

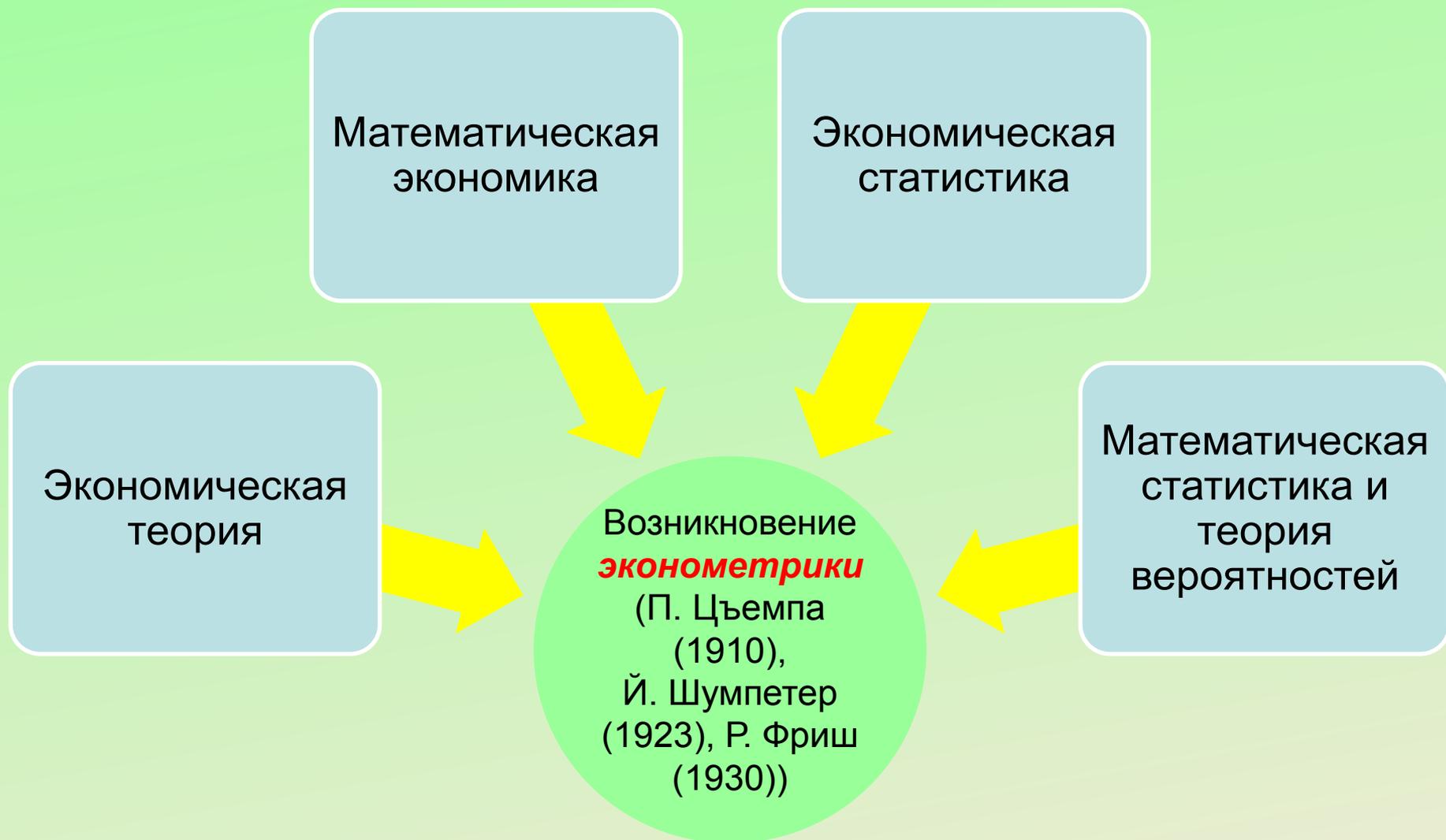
Эконометрика

Тема 2

Тема 2. Показатели экономических процессов как случайные величины. Основные аспекты эконометрического моделирования.

- 1) Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.**
- 2) Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.**
- 3) Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.**
- 4) Классы эконометрических моделей.**
- 5) Этапы эконометрического моделирования.**

1. Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.



1. Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.

Эконометрика – наука, предметом изучения которой является количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов

Цель эконометрики – разработка способов моделирования и количественного анализа реальных экономических объектов

Задачи эконометрики

```
graph TD; A[Задачи эконометрики] --> B[Параметризация и спецификация модели: построение эконометрических моделей для эмпирического анализа]; A --> C[Верификация модели: проверка качества параметров модели и самой модели в целом]; A --> D[Прогнозирование модели: составление прогноза и рекомендаций для конкретных экономических явлений по результатам эконометрического моделирования];
```

Параметризация и спецификация модели:
построение эконометрических моделей для эмпирического анализа

Верификация модели:
проверка качества параметров модели и самой модели в целом

Прогнозирование модели:
составление прогноза и рекомендаций для конкретных экономических явлений по результатам эконометрического моделирования

2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

Эконометрическая модель (общий вид):

Наблюдаемое значение зависимой переменной

Y

=

Объясненная часть, зависящая от значений объясняющих переменных

$f(X)$

+

Случайная составляющая

+

ε .

К примеру, цена продаваемого автомобиля, **объясняемая переменная**

К примеру, **факторы** цены продаваемого автомобиля (год выпуска, пробег, мощность двигателя)

Зависит от **случайных явлений**, к примеру, характер продавца, его потребность в конкретной денежной сумме, возможные сроки продажи автомобиля.

2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

Задача эконометрического моделирования (самым общим, неформальным образом): на основании экспериментальных данных определить объясненную часть и, рассматривая случайную составляющую как случайную величину, получить (возможно, после некоторых предположений) оценки параметров ее распределения.

Пример объясненной части эконометрической модели:

$$\hat{y} = 18000 - 1000x_1 - 0,5x_2,$$

где \hat{y} — ожидаемая цена автомобиля (в усл. ден. ед., здесь и далее у.е.);

X_1 — срок эксплуатации автомобиля (в годах);

X_2 — пробег (в тыс. км)¹.

Практическое применение полученного результата из примера:

- 1) позволяет **понять как формируется** рассматриваемая экономическая переменная - цена на автомобиль;
- 2) дает возможность **выявить влияние каждой из объясняющих переменных** на цену автомобиля;
- 3) позволяет **прогнозировать** цену на автомобиль, если известны его основные параметры.

2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

Математические предпосылки эконометрического моделирования:

- 1) Пусть имеется p объясняющих переменных X_1, \dots, X_p и зависимая переменная Y ;
- 2) Y – **случайная** величина; если она непрерывна, то для каждого допустимого набора факторов (x_1, x_2, \dots, x_p) Y имеет **условную плотность** $f_{x_1, x_2, \dots, x_p}(y)$;
- 3) Чаще всего предполагается, что условные распределения Y при каждом допустимом значении факторов X_1, \dots, X_p – **нормальные**;
- 4) Переменные X_j ($j = 1, \dots, p$) могут считаться как **случайными**, так и **детерминированными** (принимающими определенные значения - **характерно для классической эконометрической модели**);
- 5) Общий вид эконометрической модели: $Y = f(X_1, \dots, X_p) + \varepsilon$,
где $Y_e = f(X_1, \dots, X_p)$ – объясненная часть, функция от значений факторов;
- 6) Наиболее естественный выбор объясненной части Y_e – **среднее значение Y - условное математическое ожидание** $M_{x_1, x_2, \dots, x_p}(Y)$ или $M_x(Y)$, полученное при данном наборе (x_1, x_2, \dots, x_p) ;
- 7) Уравнение $M_x(Y) = f(x_1, \dots, x_p)$ – **уравнение регрессии**, тогда эконометрическая модель имеет вид: $Y = M_x(Y) + \varepsilon$ – **уравнение регрессионной модели**, где ε – случайная величина (**возмущение, ошибка**), при этом **нормальная регрессия Y по X всегда линейна**;
- 8) Эконометрическая модель **не обязательно является регрессионной**, т.е. Y_e часто не равна $M_{x_1, x_2, \dots, x_p}(Y)$ из-за **систематических ошибок** измерения X_1, \dots, X_p .

3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Чтобы получить достаточно достоверные и информативные данные о распределении какой-либо случайной величины, необходимо иметь *выборку ее наблюдений достаточно большого объема*.

Поэтому *выборка наблюдений зависимой переменной Y и объясняющих переменных X_j ($j = 1, \dots, p$)* является отправной точкой любого эконометрического исследования.

Такие выборки - *наборы значений $(x_{i1}, \dots, x_{ip}; y_i)$, где $i = 1, \dots, n$; p – количество объясняющих переменных, n - число наблюдений*.

Число наблюдений n достаточно велико (десятки, сотни) и значительно превышает число p объясняющих переменных (*минимум в 6-7 раз*).

3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Пространственные данные
(cross-sectional data):

- В экономике пространственная выборка - набор показателей экономических переменных, полученный **в данный момент времени**.
- В эконометрике пространственная выборка - серия из n **независимых** наблюдений $(p+1)$ -мерной случайной величины $(X_1, \dots, X_p; Y)$ (при этом в дальнейшем можно **не рассматривать** X_j как случайные величины)

Временной (динамический) ряд
(time-series data)

- Выборка наблюдений, в которой важны не только сами наблюдаемые значения случайных величин, но и **порядок их следования друг за другом**.
- Серия наблюдений одной и той же случайной величины **в последовательные моменты времени** – это динамический ряд, называемый временным рядом

Панельные (пространственно-временные) данные

- Сочетают в себе пространственные выборки и временные ряды (*изучаются в программах магистратуры*)

3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Свойства и примеры выборочных данных в эконометрике

Пространственные данные:

1) **Некоррелированность возмущений** случ. величин Y_j : $r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ при $i \neq j$,

2) **Нулевое мат. ожидание остатков**:
 $M_x(\varepsilon) = 0$ и $M(\varepsilon_i) = 0$

3) **Постоянство дисперсии остатков**:
 $D(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$, и:
 $\sigma_i^2 = \sigma_j^2$ при всех i и j .

(гомоскедастичность)

или $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ (гетероскедастичность)

Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. ед. x	Затраты на производство, млн руб. y
1	1	30
2	2	70
3	4	150
4	3	100
5	5	170
6	3	100
7	4	150

Временной (динамический) ряд:

1) **тип распределения** наблюдаемой случайной величины остается **одним и тем же** (например, нормальным), но параметры его **меняются в зависимости от времени**.

2) наблюдения **не являются независимыми**, поэтому ошибки регрессии могут коррелировать друг с другом, т. е. условие $r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ при $i \neq j$,

не выполняется.

Год	y_t	x_t
1959	1931,3	296,4
1960	1973,2	290,8
1961	2025,6	289,4
1962	2129,8	321,2
1963	2218,0	343,3
1964	2343,3	371,8

(y_t – ВВП, x_t – инвестиции (по годам))

3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Виды переменных в эконометрических моделях

Экзогенные (независимые, объясняющие, факторы, x) – их значения *задаются извне модели*

Эндогенные (зависимые, объясняемые, результаты, y) – их значения *определяются внутри модели*

Лаговые (экзогенные или эндогенные, x_{t-k} , x_{t+k} , y_{t-k} , y_{t+k}) – датируются предыдущими/последующими моментами времени и находятся в уравнении с текущими переменными (k – число лагов)

Предопределенные – лаговые и текущие экзогенные переменные, лаговые эндогенные переменные – используются в системах одновременных уравнений

4. Классы эконометрических моделей.

Классы эконометрических моделей

Регрессионные модели с одним уравнением:

$$Y = M_x(Y) + \varepsilon$$

Линейные – описываются функцией линейной регрессии

Нелинейные – используются функции нелинейной зависимости

Системы одновременных уравнений:

состоят из тождеств и регрессионных уравнений, в которые наряду с факторными признаками включены результативные признаки их других уравнений системы

Модели временных рядов:

результативный признак является функцией переменной времени или переменных, относящихся к разным моментам времени

4. Классы эконометрических моделей.

Примеры классов эконометрических моделей (1):

1) Линейная регрессионная модель с одним уравнением
(зависимость себестоимости перевозок от эксплуатационных расходов по структурному подразделению):

$$Y = 0,059 + 1,382 \cdot 10^{-5} X + \varepsilon$$

где Y - себестоимость перевозок, руб./ваг-км, X - эксплуатационные расходы, тыс. руб.

2) Нелинейная регрессионная модель с одним уравнением
(производственная функция Кобба-Дугласа):

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta} \varepsilon$$

где Y - объем производства, K - затраты капитала, L - затраты труда.

4. Классы эконометрических моделей.

Примеры классов эконометрических моделей (2):

3) Система одновременных уравнений (*макроэкономическая конъюнктурная модель*):

$$\begin{aligned}C_t &= a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, && \text{(функция потребления)} \\I_t &= a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_{2t}, && \text{(функция инвестиций)} \\Y_t &= C_t + I_t + G_t. && \text{(тождество дохода)}\end{aligned}$$

где C_t – потребление;
 Y_t – ВВП;
 I_t – валовые инвестиции;
 G_t – государственные расходы;
 $t, t-1$ – текущий и предыдущий периоды;
 ε_1 и ε_2 – случайные ошибки.

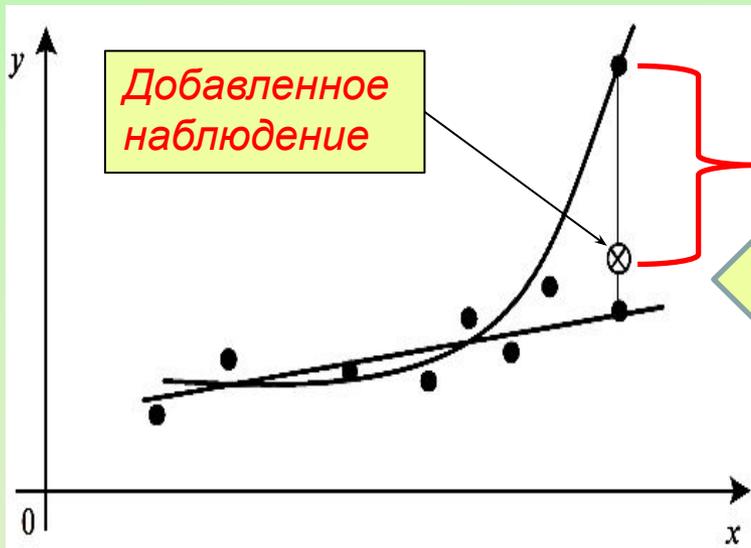
4) Модели временных рядов (*модель с распределенным лагом зависимости объемов продаж компании y_t от расходов на рекламу x_t*):

$$y_t = -0,67 + 4,5x_t + 3,0x_{t-1} + 1,5x_{t-2} + 0,5x_{t-3} + \varepsilon$$

4. Классы эконометрических моделей.

В подавляющем большинстве случаев эконометрические модели выбираются линейными. Почему? Причины такого выбора:

- 1) Линейная модель **относительно простая** по сравнению с любой нелинейной;
- 2) Если случайная величина (X, Y) имеет совместное **нормальное** распределение, то уравнения регрессии **линейные** (достаточно часто X, Y или некоторые функции от них распределены нормально, **пример: логарифм доходов населения - нормально распределенная случайная величина**);
- 3) Для линейных моделей характерен **меньший риск значительной ошибки прогноза**: ожидаемое значение ошибки прогноза, т.е. мат. ожидание квадрата отклонения наблюдаемых значений от сглаженных (или теоретических) $M(Y_{\text{набл}} - Y_{\text{теор}})^2$ меньше для линейных уравнений регрессии – **см. рис. ниже.**



Имеющееся множество экспериментальных данных (точек) парабола сглаживает лучше, чем прямая. Но парабола быстро удаляется от корреляционного поля и для **добавленного наблюдения** теоретическое значение сильно отличается от эмпирического.

5. Этапы эконометрического моделирования.

Общий принцип эконометрического моделирования:

Пусть определен *характер экспериментальных данных* и выделен определенный *набор объясняющих переменных*.



Для того, чтобы найти *объясненную часть*, т. е. величину $M_x(Y)$, требуется знание *условных распределений случайной величины Y* . На практике это почти никогда не имеет места, поэтому точное нахождение объясненной части **НЕВОЗМОЖНО**.



В таких случаях применяется **стандартная процедура сглаживания экспериментальных данных**:



1) **определяется параметрическое семейство, к которому принадлежит искомая функция $M_x(Y)$** (рассматриваемая как функция от значений объясняющих переменных X). Это может быть множество линейных функций, показательных функций и т.д.;



2) **находятся оценки параметров этой функции** с помощью одного из методов математической статистики. Формально никаких способов выбора параметрического семейства **не существует**. Но в подавляющем большинстве случаев эконометрические модели выбираются **линейными**.

5. Этапы эконометрического моделирования.

Общая последовательность эконометрического моделирования:

1-й этап (постановочный). Формируется *цель исследования, набор участвующих в модели экономических переменных*. Цель: анализ исследуемого экономического объекта; прогноз его экономических показателей, имитация развития объекта при различных значениях экзогенных переменных, выработка управленческих решений.



2-й этап (априорный). Проводится *анализ сущности изучаемого объекта*, формирование и формализация априорной (известной до начала моделирования) информации.



3-й этап (параметризация). Осуществляется *непосредственно моделирование*, т.е. выбор общего вида модели, выявление входящих в нее связей.



4-й этап (информационный). Осуществляется *сбор необходимой статистической информации* — наблюдаемых значений экономических переменных



5-й этап (идентификация модели). Осуществляется *статистический анализ модели и оценка ее параметров*.



6-й этап (верификация модели). Проверка *истинности, адекватности модели*: как решены проблемы спецификации, идентификации и идентифицируемости модели, какова точность расчетов по данной модели, насколько соответствует построенная модель моделируемому реальному экономическому объекту или процессу.

Вопросы изученные в Теме 2:

- 1) Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.**
- 2) Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.**
- 3) Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.**
- 4) Классы эконометрических моделей.**
- 5) Этапы эконометрического моделирования.**