Обратные тригонометрические функции

Содержание:

1. Обратные тригонометрические функции, свойства, графики
2. Историческая справка
3. Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции
4. Решение уравнений
5. Задания различного уровня сложности

Из истории тригонометрических функций

- Древняя Греция.III в до н. э. Евклид, Аполоний Пергский. Отношения сторон в прямоугольном треугольнике.
- Ок. 190 до н. э Гиппарх Никейский. Возможно он первый составил таблицу хорд, аналог современных таблиц тригонометрических функций.
- Абу-аль-Ваф ввел тригонометрические функции тангенс и котангенс.
- Первая половина XV в. Аль-Каши произвел уникальные расчеты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом 1’.
- I-II вв. индийские математики вводят понятие синуса.
- 1423-1461- австрийский математик и астроном Георг фон Пойербах был одним из первых европейских ученых, который применил понятие синуса.
- 1602-1675 французский математик, астроном и физик Жиль Роберваль построил синусоиду.
- XV в. Региомонтан ввел термин тангенс.
- 1739 г. И. Бернулли ввел современные обозначения синуса и косинуса.
- 1770 г. Георг Симон Клюгель вводит новый термин тригонометрические функции.
- 1772 г. Ж. Лагранж вводит первую из шести обратных тригонометрических функций.

arcsin x

Арксинусом **числа m называется такой угол x, для которого sinx=m, $-\pi/2 \leq X \leq \pi/2$, $|m| \leq 1$**

Функция y = sinx непрерывна и ограничена на всей своей числовой прямой. Функция y = arcsinx является строго возрастающей.

График обратной функции симметричен с графиком основной функции относительно биссектрисы I - III координатных углов.

Свойства функции y = arcsin x

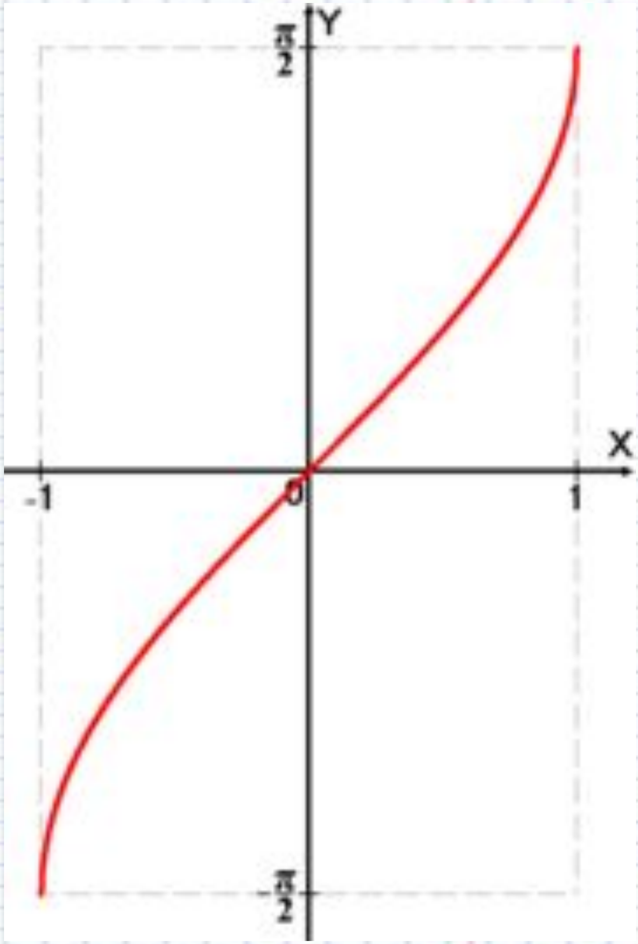
1)Область определения: отрезок [-1; 1];

2)Область изменения: отрезок [-π/2,π/2];

3)Функция y = arcsin x нечетная: arcsin (-x) = - arcsin x;

4)Функция y = arcsin x монотонно возрастающая;

5)График пересекает оси Ox, Oy в начале координат.



arccos x

Арккосинусом числа **m** называется такой угол **x**, для которого:

$$\cos x = m$$

$$0 \le x \le \pi, \quad |m| \le 1$$

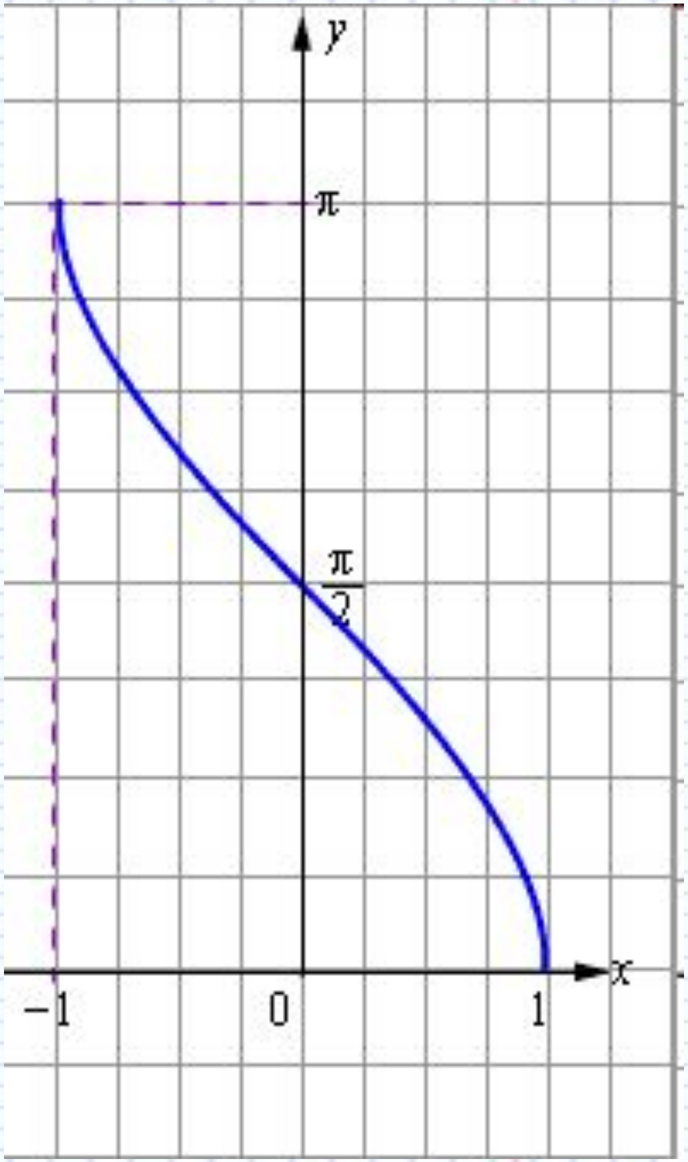
Свойства функции y = arccos x .

Функция **y= arccosx** является строго убывающей, непрерывная на $[-1;1]$

$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$,при $-1 \le x \le 1$

$D(y) = [-1;1]$

$E(y) = [0;\pi]$



arctgx

Арктангенсом числа m называется такой угол x, для которого tgx=m, -π/2<X<π/2.
График функции y=arctgx Получается из графика Функции y=tgx, симметрией Относительно прямой y=x.

y=arctgx

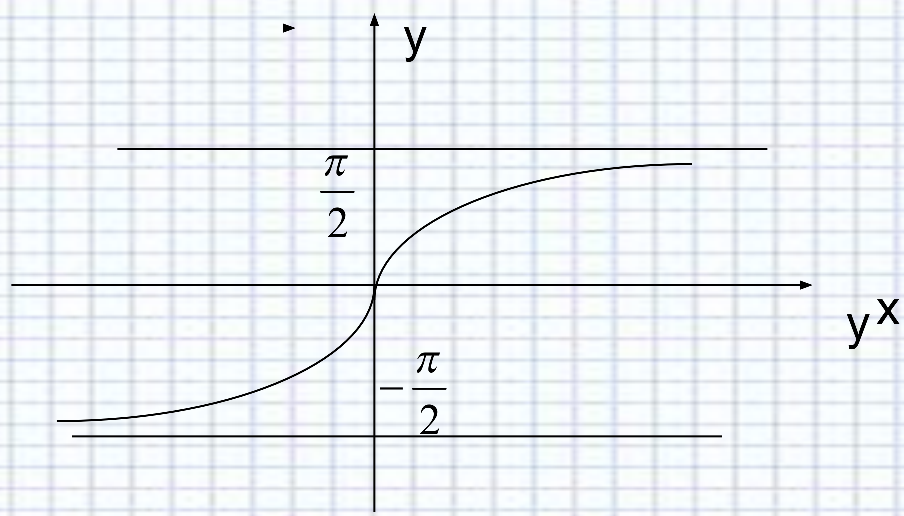
1)Область определения: R

2)Область значения: отрезок [-π/2,π/2];

3)Функция y = arctg x нечетная: arctg (-x) = - arctg x;

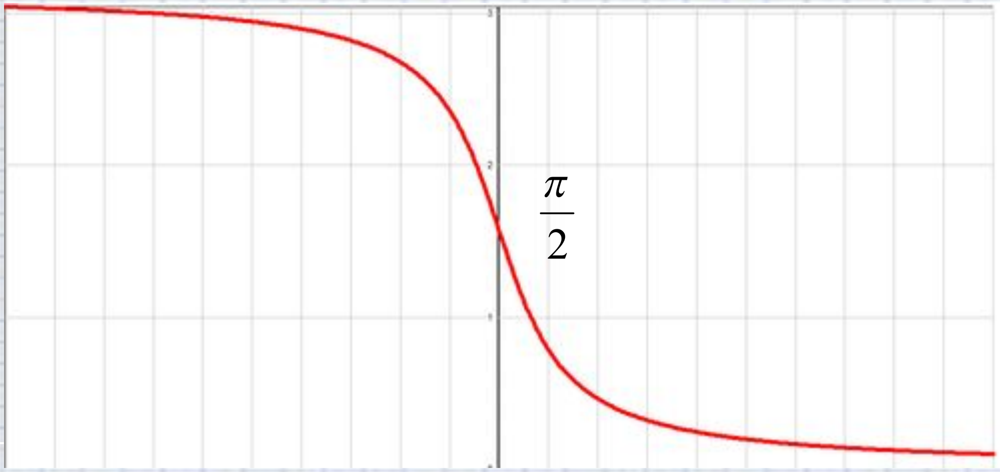
4)Функция y = arctg x монотонно возрастающая;

5)График пересекает оси Ох, Оу в начале координат.



arcctgx

Арккотангенсом числа m называется такой угол x, для которого $ctgx=a$, $0<x<\pi$



arcctgx

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$,при

$$-1 \leq x \leq 1$$

Таблицы значений обратных тригонометрических функций

В следующей таблице приведены значения функций **арксинуса** и **арккосинуса** для некоторых значений углов:

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos x$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

В следующей таблице приведены значения функций
арктангенса и **арккотангенса**
для некоторых значений углов:

x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} x$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} x$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$