

Основы теории вероятности и математической статистики

*Практическое применение предмета в реальной жизни или
парадоксы в теории вероятности.*

Теория вероятностей - раздел математики, изучающий **закономерности случайных явлений**: случайные события: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Математическая статистика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования **статических** данных для научных и практических выводов.

Министерство образования и науки РФ рекомендует Учебное пособие

**ТЕОРИЯ
ВЕРоятНОСТЕЙ**
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

В. Е. Гмурман





**НУ И ЗАЧЕМ ОНА НАМ В
ЖИЗНИ??**

ГДЕ МОЖЕТ ПРИГОДИТСЯ??

ДЛЯ ЧЕГО НУЖЕН ЭТОТ

ПРЕДМЕТ??

ЧТО С

СТ???





Для начала обратимся к истории!

Возникла Теория Вероятностей в **17** веке в переписке Б. Паскаля и П. Ферма, где они производили анализ азартных игр. Советские и русские ученые также принимали участие в развитии этого раздела математики: П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, А.Н. Колмогоров.

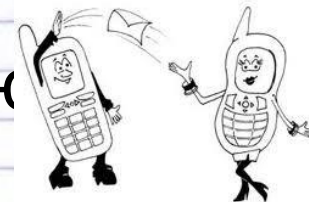
Реальная жизнь оказывается не такой простой и однозначной.

Исходы многих явлений невозможно предсказать заранее, какой бы полной информацией мы о них не располагали.



Нельзя, например, сказать наверняка, какой стороной упадет брошенная вверх монета, когда в следующем году выпадет первый снег или сколько человек в городе захотят в течение ближайшего часа позвонить по телефону.

Такие непредсказуемые явления называются случайными.



Однако случай тоже имеет свои законы которые начинают проявляться при **многokратном повторении случайных явлений**.

Именно такие закономерности изучаются в специальном разделе математики – **Теории вероятностей**.

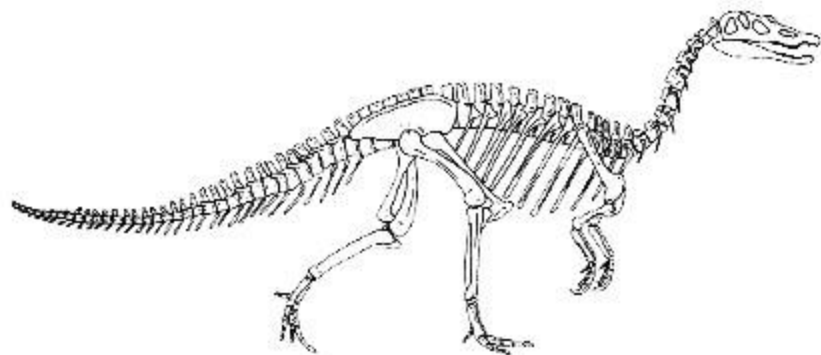


«Теория вероятностей есть в
сущности не что иное, как
здравый смысл, сведенной к
исчислению»



Лапл
ас

**"Какова вероятность, что,
выйдя на
улицу, вы встретите
Пятьдесят на пятьдесят"**



**- Либо встречу, либо не
встречу". Это слишком
банально.**



**Рассмотрим примеры
применения данного
предмета в жизни на
реальных примерах.**



Парадоксы в теории вероятности.

"Парадокс дней рождения"

Как вы думаете, сколько людей должно быть в определённой группе, чтобы по крайней у двоих из них дни рождения совпадали с вероятностью 100% (имеется в виду день и месяц без учёта года рождения)? Здесь и дальше имеется в виду не високосный год, т.е. год, в котором 365 дней. Ответ очевиден - в группе должно быть 366 человек. Теперь другой вопрос: сколько должно быть человек, чтобы нашлась пара с совпадающим днем рождения с вероятностью 99,9%?

На первый взгляд всё просто - 364 человека. На самом деле достаточно 68 человек! То, что казалось практически очевидным, на самом деле очень далеко от истины.

"Парадокс раздела ставки"

Предположим, что вы играете в покер с равным вам по силе соперником, т.е. с равными шансами. Вы договорились играть до шести побед. Тот, кто первым выиграет шесть СНГ, получает, скажем, 80 монет. Но по каким-то независимым от вас причинам, вам не удалось доиграть, и вы закончили игру при счёте 5:3 в вашу пользу. Теперь, вам нужно честно разделить призовые 80 монет.



Что первое приходит в голову?

Поскольку вы сыграли **8 игр**, а **монет 80**, то кажется логичным разделить их **50 на 30**.

Но это неправильно. Вам для победы не хватило одного выигрыша, в то время, как вашему сопернику нужно было выиграть 3 следующие игры.

Вероятность этого $0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125$, т.е. 12,5%. Во всех остальных 87,5% случаев победите вы. Следовательно, ваши шансы 87,5 к 12,5,

или **7 к 1**. Именно так и должны быть поделены призовые: вам 70 денег, вашему сопернику - 10.



“Парадокс игры с неравносильными противниками”

Вы – сильный, постоянный игрок в покер, своего лимита. Вам предлагают хороший приз, если вы выиграете подряд по крайней мере два СНГ из трёх **против равного вам** по силе, регулярного, противника, скажем, Фила Айви (или любого другого профи, который заведомо сильнее вас). Вы можете выбрать схему игры: профи – регулярный игрок - профи или регулярный игрок - профи – регулярный игрок.

Какую схему вам лучше выбрать?

Вы можете выбрать схему игры: профи – регулярный игрок - профи или регулярный игрок - профи – регулярный игрок.

На первый взгляд кажется, что второй вариант для вас предпочтительнее, так как в этом случае вы дважды играете с более слабым соперником. Однако, при этом вам обязательно с одной попытки придется обыгрывать профи, иначе у вас не будет двух побед подряд.

На самом деле, оказывается, что вероятность победить по схеме профи - регуляр - профи выше. Если вы выигрываете у профи с вероятностью p и с вероятностью q - у регуляра, то $p < q$, т.к. профи играет лучше регуляра.

Выбрав первый вариант, вы должны выиграть либо первый и второй матчи (вероятность этого pq), либо второй и третий матчи (вероятность этого qr).

Т.е., вероятность того, что произойдёт одно из этих событий, равна $pq + qr - pqr$ (pqr необходимо вычесть, иначе дважды учитывается вероятность вашего выигрыша в трёх матчах).

Аналогично, если вы выбираете второй вариант, то вероятность того, что вы победите 2 раза подряд, равна $qr + rq - qrq$. Поскольку $p < q$, получаем $pq + qr - pqr < qr + rq - qrq$, откуда следует, что вам лучше выбрать вариант профи - регуляр - профи.

"Петербургский парадокс"

Этот парадокс считается самым знаменитым.

Предположим, что некто бросает монету и согласен уплатить вам доллар, **если выпадет орел**. В случае же **выпадения решки** он бросает монету второй раз и платит вам два доллара, если при втором подбрасывании выпадет орел. Если же **снова выпадет решка**, он бросает монету в третий раз и платит вам четыре доллара, если при третьем подбрасывании выпадает орел.

Короче говоря, с каждым разом он удваивает выплачиваемую сумму. Бросать монету некто продолжает до тех пор, пока вы не остановите игру и не предложите расплатиться.

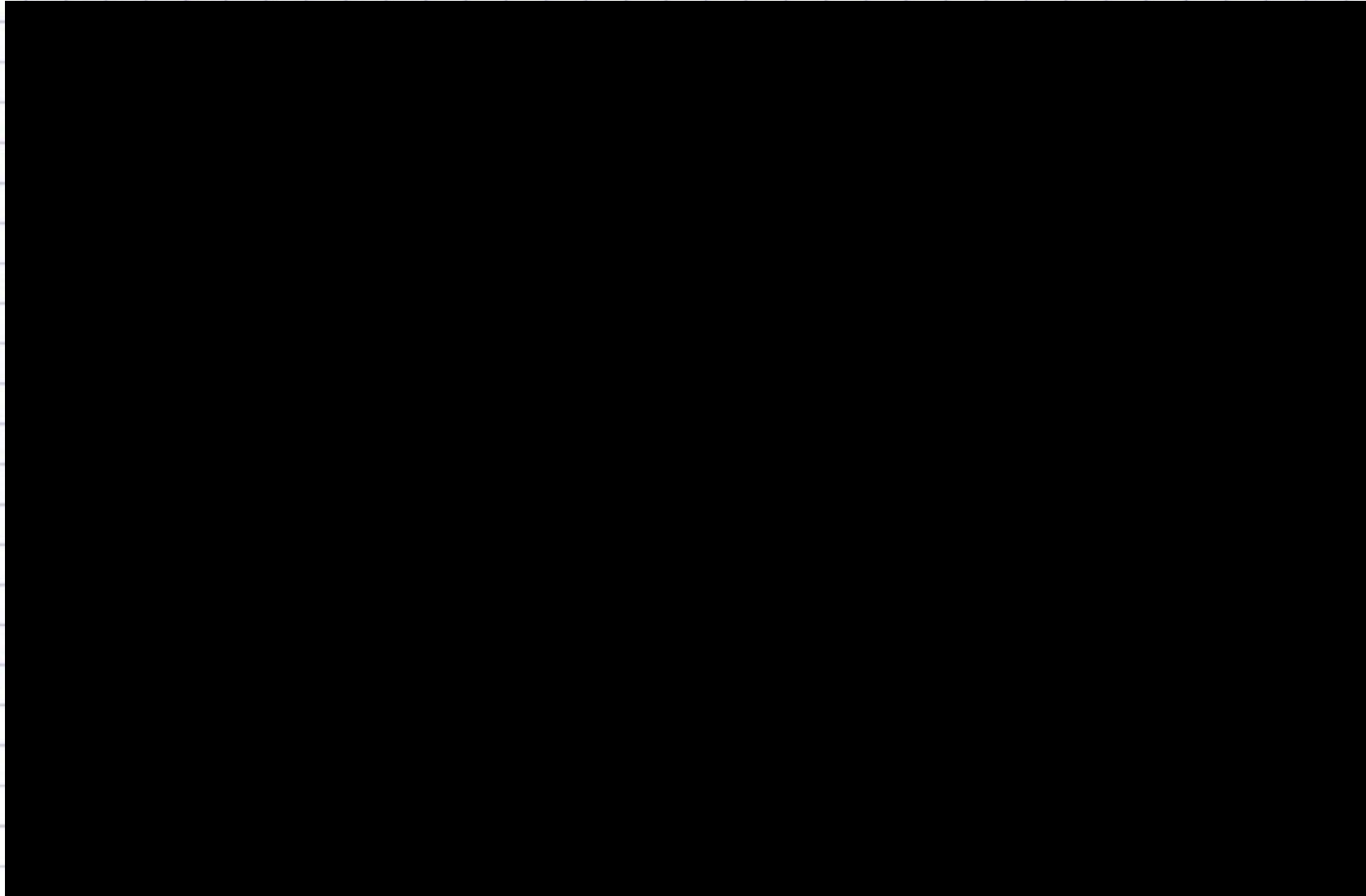
Какую сумму вы должны заплатить, чтобы некто согласился играть с вами в эту "одностороннюю игру", а вы не остались в убытке?

В ответ трудно поверить: сколько бы вы ни платили за каждую партию, пусть даже по миллиону долларов, вы все равно сможете с лихвой окупить свои расходы. В каждой отдельно взятой партии вероятность того, что вы выиграете один доллар, равна $1/2$, вероятность выиграть два доллара равна $1/4$, четыре доллара — $1/8$ и т.д. В итоге вы можете рассчитывать на выигрыш в сумме $(1 \times 1/2) + (2 \times 1/4) + (4 \times 1/8) \dots$ Этот бесконечный ряд расходится: его сумма равна бесконечности. Следовательно, **независимо от того, какую сумму вы будете выплачивать перед каждой партией, проведя достаточно длинный матч, вы непременно окажетесь в выигрыше.**

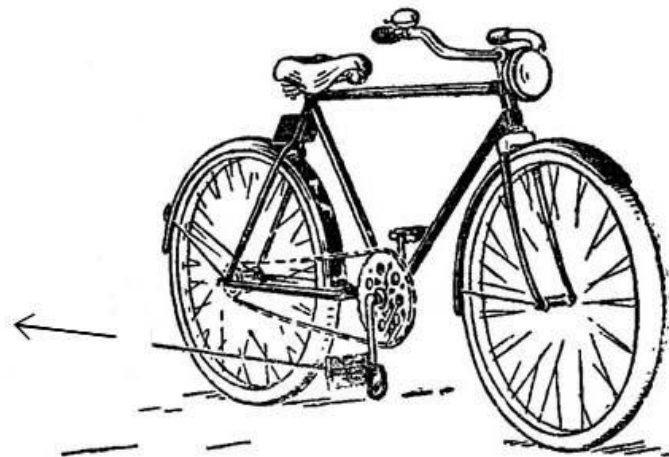
Делая такое заключение, мы предполагаем, что капитал банка неограничен и мы можем проводить любое число партий. Разумеется, если вы заплатили за право сыграть одну партию, например 1000 долларов, то с весьма высокой вероятностью вы эту партию проиграете, но ожидание проигрыша с лихвой компенсируется шансом, хотя и небольшим, выиграть астрономическую сумму при выпадении длинной серии из одних лишь орлов.

Петербургский парадокс возникает **в любой азартной игре с**

"Парадокс Монти Холла" или "Дилемма игрока"



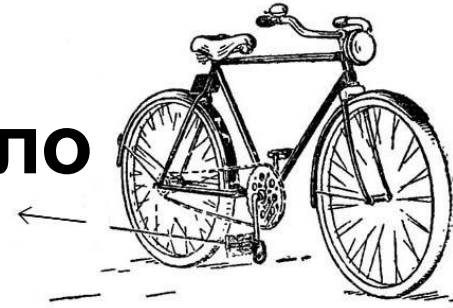
"История про математика, проигравшего велос



Теперь немного о дисперсии.

Была эта история на самом деле или нет, неизвестно, да, впрочем, и не важно. Однажды математик по профессии поспорил со случайным встречным: оппонент говорил, что следующие 100 человек, прошедшие мимо них, будут мужчинами, математик же утверждал, **что этого не будет.** Причем математик **ставил на кон велосипед** против всего **1 рубля** своего оппонента.

Логика математика была очень проста: есть всего 1 шанс из около 1267 октиллионов (октиллион - единица с 27-ю нулями), то есть, по его мнению, он ничем не рисковал.



Логика оппонента была тоже по-своему безупречна: рубль - невелика потеря, а вот возможность, пусть призрачная, выиграть велосипед, того стоит. Наверняка, этот человек не брезговал потерями и игровыми

Спор решился **не в пользу**
математика, потому что как раз в
этот момент по их улице прошел
батальон солдат. Так что не стоит
забывать, что кроме вероятности и
достоверности, есть еще
обстоятельства, имеющие
привычку образовываться в
неподходящий момент. Помните об
этом, когда ваших карманных тузов
переедут пятый раз подряд.

*Спасибо за внимание!
До свидания!*