

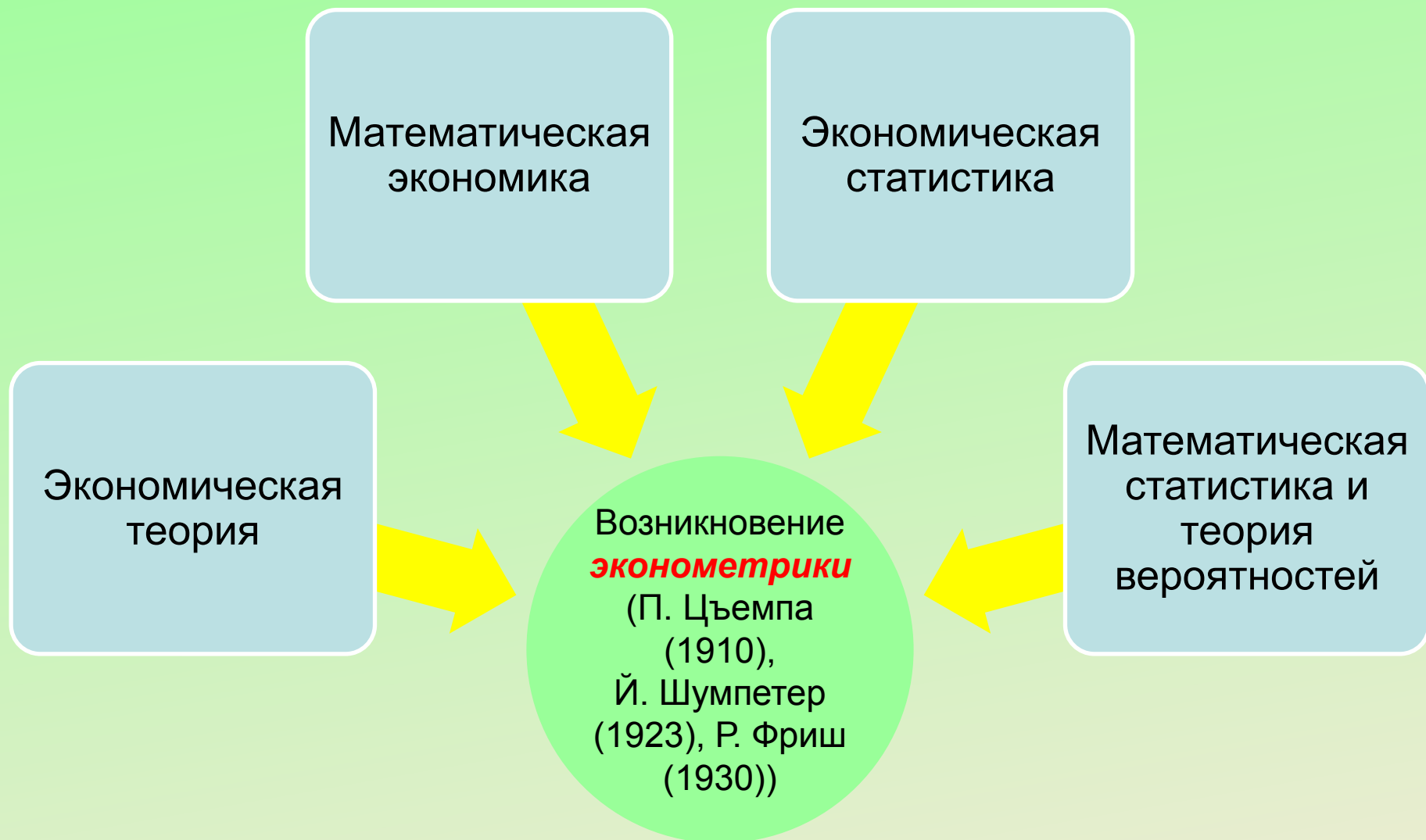
# **Эконометрика**

## **Тема 2**

## **Тема 2. Показатели экономических процессов как случайные величины. Основные аспекты эконометрического моделирования.**

- 1) Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.**
- 2) Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.**
- 3) Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.**
- 4) Классы эконометрических моделей.**
- 5) Этапы эконометрического моделирования.**

# 1. Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.



# 1. Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.

**Эконометрика** – наука, предметом изучения которой является количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов

**Цель эконометрики** – разработка способов моделирования и количественного анализа реальных экономических объектов

## Задачи эконометрики

**Параметризация и спецификация модели:**  
построение эконометрических моделей для эмпирического анализа

**Верификация модели:**  
проверка качества параметров модели и самой модели в целом

**Прогнозирование модели:**  
составление прогноза и рекомендаций для конкретных экономических явлений по результатам эконометрического моделирования

## 2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

### Эконометрическая модель (общий вид):

Наблюдаемое значение зависимой переменной

$Y$

=

Объясненная часть, зависящая от значений объясняющих переменных

$f(X)$

+

Случайная составляющая

+

$\varepsilon$ .

К примеру, цена продаваемого автомобиля, **объясняемая переменная**

К примеру, **факторы** цены продаваемого автомобиля (год выпуска, пробег, мощность двигателя)

Зависит от **случайных явлений**, к примеру, характер продавца, его потребность в конкретной денежной сумме, возможные сроки продажи автомобиля.

## 2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

**Задача эконометрического моделирования (самым общим, неформальным образом):** на основании экспериментальных данных определить объясненную часть и, рассматривая случайную составляющую как случайную величину, получить (возможно, после некоторых предположений) оценки параметров ее распределения.

**Пример объясненной части эконометрической модели:**

$$\hat{y} = 18000 - 1000x_1 - 0,5x_2,$$

где  $\hat{y}$  — ожидаемая цена автомобиля (в усл. ден. ед., здесь и далее у.е.);

$X_1$  — срок эксплуатации автомобиля (в годах);

$X_2$  — пробег (в тыс. км)<sup>1</sup>.

**Практическое применение полученного результата из примера:**

- 1) позволяет **понять как формируется** рассматриваемая экономическая переменная - цена на автомобиль;
- 2) дает возможность **выявить влияние каждой из объясняющих переменных** на цену автомобиля;
- 3) позволяет **прогнозировать** цену на автомобиль, если известны его основные параметры.

## 2. Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.

### Математические предпосылки эконометрического моделирования:

- 1) Пусть имеется  $p$  объясняющих переменных  $X_1, \dots, X_p$  и зависимая переменная  $Y$ ;
- 2)  $Y$  – **случайная** величина; если она непрерывна, то для каждого допустимого набора факторов  $(x_1, x_2, \dots, x_p)$   $Y$  имеет **условную плотность**  $f_{x_1, x_2, \dots, x_p}(y)$ ;
- 3) Чаще всего предполагается, что условные распределения  $Y$  при каждом допустимом значении факторов  $X_1, \dots, X_p$  – **нормальные**;
- 4) Переменные  $X_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) могут считаться как **случайными**, так и **детерминированными** (принимающими определенные значения - **характерно для классической эконометрической модели**);
- 5) Общий вид эконометрической модели:  $Y = f(X_1, \dots, X_p) + \varepsilon$ ,  
где  $Y_e = f(X_1, \dots, X_p)$  - объясненная часть, функция от значений факторов;
- 6) Наиболее естественный выбор объясненной части  $Y_e$  - **среднее значение  $Y$  - условное математическое ожидание**  $M_{x_1, x_2, \dots, x_p}(Y)$  или  $M_x(Y)$ , полученное при данном наборе  $(x_1, x_2, \dots, x_p)$ ;
- 7) Уравнение  $M_x(Y) = f(x_1, \dots, x_p)$  - **уравнение регрессии**, тогда эконометрическая модель имеет вид:  $Y = M_x(Y) + \varepsilon$  - **уравнение регрессионной модели**, где  $\varepsilon$  - случайная величина (**возмущение, ошибка**), при этом **нормальная регрессия  $Y$  по  $X$  всегда линейна**;
- 8) Эконометрическая модель **не обязательно является регрессионной**, т.е.  $Y_e$  часто не равна  $M_{x_1, x_2, \dots, x_p}(Y)$  из-за **систематических ошибок** измерения  $X_1, \dots, X_p$ .

### 3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Чтобы получить достаточно достоверные и информативные данные о распределении какой-либо случайной величины, необходимо иметь *выборку ее наблюдений достаточно большого объема*.

Поэтому *выборка наблюдений зависимой переменной  $Y$  и объясняющих переменных  $X_j$  ( $j = 1, \dots, p$ )* является отправной точкой любого эконометрического исследования.

Такие выборки - *наборы значений  $(x_{i1}, \dots, x_{ip}; y_i)$ , где  $i = 1, \dots, n$ ;  $p$  – количество объясняющих переменных,  $n$  - число наблюдений*.

Число наблюдений  $n$  достаточно велико (десятки, сотни) и значительно превышает число  $p$  объясняющих переменных (*минимум в 6-7 раз*).



### 3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

**Пространственные данные**  
(cross-sectional data):

- В экономике пространственная выборка - набор показателей экономических переменных, полученный **в данный момент времени**.
- В эконометрике пространственная выборка - серия из  $n$  **независимых** наблюдений  $(p+1)$ -мерной случайной величины  $(X_1, \dots, X_p; Y)$  (при этом в дальнейшем можно **не рассматривать**  $X_j$  как случайные величины)

**Временной (динамический) ряд**  
(time-series data)

- Выборка наблюдений, в которой важны не только сами наблюдаемые значения случайных величин, но и **порядок их следования друг за другом**.
- Серия наблюдений одной и той же случайной величины **в последовательные моменты времени** – это динамический ряд, называемый временным рядом

**Панельные (пространственно-временные) данные**

- Сочетают в себе пространственные выборки и временные ряды (*изучаются в программах магистратуры*)

### 3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

#### Свойства и примеры выборочных данных в эконометрике

Пространственные данные:

1) **Некоррелированность возмущений** случ. величин  $Y_j$ :  $r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  при  $i \neq j$ ,

2) **Нулевое мат. ожидание остатков**:  
 $M_x(\varepsilon) = 0$  и  $M(\varepsilon_i) = 0$

3) **Постоянство дисперсии остатков**:  
 $D(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ , и:

$$\sigma_i^2 = \sigma_j^2 \text{ при всех } i \text{ и } j.$$

(гомоскедастичность)

или  $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$  (гетероскедастичность)

Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. ед. $x$	Затраты на производство, млн руб. $y$
1	1	30
2	2	70
3	4	150
4	3	100
5	5	170
6	3	100
7	4	150

Временной (динамический) ряд:

1) **тип распределения** наблюдаемой случайной величины остается **одним и тем же** (например, нормальным), но параметры его **меняются в зависимости от времени**.

2) наблюдения **не являются независимыми**, поэтому ошибки регрессии могут коррелировать друг с другом, т. е. условие  $r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  при  $i \neq j$ ,

не выполняется.

Год	$y_t$	$x_t$
1959	1931,3	296,4
1960	1973,2	290,8
1961	2025,6	289,4
1962	2129,8	321,2
1963	2218,0	343,3
1964	2343,3	371,8

( $y_t$  – ВВП,  $x_t$  – инвестиции (по годам))

### 3. Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

#### Виды переменных в эконометрических моделях

**Экзогенные** (независимые, объясняющие, факторы,  $x$ ) – их значения *задаются извне модели*

**Эндогенные** (зависимые, объясняемые, результаты,  $y$ ) – их значения *определяются внутри модели*

**Лаговые** (экзогенные или эндогенные,  $x_{t-k}$ ,  $x_{t+k}$ ,  $y_{t-k}$ ,  $y_{t+k}$ ) – датируются предыдущими/последующими моментами времени и находятся в уравнении с текущими переменными ( $k$  – число лагов)

**Предопределенные** – лаговые и текущие экзогенные переменные, лаговые эндогенные переменные – используются в системах одновременных уравнений

## 4. Классы эконометрических моделей.

### Классы эконометрических моделей

**Регрессионные модели с одним уравнением:**

$$Y = M_x(Y) + \varepsilon$$

**Линейные** – описываются функцией линейной регрессии

**Нелинейные** – используются функции нелинейной зависимости

**Системы одновременных уравнений:**

состоят из тождеств и регрессионных уравнений, в которые наряду с факторными признаками включены результативные признаки их других уравнений системы

**Модели временных рядов:**

результативный признак является функцией переменной времени или переменных, относящихся к разным моментам времени

#### 4. Классы эконометрических моделей.

##### Примеры классов эконометрических моделей (1):

1) Линейная регрессионная модель с одним уравнением  
*(зависимость себестоимости перевозок от эксплуатационных расходов по структурному подразделению):*

$$Y = 0,059 + 1,382 \cdot 10^{-5} X + \varepsilon$$

где  $Y$  - себестоимость перевозок, руб./ваг-км,  $X$  - эксплуатационные расходы, тыс. руб.

2) Нелинейная регрессионная модель с одним уравнением  
*(производственная функция Кобба-Дугласа):*

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta} \varepsilon$$

где  $Y$  - объем производства,  $K$  - затраты капитала,  $L$  - затраты труда.

## 4. Классы эконометрических моделей.

### Примеры классов эконометрических моделей (2):

3) Система одновременных уравнений (*макроэкономическая конъюнктурная модель*):

$$\begin{aligned}C_t &= a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, && \text{(функция потребления)} \\I_t &= a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_{2t}, && \text{(функция инвестиций)} \\Y_t &= C_t + I_t + G_t. && \text{(тождество дохода)}\end{aligned}$$

где  $C_t$  – потребление;  
 $Y_t$  – ВВП;  
 $I_t$  – валовые инвестиции;  
 $G_t$  – государственные расходы;  
 $t, t-1$  – текущий и предыдущий периоды;  
 $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – случайные ошибки.

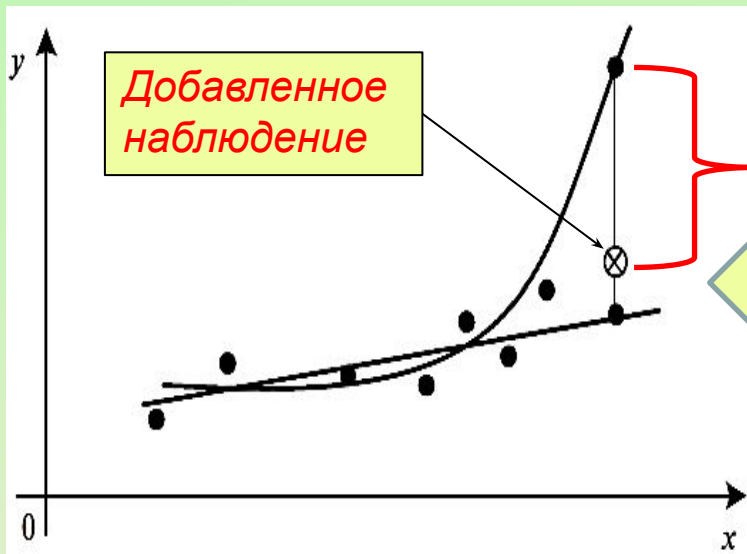
4) Модели временных рядов (*модель с распределенным лагом зависимости объемов продаж компании  $y_t$  от расходов на рекламу  $x_t$* ):

$$y_t = -0,67 + 4,5x_t + 3,0x_{t-1} + 1,5x_{t-2} + 0,5x_{t-3} + \varepsilon$$

## 4. Классы эконометрических моделей.

**В подавляющем большинстве случаев эконометрические модели выбираются линейными. Почему? Причины такого выбора:**

- 1) Линейная модель **относительно простая** по сравнению с любой нелинейной;
- 2) Если случайная величина (X, Y) имеет совместное **нормальное** распределение, то уравнения регрессии **линейные** (достаточно часто X, Y или некоторые функции от них распределены нормально, **пример: логарифм доходов населения - нормально распределенная случайная величина**);
- 3) Для линейных моделей характерен **меньший риск значительной ошибки прогноза**: ожидаемое значение ошибки прогноза, т.е. мат. ожидание квадрата отклонения наблюдаемых значений от сглаженных (или теоретических)  $M(Y_{\text{набл}} - Y_{\text{теор}})^2$  меньше для линейных уравнений регрессии – **см. рис. ниже.**



Имеющееся множество экспериментальных данных (точек) парабола сглаживает лучше, чем прямая. Но парабола быстро удаляется от корреляционного поля и для **добавленного наблюдения** теоретическое значение сильно отличается от эмпирического.



## 5. Этапы эконометрического моделирования.

### Общий принцип эконометрического моделирования:

Пусть определен *характер экспериментальных данных* и выделен определенный *набор объясняющих переменных*.



Для того, чтобы найти *объясненную часть*, т. е. величину  $M_x(Y)$ , требуется знание *условных распределений случайной величины  $Y$* . На практике это почти никогда не имеет места, поэтому точное нахождение объясненной части **НЕВОЗМОЖНО**.



В таких случаях применяется **стандартная процедура сглаживания экспериментальных данных**:



1) **определяется параметрическое семейство, к которому принадлежит искомая функция  $M_x(Y)$**  (рассматриваемая как функция от значений объясняющих переменных  $X$ ). Это может быть множество линейных функций, показательных функций и т.д.;



2) **находятся оценки параметров этой функции** с помощью одного из методов математической статистики. Формально никаких способов выбора параметрического семейства **не существует**. Но в подавляющем большинстве случаев эконометрические модели выбираются **линейными**.



## 5. Этапы эконометрического моделирования.

### Общая последовательность эконометрического моделирования:

**1-й этап (постановочный).** Формируется *цель исследования, набор участвующих в модели экономических переменных*. Цель: анализ исследуемого экономического объекта; прогноз его экономических показателей, имитация развития объекта при различных значениях экзогенных переменных, выработка управленческих решений.



**2-й этап (априорный).** Проводится *анализ сущности изучаемого объекта*, формирование и формализация априорной (известной до начала моделирования) информации.



**3-й этап (параметризация).** Осуществляется *непосредственно моделирование*, т.е. выбор общего вида модели, выявление входящих в нее связей.



**4-й этап (информационный).** Осуществляется *сбор необходимой статистической информации* — наблюдаемых значений экономических переменных



**5-й этап (идентификация модели).** Осуществляется *статистический анализ модели и оценка ее параметров*.



**6-й этап (верификация модели).** Проверка *истинности, адекватности модели*: как решены проблемы спецификации, идентификации и идентифицируемости модели, какова точность расчетов по данной модели, насколько соответствует построенная модель моделируемому реальному экономическому объекту или процессу.

## ***Вопросы изученные в Теме 2:***

- 1) Понятие эконометрики: предмет, цель и задачи.**
- 2) Введение в эконометрическое моделирование. Основные математические предпосылки эконометрического моделирования.**
- 3) Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.**
- 4) Классы эконометрических моделей.**
- 5) Этапы эконометрического моделирования.**