

# ПРОГРЕССИИ

Алгебра, 9 класс

Оводова Елена Геннадьевна,  
учитель математики  
ГБОУ СОШ № 404

Колпинского района Санкт-Петербурга





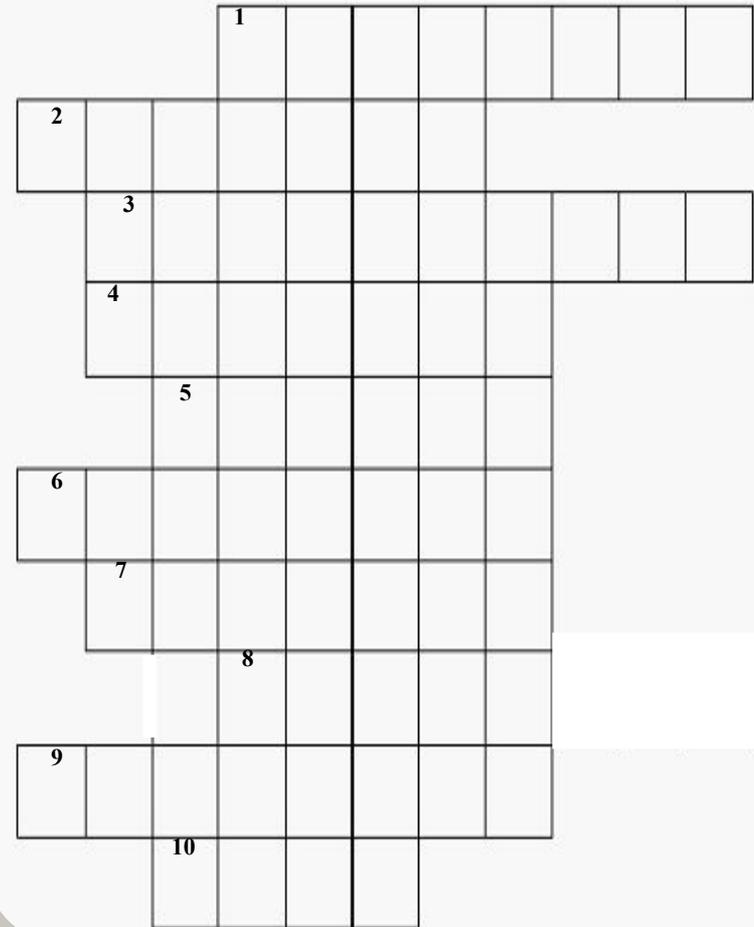
## Цели урока:

- обобщение и систематизация теоретического материала по данной теме;**
- отработка умений и навыков применения формул  $n$ -го члена прогрессии, суммы  $n$  первых членов прогрессии;**
- развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;**
- развитие познавательной активности учащихся;**
- воспитание эстетических качеств и умения общаться; формирование интереса к математике.**



# Кроссворд

1. Как называется график квадратичной функции?
2. Математическое предложение, справедливость которого доказывается.
3. Упорядоченная пара чисел, задающая положение точки на плоскости.
4. Наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте, а учащиеся России начинают её изучать с 7 класса.
5. Линия на плоскости, задаваемая уравнением  $y=kx+b$ .
6. Числовой промежуток.
7. Предложение, принимаемое без доказательства.
8. Результат сложения
9. Название второй координаты на плоскости.
10. Французский математик 19 века, «отец» алгебры, юрист, разгадал шифр, применяемый испанцами в войне с французами, а нам помог в быстром решении квадратных уравнений.





			<b>П</b>	а	р	а	б	о	л	а
<b>Т</b>	е	о	<b>р</b>	е	м	а				
	<b>К</b>	о	<b>о</b>	р	д	и	н	а	т	а
	<b>А</b>	л	<b>г</b>	е	б	р	а			
		<b>П</b>	<b>р</b>	я	м	а	я			
<b>И</b>	н	т	<b>е</b>	р	в	а	л			
	<b>А</b>	к	<b>с</b>	и	о	м	а			
			<b>с</b>	у	м	м	а			
<b>О</b>	р	д	<b>и</b>	н	а	т	а			
		<b>В</b>	<b>и</b>	е	т					



# Историческая справка

*В клинописных таблицах вавилонян в египетских пирамидах (II век до н.э.) встречаются примеры арифметической прогрессии.*

*Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др.*

*Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым. Ариабхатта (V в.н.э.) применял формулы общего члена, суммы арифметической прогрессии.*

*Правило для нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении Леонардо Пизанского «Книги Абака» в 1202 г.*



# Прогрессии



## Арифметическая прогрессия

Последовательность в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему сложенному с одним и тем же числом.

Число  $d$  - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

## Геометрическая прогрессия

Последовательность отличных от нуля чисел в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже число.

Число  $q$  - знаменатель прогрессии.

$$q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$



# Формула n-го члена прогрессии

арифметической,

геометрической

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Дано:  $a_1 = 7$ ,  $d = 5$

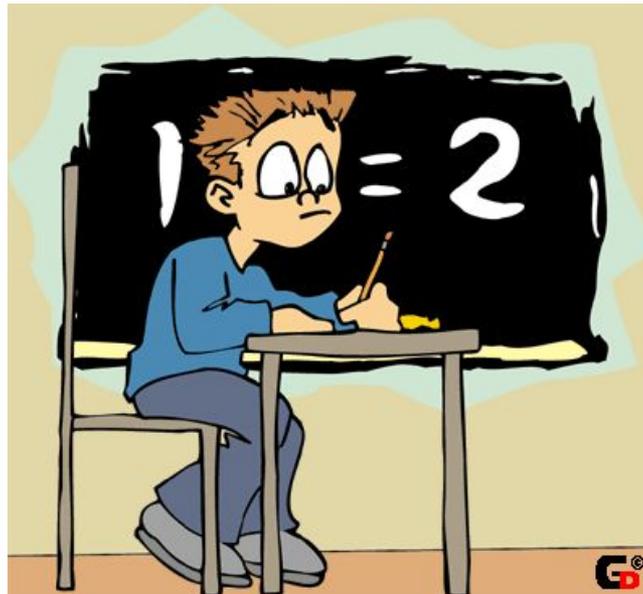
Дано:  $b_1 = 3$ ,  $q = 2$

Найти:  $a_4$ ,.

Найти:  $b_3$ .

$$a_4 = 22$$

$$b_3 = 12$$





# Характеристическое свойство прогрессий

арифметической,

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Дано:  $x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$

Найти:  $x_4$

$$x_4=9$$

геометрической

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами последовательности ( $b_n > 0$ )

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Дано:  $b_1, b_2, 1, b_4, 16, \dots$

все члены положительные числа

Найти:  $b_4$

$$b_4=4$$



# Формулы суммы n первых членов прогрессий

арифметической

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано:  $a_1 = 5$ ,  $d = 4$

Найти:  $S_5$

$$S_5 = 65$$

геометрической

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q}, q \neq 1$$

Дано:  $b_1 = 2$ ,  $q = -3$

Найти:  $S_4$

$$S_4 = -40$$



# Формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1$$

Найти :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

2

# Самостоятельная работа ( тест )

## Часть I ( задания на 0,5 балла )

1. Про арифметическую прогрессию  $(a_n)$  известно, что  $a_7 = 8$ ,  $a_8 = 12$ .  
найдите разность арифметической прогрессии.

- А) -4    Б) 4    В) 20    Г) 3

2. Геометрическая прогрессия задана формулой  $b_n = 3^{2n}$ .

Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

- А) -3    Б) 18    В) 3    Г) 9

3. Члены арифметической прогрессии изображены (рис.1) точками на координатной плоскости. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- А) -7    Б) 6    В) 12    Г) 17

4. Найдите сумму семи первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

- А) - 254    Б) 508    В) 608    Г) - 508

5. Последовательность  $a_n$  задана

$$a_n = n^2 - 2n - 1.$$

формулой. Найдите номер члена последовательности, равного 7.

- А) 4    Б) - 2    В) 2    Г) - 4

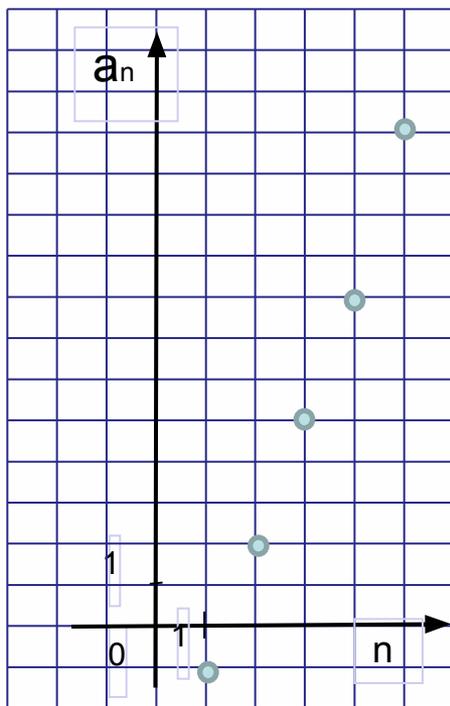


Рис. 1



# Самостоятельная работа ( тест )

## Часть II ( задание на 2 балла )

6. В геометрической прогрессии  $(b_n)$   $b_1 = 8$ ,  $b_3 = 24$ ,  $q > 0$ . Найдите  $b_5$ .

## Часть III ( задание на 3 балла )

7. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 11. Третий её член на 6 больше первого. Найдите второй и четвёртый члены.

### Ответы

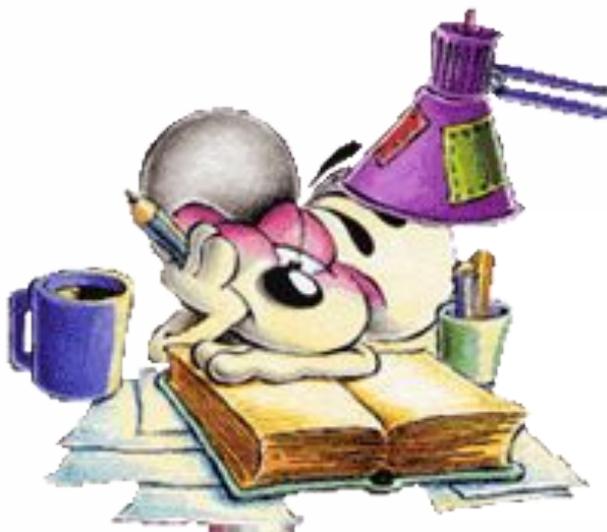
1. **Б**; 2. **Г**; 3. **В**; 4. **Б**; 5. **А**; 6. **72**; 7. **1, 4**

### Критерии оценок

1,5 – 2 балла «3»

2,5 – 4,5 балла «4»

5 – 7,5 баллов «5»





## Прогрессии в жизни, в быту и не только



За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день.

*Решение:*

$$S_{16} = \frac{1}{2} (2 \cdot a_1 + 3 \cdot 15) \cdot 16;$$

$$472 = 16 a_1 + 360;$$

$$a_1 = (472 - 360) : 16 = 7.$$

$$a_{16} = 7 + 3 \cdot (16 - 1) = 52.$$

*Ответ: 52 коралла украл Карл в последний день.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



В сборнике по подготовке к экзамену-240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая?

*Решение:*

$$240 = \frac{1}{2}(2 a_1 + 2 \cdot 14) \cdot 15;$$

$$240 : 15 = a_1 + 14;$$

$$a_1 = 2;$$

$$a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$$

*Ответ: 22 задачи надо решить 12 мая.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

*Решение:*

$$280 = a_1 + 20 \cdot (10 - 1);$$

$$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100;$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(100 + 280) \cdot 10 = 1900.$$

*Ответ: 1900 человек вмещает амфитеатр.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



Штангист поднимает штангу весом 45кг. С каждым подходом вес штанги увеличивается на 5 кг. Сколько кг поднимет штангист за 7 подходов?

*Решение:*

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

$$S_7 = \frac{2 \cdot 45 + 5 \cdot 6}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = \frac{90 + 30}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = 420$$

*Ответ: за 7 подходов штангист поднимет 420 кг.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



В оранжерее детектива Нира Вульфа насчитывалось около 4000 орхидей, через 2 года количество орхидей увеличилось с 4000 до 16000. Сколько орхидей насчитывалось в оранжерее через 2 года, если они размножались в геометрической прогрессии?

*Решение:*

$$|b_n| = \sqrt{b_{n+1} \cdot b_{n-1}}$$

$$|b_2| = \sqrt{b_1 \cdot b_3} = \sqrt{4 \cdot 16} = 2 \cdot 4 = 8$$

*Ответ: 8000 орхидей насчитывалось в 2003 году в оранжерее.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



На луг площадью  $12800 \text{ м}^2$  попали семена одуванчика и со временем заняли  $50 \text{ м}^2$ . При благоприятных условиях одуванчик размножаясь, занимает площадь в двое большую, чем в прошлом году. Через сколько лет одуванчики займут весь луг?

*Ответ: за 7 лет.*

*Решение:*

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$12800 = 50 \cdot 2^{n-1}$$

$$256 = 2^{n-1}$$

$$2^8 = 2^{n-1}$$

$$n - 1 = 8$$

$$n = 7$$



## Прогрессии в жизни, в быту и не только



Строя пирамиды для фараонов египтяне в каждом следующем ряду плит устанавливали на одну плиту меньше, чем в предыдущем. На самом верху стены возвышается одна плита. Сколько всего плит понадобится только для одной стены пирамиды, если плиты стоят в 60 рядов?

*Решение:*

*Считать ряды будем сверху.*

$$a_{60} = a_1 + 59d = 1 + 59 \cdot 1 = 60$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_{60} = \frac{1 + 60}{2} \cdot 60 = 61 \cdot 30 = 1830$$

*Ответ: 1830 плит только в одной стене пирамиды.*



## Прогрессии в жизни, в быту и не только

В связи с истреблением лисицы из-за чрезмерного увеличения охоты на неё в Англии в одно время резко возросло поголовье кроликов, которые съедали посевы фермеров. Как быстро росло количество кроликов, если в одном из округов Англии их было 500 шт, а за 6 лет стало 16000?



*Решение:*

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_6 = b_1 q^5$$

$$500 \cdot q^5 = 16000$$

$$q^5 = 32$$

$$q^5 = 2^5$$

$$q = 2$$

*Ответ: каждый год количество кроликов удваивалось.*