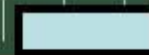


ПРОГРЕССИИ

Алгебра, 9 класс

Оводова Елена Геннадьевна,
учитель математики
ГБОУ СОШ № 404

Колпинского района Санкт-Петербурга





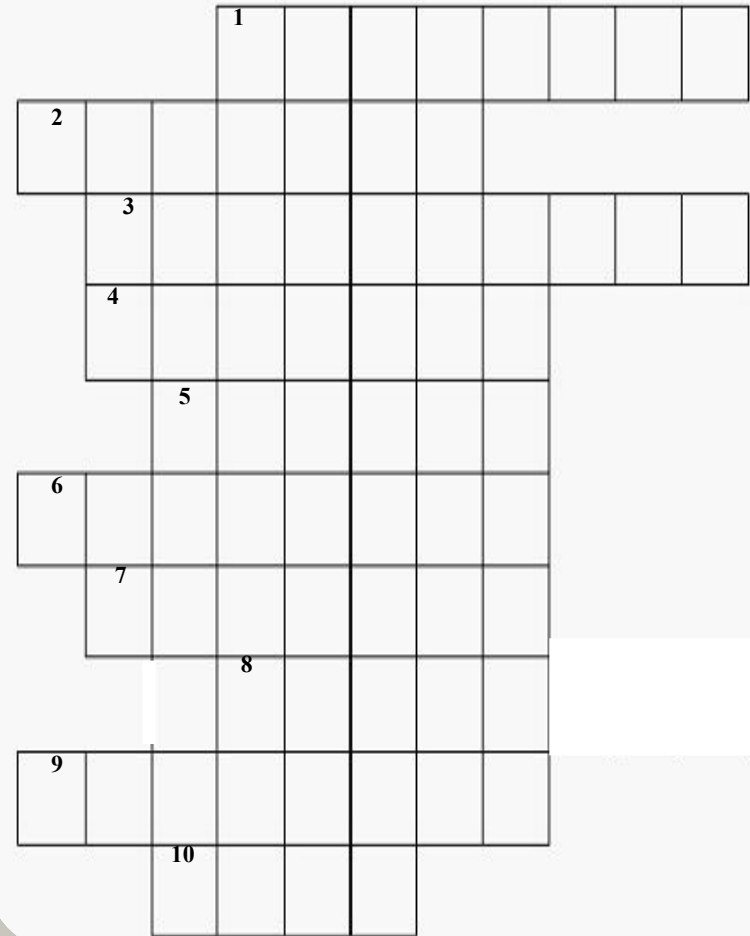
Цели урока:

- обобщение и систематизация теоретического материала по данной теме;**
- отработка умений и навыков применения формул n -го члена прогрессии, суммы n первых членов прогрессии;**
- развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;**
- развитие познавательной активности учащихся;**
- воспитание эстетических качеств и умения общаться; формирование интереса к математике.**



Кроссворд

1. Как называется график квадратичной функции?
2. Математическое предложение, справедливость которого доказывается.
3. Упорядоченная пара чисел, задающая положение точки на плоскости.
4. Наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте, а учащиеся России начинают её изучать с 7 класса.
5. Линия на плоскости, задаваемая уравнением $y=kx+b$.
6. Числовой промежуток.
7. Предложение, принимаемое без доказательства.
8. Результат сложения
9. Название второй координаты на плоскости.
10. Французский математик 19 века, «отец» алгебры, юрист, разгадал шифр, применяемый испанцами в войне с французами, а нам помог в быстром решении квадратных уравнений.





| | | | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | П | а | р | а | б | о | л | а |
| Т | е | о | р | е | м | а | | | | |
| | К | о | о | р | д | и | н | а | т | а |
| | А | л | г | е | б | р | а | | | |
| | | П | р | я | м | а | я | | | |
| И | н | т | е | р | в | а | л | | | |
| | А | к | с | и | о | м | а | | | |
| | | | с | у | м | м | а | | | |
| О | р | д | и | н | а | т | а | | | |
| | | В | и | е | т | | | | | |



Историческая справка

В клинописных таблицах вавилонян в египетских пирамидах (II век до н.э.) встречаются примеры арифметической прогрессии.

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др.

Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым. Ариабхатта (V в.н.э.) применял формулы общего члена, суммы арифметической прогрессии.

Правило для нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении Леонардо Пизанского «Книги Абака» в 1202 г.



Прогрессии



Арифметическая прогрессия

Последовательность в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему сложенному с одним и тем же числом.

Число d - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

Геометрическая прогрессия

Последовательность отличных от нуля чисел в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже число.

Число q - знаменатель прогрессии.

$$q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$



Формула n-го члена прогрессии

арифметической,

геометрической

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Дано: $a_1 = 7$, $d = 5$

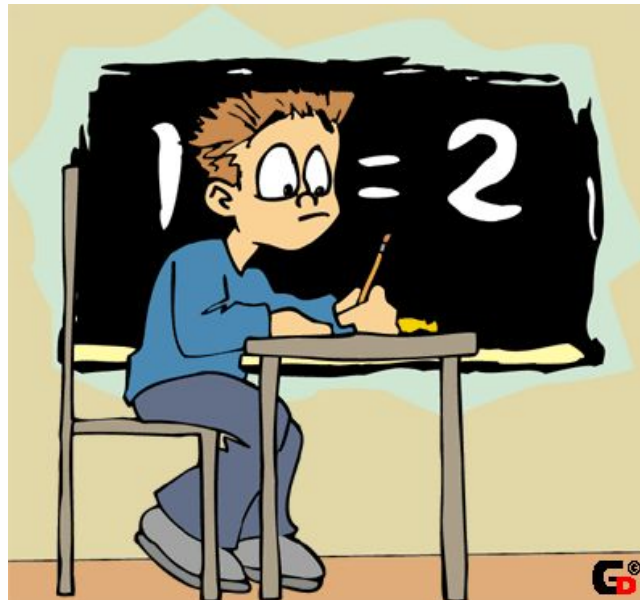
Дано: $b_1 = 3$, $q = 2$

Найти: a_4 ,.

Найти: b_3 .

$$a_4 = 22$$

$$b_3 = 12$$





Характеристическое свойство прогрессий

арифметической,

геометрической

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Дано: $x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$

Найти: x_4

$$x_4=9$$

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами последовательности ($b_n > 0$)

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Дано: $b_1, b_2, 1, b_4, 16, \dots$

все члены положительные числа

Найти: b_4

$$b_4=4$$



Формулы суммы n первых членов прогрессий

арифметической

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано: $a_1 = 5$, $d = 4$

Найти: S_5

$$S_5 = 65$$

геометрической


$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1 - q}, q \neq 1$$

Дано: $b_1 = 2$, $q = -3$

Найти: S_4

$$S_4 = -40$$



Формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1$$

Найти : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

2

Самостоятельная работа (тест)

Часть I (задания на 0,5 балла)

1. Про арифметическую прогрессию (a_n) известно, что $a_7 = 8$, $a_8 = 12$.
найдите разность арифметической прогрессии.

- А) -4 Б) 4 В) 20 Г) 3

2. Геометрическая прогрессия задана формулой $b_n = 3^{2n}$.

Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

- А) -3 Б) 18 В) 3 Г) 9

3. Члены арифметической прогрессии изображены (рис.1) точками на координатной плоскости. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- А) -7 Б) 6 В) 12 Г) 17

4. Найдите сумму семи первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

- А) - 254 Б) 508 В) 608 Г) - 508

5. Последовательность a_n задана

$$a_n = n^2 - 2n - 1.$$

формулой. Найдите номер члена последовательности, равного 7.

- А) 4 Б) - 2 В) 2 Г) - 4

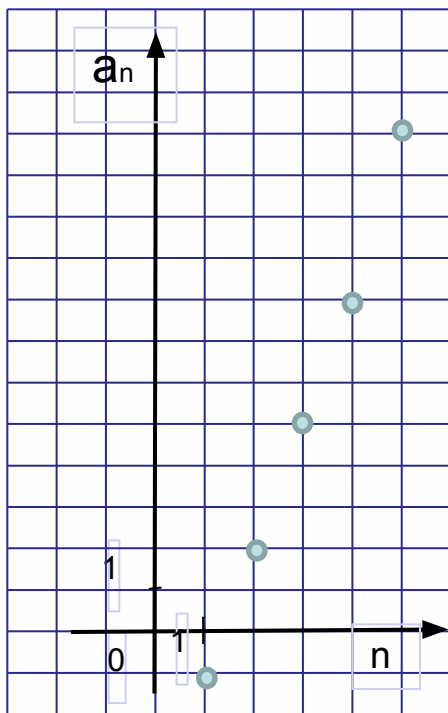


Рис. 1



Самостоятельная работа (тест)

Часть II (задание на 2 балла)

6. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 8$, $b_3 = 24$, $q > 0$. Найдите b_5 .

Часть III (задание на 3 балла)

7. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 11. Третий её член на 6 больше первого. Найдите второй и четвёртый члены.

Ответы

1. **Б**; 2. **Г**; 3. **В**; 4. **Б**; 5. **А**; 6. **72**; 7. **1, 4**

Критерии оценок

1,5 – 2 балла «3»

2,5 – 4,5 балла «4»

5 – 7,5 баллов «5»





Прогрессии в жизни, в быту и не только



За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день.

Решение:

$$S_{16} = \frac{1}{2} (2 \cdot a_1 + 3 \cdot 15) \cdot 16;$$

$$472 = 16 a_1 + 360;$$

$$a_1 = (472 - 360) : 16 = 7.$$

$$a_{16} = 7 + 3 \cdot (16 - 1) = 52.$$

Ответ: 52 коралла украл Карл в последний день.



Прогрессии в жизни, в быту и не только



В сборнике по подготовке к экзамену-240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая?

Решение:

$$240 = \frac{1}{2}(2 a_1 + 2 \cdot 14) \cdot 15;$$

$$240 : 15 = a_1 + 14;$$

$$a_1 = 2;$$

$$a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$$

Ответ: 22 задачи надо решить 12 мая.



Прогрессии в жизни, в быту и не только



В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

Решение:

$$280 = a_1 + 20 \cdot (10 - 1);$$

$$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100;$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(100 + 280) \cdot 10 = 1900.$$

Ответ: 1900 человек вмещает амфитеатр.



Прогрессии в жизни, в быту и не только



Штангист поднимает штангу весом 45 кг. С каждым подходом вес штанги увеличивается на 5 кг. Сколько кг поднимет штангист за 7 подходов?

Решение:

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_7 = \frac{2 \cdot 45 + 5 \cdot 6}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = \frac{90 + 30}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = 420$$

Ответ: за 7 подходов штангист поднимет 420 кг.



Прогрессии в жизни, в быту и не только



В оранжерее детектива Нира Вульфа насчитывалось около 4000 орхидей, через 2 года количество орхидей увеличилось с 4000 до 16000. Сколько орхидей насчитывалось в оранжерее через 2 года, если они размножались в геометрической прогрессии?

Решение:

$$|b_n| = \sqrt{b_{n+1} \cdot b_{n-1}}$$

$$|b_2| = \sqrt{b_1 \cdot b_3} = \sqrt{4 \cdot 16} = 2 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8000 орхидей насчитывалось в 2003 году в оранжерее.



Прогрессии в жизни, в быту и не только



На луг площадью 12800 м^2 попали семена одуванчика и со временем заняли 50 м^2 . При благоприятных условиях одуванчик размножаясь, занимает площадь в двое большую, чем в прошлом году. Через сколько лет одуванчики займут весь луг?

Ответ: за 7 лет.

Решение:

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$12800 = 50 \cdot 2^{n-1}$$

$$256 = 2^{n-1}$$

$$2^8 = 2^{n-1}$$

$$n - 1 = 8$$

$$n = 7$$



Прогрессии в жизни, в быту и не только

Строя пирамиды для фараонов египтяне в каждом следующем ряду плит устанавливали на одну плиту меньше, чем в предыдущем. На самом верху стены возвышается одна плита. Сколько всего плит понадобится только для одной стены пирамиды, если плиты стоят в 60 рядов?



Решение:

Считать ряды будем сверху.

$$a_{60} = a_1 + 59d = 1 + 59 \cdot 1 = 60$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_{60} = \frac{1 + 60}{2} \cdot 60 = 61 \cdot 30 = 1830$$

Ответ: 1830 плит только в одной стене пирамиды.



Прогрессии в жизни, в быту и не только

В связи с истреблением лисицы из-за чрезмерного увеличения охоты на неё в Англии в одно время резко возросло поголовье кроликов, которые съедали посевы фермеров. Как быстро росло количество кроликов, если в одном из округов Англии их было 500 шт, а за 6 лет стало 16000?



Решение:

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_6 = b_1 q^5$$

$$500 \cdot q^5 = 16000$$

$$q^5 = 32$$

$$q^5 = 2^5$$

$$q = 2$$

Ответ: каждый год количество кроликов удваивалось.