = |x|$

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
3. четная;
4. убывает на луче  $(-\infty, 0]$ , возрастает на луче  $[0, +\infty)$ ;
5. ограничена снизу, не ограничена сверху;
6.  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$ ;
7. непрерывна;
8. можно считать выпуклой вниз.





## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### Функция $y = ax^2 + bx + c$

при  $a < 0$

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;

2.  $E(f) = (-\infty, +\infty)$

3. убывает на луче  $\left[-\frac{b}{2a}; -\infty\right)$ ,

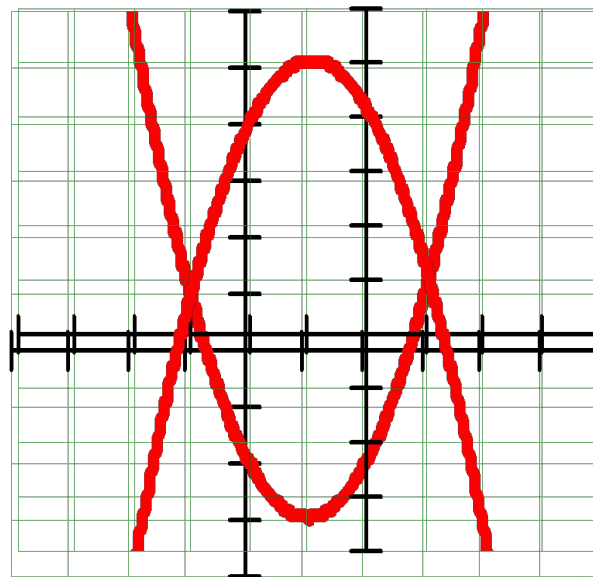
возрастает на луче  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right]$  ;

4. ограничена снизу;  
ограничена сверху;

5.  $y_{\text{наим}} = y_0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует;

6. непрерывна;

7. выпукла вниз;  
выпукла вверх.



# Теоретическая часть

*Взаимопроверка*

# Теоретическая часть

## Взаимопроверка

### Вариант I

1. <
2. А
3. ВЫШЕ
4. У<sub>наиб</sub>
5. ВВЕРХ

### Вариант II

1. >
2. В
3. НИЖЕ
4. У<sub>наим</sub>
5. ВНИЗ

# Лист самооценки

Ф И

---

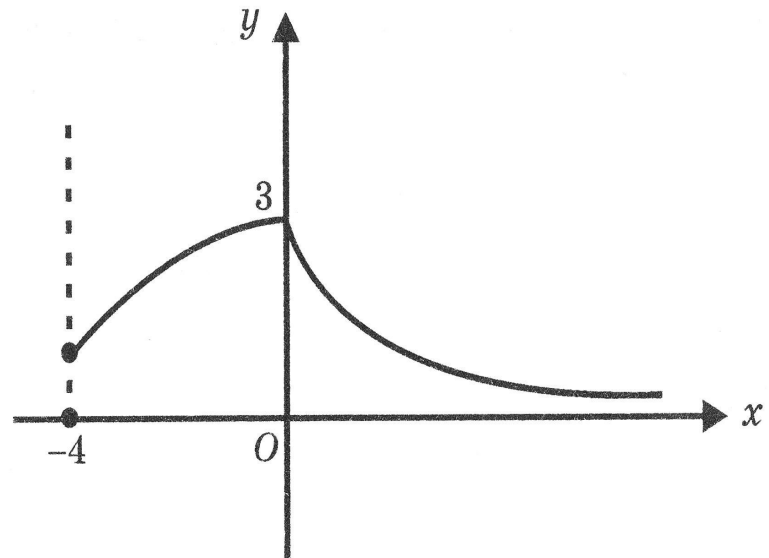
	Количество баллов
Теоретическая часть	
Практическая часть	
Выполнение задания ГИА	
<b>Всего баллов</b>	
<b>Оценка за урок</b>	

# **ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

***САМОПРОВЕРКА***

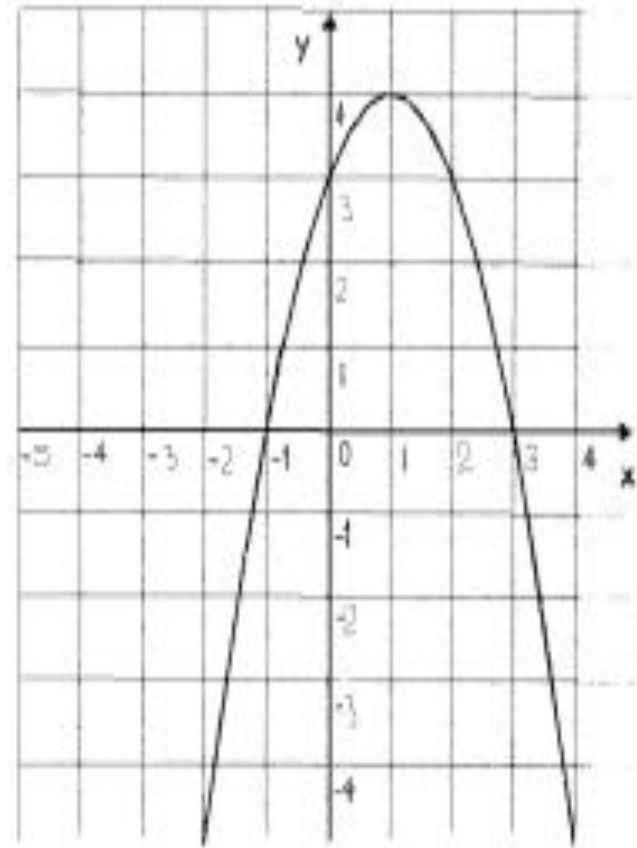
## Вариант 2

1.  $D(f) = [-4; +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (0; 3]$  ;
3. Ни четная, ни нечетная
4. Возрастает на отрезке  $[-4; 0]$   
убывает на луче  $[0; +\infty)$ ;
5. Ограничена снизу, ограничена  
сверху;
6.  $y_{\text{наим}} = \text{не существует}$ ,  $y_{\text{наиб}} = 3$ ;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вверх на отрезке  $[-4; 0]$   
выпукла вниз на луче  $[0; +\infty)$ .



# Вариант 1

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty; 4]$  ;
3. Ни четная, ни нечетная
4. Возрастает на луче  $(-\infty; 1]$   
убывает на луче  $[1; +\infty)$ ;
5. Ограничена сверху, не  
ограничена снизу;
6.  $y_{\text{наим}} = \text{не существует}$ ,  $y_{\text{наиб}} = 4$ ;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вверх



# Вариант 3

- $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
  - $E(y) = (-5; 5)$
  - Нечётная
  - Возрастает на  $[-3; 0)$  и  $(0; 3]$ ; убывает на  $(-\infty; -3]$  и  $[3; +\infty)$
  - Ограничена снизу, ограничена сверху
  - $y_{\text{наим}} = \text{не существует}$ ,  
 $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$
  - Функция имеет разрыв в точке  $x = 0$
  - Функция выпукла вверх на  $(-\infty; -3]$  и выпукла вниз на  $[3; +\infty)$
- $y$
  - $x$
  - -5
  - -2
  - 3
  - 5
  - 2
  - -3
  - 0



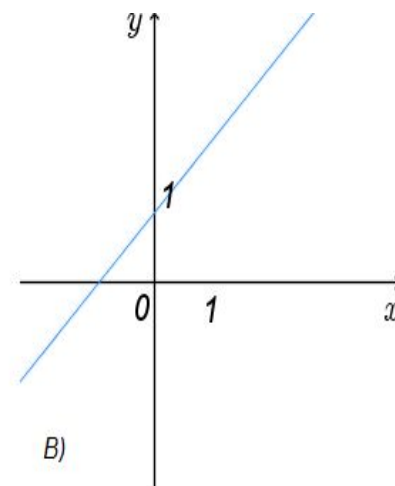
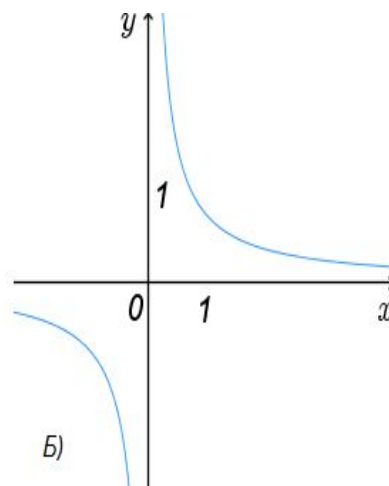
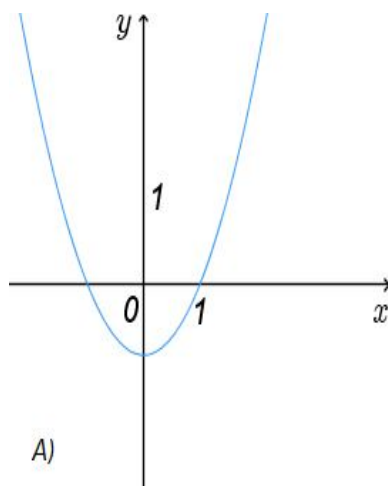
Г И А – 2014

*тема: «Функции»*

Тест для вариантов 1 и  
2

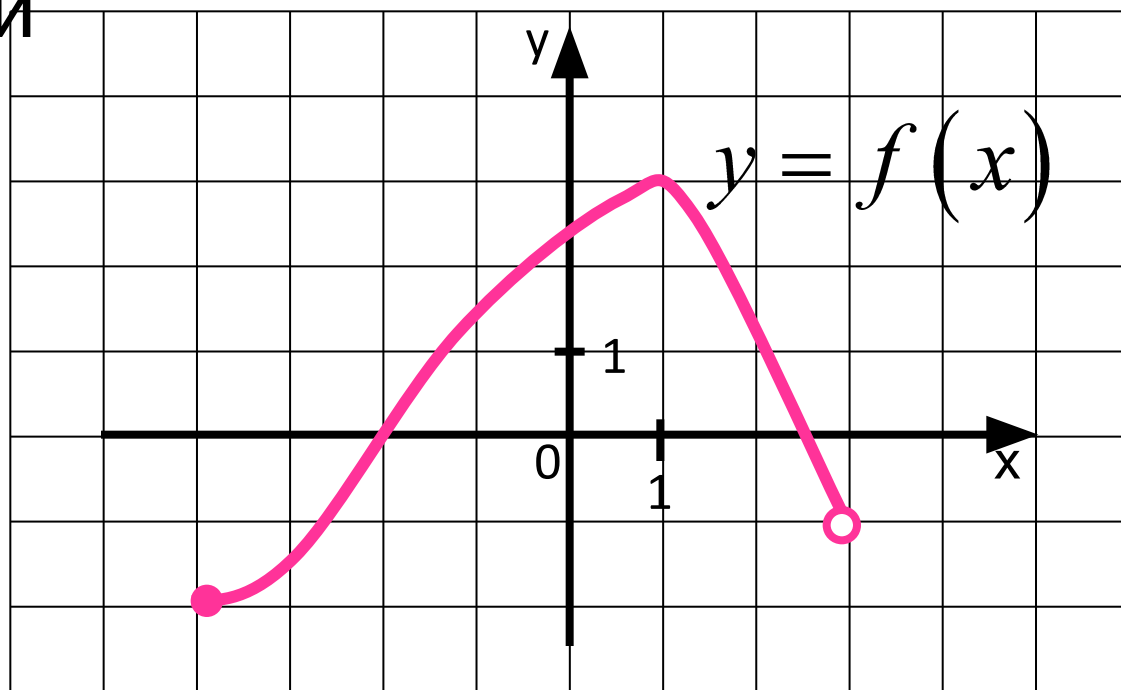
# ГИА – 2014: Установите соответствие между графиками функции и формулами, которые их задают:

1.  $y = x + 1$
2.  $y = x - 1$
3.  $y = 1/x$
4.  $y = x^2 - 1$



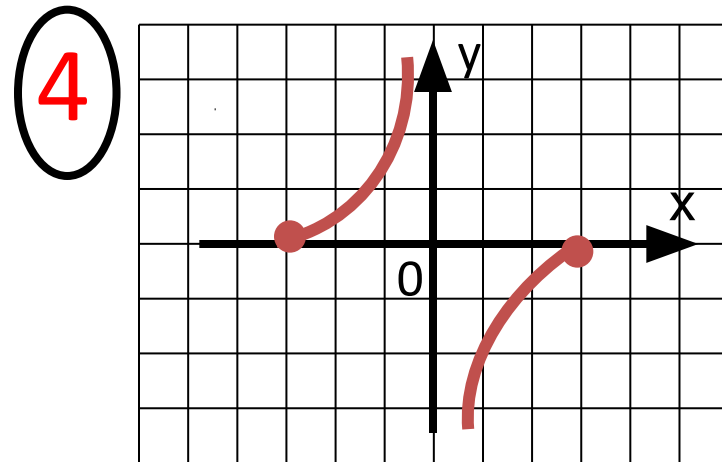
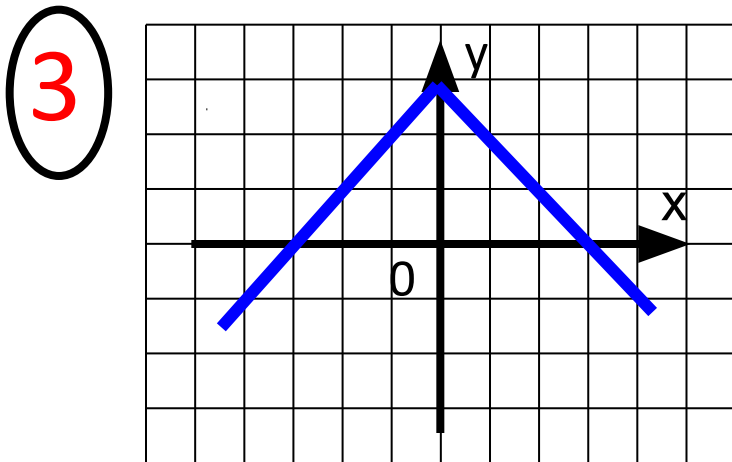
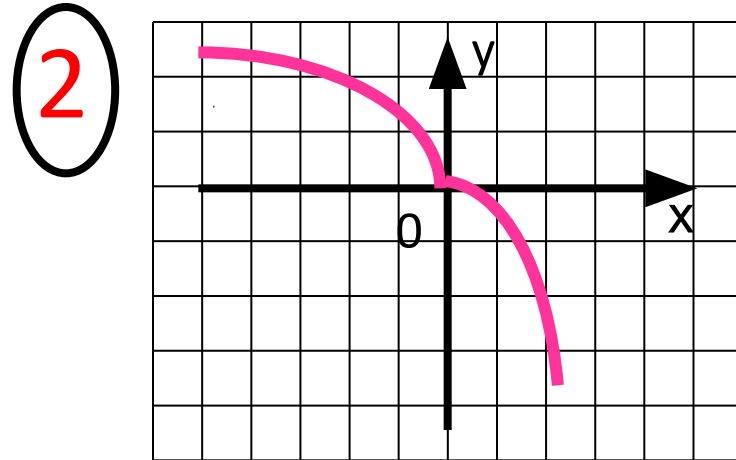
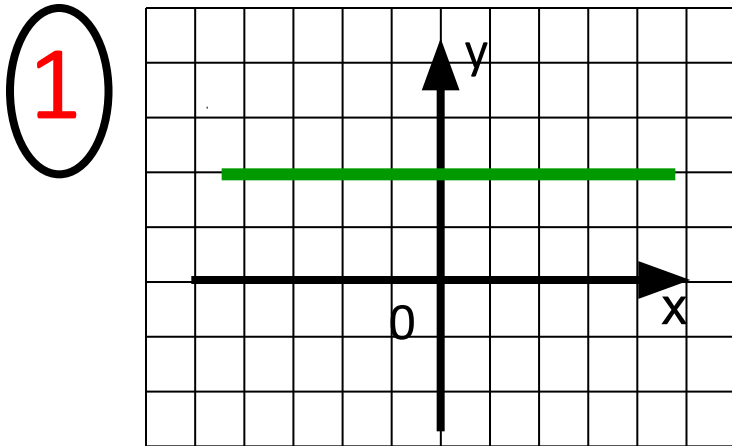
А	Б	В

**ГИА – 2014:** Указать область значений функции



- 1)  $[-4; 3)$ ;                      3)  $[-2; 3]$ ;
- 2)  $[-2; -1)$ ;                      4)  $(-1; 3]$ .

**ГИА – 2014:** На каком (каких) рисунках изображен график четной функции?



1) 1

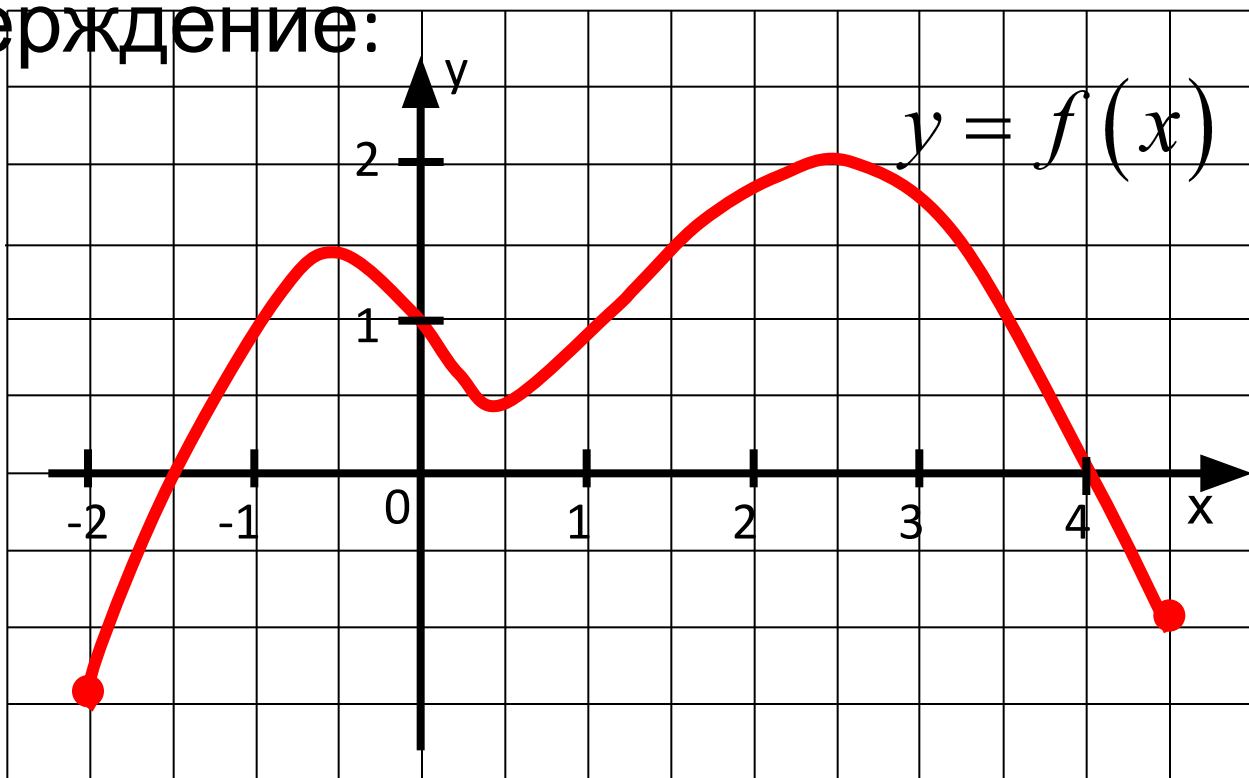
2) 1; 4

3) 1; 3

4) 1; 2; 3

# ГИА – 2014: Выбрать верное

утверждение:



1)  $f(x) > 0$  на  $[-2; 4]$ ; 2)  $f(0) = 4$ ;

3) возрастает на  $[0; 2.5]$ ;

4) наименьшее значение функции равно -1.

# ТЕСТИРОВАНИЕ

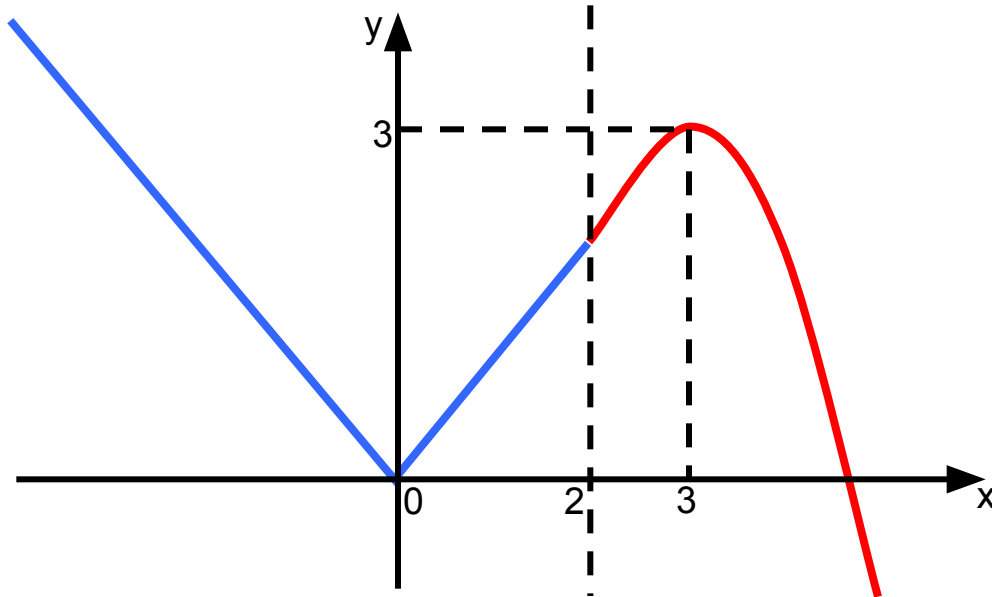
по заданиям **ГИА**

## САМОПРОВЕРКА

1.	431
2.	3
3.	3
4.	1

**Вариант 3:** Постройте и прочитайте график функции:

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < 2; \\ -(x - 3)^2 + 3, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$



1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
2. ни четная, ни нечетная;
3. возрастает на отрезке  $[0; 3]$ , убывает на луче  $(-\infty; 0]$  и на луче  $[3; +\infty)$ ;
4. не ограничена ни снизу, ни сверху;
5.  $y_{\text{наим}}$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не суц.;
6. непрерывна;
7.  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
8. выпукла вверх на луче  $[2; +\infty)$ .

# Подведение итогов

Всего баллов	Оценка
0 – 8	2
9 – 15	3
16 – 21	4
22 - 24	5



# Домашнее задание

- **ВСЕМ:** Сборник для подготовки к ГИА - № 1.7.23 – 1.7.25
- **Вариант 1** - записать свойства функции по графику на рис. 30, 35
- **Вариант 2** - записать свойства функции по графику на рис. 33, 42
- **Вариант 3** - файл в Дневник.ру (Восстановить график функции , если известно, что она нечетная. Используя график, перечислить свойства функции)

